

文章编号: 1000-8152(2001)02-0253-04

## 挠性飞行器时间燃料优化姿态机动控制的振动抑制\*

耿云海 杨 涤 崔祐涛  
(哈尔滨工业大学航天学院·哈尔滨, 150001)

摘要: 研究了使用反作用推力作为执行机构的姿态控制系统, 针对挠性飞行器姿态机动控制, 给出了命令整形时间燃料优化设计方法. 在机动过程中, 挠性振动对机动时间、燃料消耗和机动精度具有很大的影响, 文中给出了挠性振动抑制手段, 使机动完成的同时, 振动得到有效抑制, 由于振动频率和振动阻尼不易精确参数化, 所以考虑挠性振动抑制设计方法对振动频率和振动阻尼的鲁棒性设计问题, 最后通过仿真验证了方法的可行性和有效性.

关键词: 挠性飞行器; 振动抑制; 姿态机动; 优化设计

文献标识码: A

## Vibration Suppression of Time-Fuel Optimal Attitude Maneuver Control for Flexible Spacecraft

GENG Yunhai, YANG Di and CUI Huitao

(School of Astronautics, Harbin Institute of Technology · Harbin, 150001, P. R. China)

Abstract: Attitude control system is studied using jet as actuator for flexible spacecraft. The time-fuel optimal designing method, which named command preshaping, is investigated for the attitude maneuver control of flexible spacecraft. In the processing of maneuver, flexible vibration greatly influences the maneuver time, fuel and maneuver accuracy. The means of suppressing flexible vibration is provided so that the vibration is suppressed efficiency. Because the vibration frequency and damping is difficult to be parameterized accurately, the robust design problem of vibration frequency and damping is considered. Finally, the simulation result convinces the feasibility and validity of the method.

Key words: flexible spacecraft; vibration suppression; attitude maneuver; optimal design

### 1 引言(Introduction)

进入 90 年代以来, 随着航天技术的发展, 航天任务的艰巨性和复杂性进一步加剧, 许多航天器都带有较大的挠性部件, 其振动对姿态控制精度有很大的影响, 有时要求飞行器能在较短的时间内完成姿态机动, 达到一定的精度并消耗较少的燃料, 以往研究的姿态机动多采用相平面设计方法, 虽然能成功应用优化理论, 但其为二维设计和分析手段<sup>[1,2]</sup>, 没有办法考虑振动抑制问题, 调制器理论在频域分析时采用描述函数方法, 但没有引入时间最优理论<sup>[3]</sup>. 本文以优化理论为基础, 解决了大挠性飞行器在振动抑制条件下实现快速机动<sup>[4]</sup>, 同时考虑振动抑制对振动频率和阻尼的鲁棒性设计问题.

### 2 动力学建模(Dynamics modeling)

简单的挠性飞行器模型可以表示为图 1.

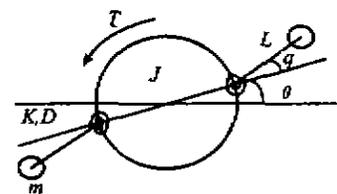


图 1 挠性飞行器示意图  
Fig. 1 Flexible spacecraft diagram

假设柔性附件是对称安装的, 附件的运动可以分解为对称的和反对称的两部分, 当考虑它对姿态的影响时, 可以忽略对称运动部分的影响, 只取反对称运动部分的影响, 所以可以用一个转动自由度  $q$  来表示, 当  $q$  为小量时, 动力学模型可以线性化, 线性模型表示为:

$$\begin{bmatrix} J + 2m(R + L)^2 & 2m(R + L)L \\ 2m(R + L)L & 2mL^2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ -2Kq - 2D\dot{q} \end{bmatrix}, \quad (1)$$

\* 基金项目: 国防“九五”预研重大项目(50.1.6/A966000-57)资助项目.  
收稿日期: 1999-03-29; 收修改稿日期: 2000-10-16.

其中:  $J$  为飞行器的转动惯量,  $R$  为等效半径,  $L$  为挠性附件的等效长度,  $T$  为控制力矩,  $K$  为弹性系数,  $D$  为阻尼系数,  $\theta$  为飞行器的姿态,  $q$  为附件的振动状态.

根据(1)式, 挠性附件振动为一阶, 其振动的固定-自由频率为:

$$\omega_p^2 = K/mL^2, \quad (2)$$

其振动的自由-自由频率为:

$$\omega_f^2 = K(J + 2m(R + L)^2)/JmL^2. \quad (3)$$

假设系统以时间  $t_i$  实现机动, 设系统初始  $t = 0$  时条件为:

$$\begin{aligned} \theta(0) &= 0, \quad \theta(t_f) = \theta_f, \quad q(0) = 0, \\ \dot{\theta}(0) &= 0, \quad \dot{\theta}(t_f) = 0, \quad \dot{q}(0) = 0, \end{aligned} \quad (4)$$

现在的问题是, 设计控制力矩  $T(t) \in \{T_{\max}, 0, -T_{\max}\}$ , 使星体机动稳定时间燃料最优, 使其性能对  $\omega_f$  具有鲁棒性.

### 3 时间优化设计方法 (Time optimal design method)

对于刚体飞行器, 机动的最短时间控制由最优控制理论得到, 即相平面 bang-bang 控制, 不失一般性, 设  $\theta_f > 0$ , 则最短机动时间为:

$$t_{i,\text{bang-bang}} = \sqrt{4(J + 2m(R + L)^2)\theta_f/T_{\max}}, \quad (5)$$

此时

$$q_i(t) = \begin{cases} 0, & t < t_i, \\ (bT_{\max}/\omega_f^2)A_i(u(t - t_i) - (\zeta_f e^{-\zeta_f \omega_f(t-t_i)}/\sqrt{1-\zeta_f^2})\sin(\omega_f\sqrt{1-\zeta_f^2}(t-t_i)) - e^{-\zeta_f \omega_f(t-t_i)}\cos(\omega_f\sqrt{1-\zeta_f^2}(t-t_i))), & t \geq t_i. \end{cases} \quad (10)$$

由于当  $t \geq t_f$  时,

$$T(t) = \sum_i T_i(t) = T_{\max} \sum_i A_i u(t - t_i) = 0,$$

可解得

$$\begin{aligned} q(t) |_{t \geq t_f} &= \sum_i q_i(t) = \\ &-(bT_{\max}/\omega_f^2) \sum_i A_i ((-\zeta_f e^{-\zeta_f \omega_f(t-t_i)}/\sqrt{1-\zeta_f^2}) \cdot \\ &\sin(\omega_f\sqrt{1-\zeta_f^2}(t-t_i)) + \\ &e^{-\zeta_f \omega_f(t-t_i)}\cos(\omega_f\sqrt{1-\zeta_f^2}(t-t_i))), \end{aligned} \quad (11)$$

为了消除残余振动, 当  $t \geq t_f$  时, 令  $q(t) = 0$ , 得

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n A_i e^{\zeta_f \omega_f t_i} \sin(\omega_f\sqrt{1-\zeta_f^2} t_i) = 0, \\ \sum_{i=0}^n A_i e^{\zeta_f \omega_f t_i} \cos(\omega_f\sqrt{1-\zeta_f^2} t_i) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

为了使该方法对  $\omega_f$  具有鲁棒性, 对(11)式中的  $\omega_f$  求导数并令其为零, 即得鲁棒性约束方程:

$$T(t) = \begin{cases} T_{\max}, & 0 \leq t < t_{f,\text{bang-bang}}/2, \\ -T_{\max}, & t_{f,\text{bang-bang}}/2 \leq t < t_{f,\text{bang-bang}}, \\ 0, & \text{其它}. \end{cases} \quad (6)$$

当考虑挠性附件的振动时, bang-bang 控制不能有效抑制振动而影响控制机动精度, 所以针对挠性飞行器应重新设计, 通过对 bang-bang 最优控制理论引伸, 得到挠性飞行器的时间最优控制, 设控制力矩由一系列开关脉冲组成,

$$T = T_{\max} \sum_{i=0}^n A_i u(t - t_i), \quad (7)$$

其中,  $u(t - t_i)$  为阶跃函数,

$$u(t - t_i) = \begin{cases} 1, & t \geq t_i, \\ 0, & 0 \leq t < t_i. \end{cases}$$

对于时间优化设计,  $A_i$  的取值依次为 1, -2, +2, -2, +2, ..., -2, 1, 得到一系列正负开关脉冲, 另外

$$T(t) = 0, \quad t > t_f, \quad (8)$$

不失一般性, 设  $t_0 = 0$ , 而  $t_i, i = 1, 2, \dots, n$  为待设计的开关时刻.

根据(1)有:

$$\begin{aligned} \ddot{q} + 2\zeta_f \omega_f \dot{q} + \omega_f^2 q &= bT, \\ \zeta_f &= D\omega_f/2K, \quad b = -(R + L)/LJ. \end{aligned} \quad (9)$$

当  $T_i(t) = T_{\max} A_i u(t - t_i)$  时

$$\begin{cases} \sum_{i=0}^n A_i e^{\zeta_f \omega_f t_i} \sin(\omega_f\sqrt{1-\zeta_f^2} t_i) = 0, \\ \sum_{i=0}^n A_i e^{\zeta_f \omega_f t_i} \cos(\omega_f\sqrt{1-\zeta_f^2} t_i) = 0, \end{cases} \quad (13)$$

根据方程(1)和(4)、(12), 当  $t = t_f$  时, 有:

$$\theta_f = \int_0^{t_f} T(\tau) d\tau dt / (J + 2m(R + L)^2), \quad (14)$$

根据约束方程(8)、(11)、(13)和边界条件(14), 求取  $t_1, t_2, \dots, t_n$  使性能指标  $t_n$  (即  $t_f$ ) 达到最小.

根据以上推导过程可知, 规划的控制力矩是时间的函数, 实际上是开环控制, 该方法对振动频率具有鲁棒性, 当要求系统对振动阻尼具有鲁棒性时, 只需对(11)式中的  $\zeta_f$  进行求导并令其为零, 得到的约束方程同(13)式一致. 由于系统的力矩函数为一系列正负脉冲组成, 虽然最后能有效抑制振动, 但中间过程振动比较大, 对机动时间及燃料消耗都造成不利影响.

### 4 时间燃料优化设计方法 (Time-fuel optimal design method)

当采用时间优化设计时,由  $A_i$  的取值可知控制脉冲出现正负交替的现象,这将导致燃料的浪费和控制时间的延长,根据时间-燃料优化理论,可以将控制力矩脉冲分成前半段和后半段,在前半段只加速,后半段只减速,这样实现时间-燃料的优化,即将时间优化设计中的  $A_i$  设计为

$$A_i = \{1, -1, 1, \dots, -1, -1, 1, -1, \dots, 1\}, \quad (15)$$

其它条件同上,以上推导的机动控制及振动抑制方法相同,所得的方程式是一致的,此时设计是时间-燃料优化的,它同样对振动频率和振动阻尼具有鲁棒性.

### 5 设计算例 (Designed exmple)

设系统参数如下:

$$J = 2000\text{kgm}^2, L = 10\text{m}, R = 2\text{m}, m = 10\text{kg},$$

$$K = 10\text{Nm}, T_{\max} = 5\text{Nm}, D = 0.5\text{Nms}.$$

仿真结果如图 2~图 7 所示.

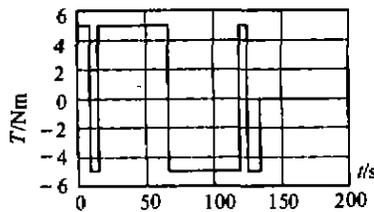


图 2 时间优化控制力矩设计曲线  
Fig. 2 Time optimal control torque design curve

可求得系统方程为:

$$\begin{bmatrix} 4880 & 2400 \\ 2400 & 2000 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\theta} \\ \ddot{q} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} T \\ -20q - \dot{q} \end{bmatrix}. \quad (16)$$

设  $\theta_f = 180^\circ$ , 则根据(5)计算的 bang-bang 机动时间为 110.75s,力矩脉冲冲量为 553.75Nms;时间优化设计给出的机动时间为 133.90s,力矩脉冲冲量为 669.5Nms,设计的控制力矩为(17)式,时间燃料优化设计给出的机动时间为 117.31s,力矩脉冲冲量为 414.85Nms,设计的控制力矩为(18)式(单位为 Nm).

$$T(t) = 5(u(t) - 2u(t - 9.19) + 2u(t - 15.74) - 2u(t - 67.07) + 2u(t - 118.5) - 2u(t - 124.9) + u(t - 133.9)), \quad (17)$$

$$T(t) = 5(u(t) - u(t - 12.12) + u(t - 13.26) - u(t - 42.63) - u(t - 74.38) + u(t - 106.1) - u(t - 107.5) + u(t - 117.3)). \quad (18)$$

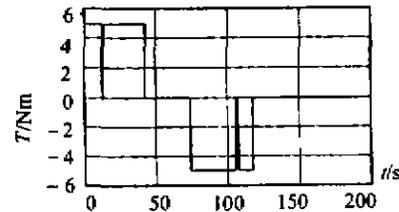


图 3 时间燃料优化控制力矩设计曲线  
Fig. 3 Time-fuel optimal control torque design curve

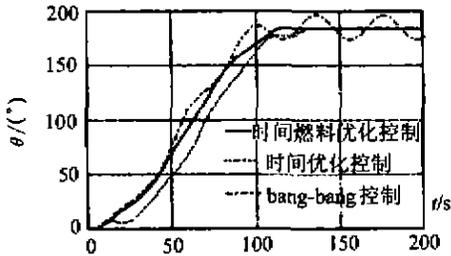


图 4 姿态角仿真曲线 (K=10, D=0.5)  
Fig. 4 Attitude simulation curve (K=10, D=0.5)

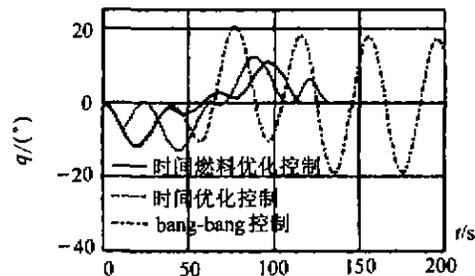


图 5 振动状态仿真曲线 (K=10, D=0.5)  
Fig. 5 Vibration mode simulation curve (K=10, D=0.5)

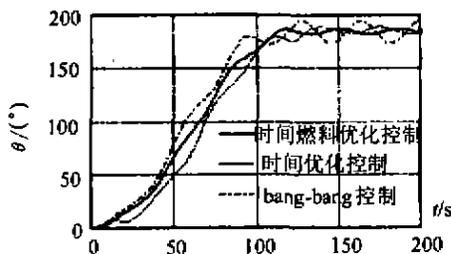


图 6 姿态角仿真曲线 (K=12.5, D=0.3)  
Fig. 6 Attitude simulation curve (K=12.5, D=0.3)

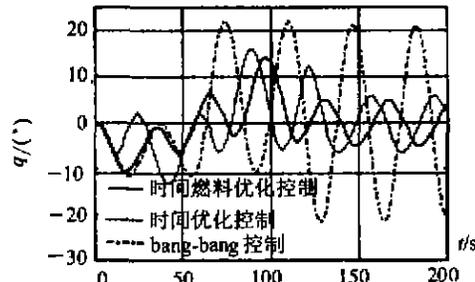


图 7 振动状态仿真曲线 (K=12.5, D=0.3)  
Fig. 7 Vibration mode simulation curve (K=12.5, D=0.3)

从仿真结果可以看出,时间优化姿态机动的时间(133.90s)比 bang-bang 控制的机动时间(110.75s)长 17.3%,燃料多 17.3%,时间-燃料优化姿态机动的时间(117.31s)比时间优化控制的机动时间短 12.4%,燃料少 38%,由于输出脉冲序列选择更加合理,因而有效地抑制了振动,从而缩短了时间,节省了燃料,时间燃料优化设计方法能使飞行器很快达到机动控制精度要求,而 bang-bang 控制虽然时间短,但精度较差,误差 17°,本方法对振动频率和阻尼变化具有一定的鲁棒性,机动控制精度也可以达到很高,参数准确时精度达 0.1°,参数不准确时也可达 3°,可以验证算法的有效性和正确性。

## 6 结论(Conclusion)

本文通过对挠性飞行器振动模态的分析,给出了一种命令整形时间燃料优化姿态机动的控制方法,该方法能够有效的抑制挠性状态的残余振动,并且对系统的振动频率和振动阻尼具有较高的鲁棒性。

## 参考文献(References)

[1] Jing Wuxing and Yang Di. Time sub-optimal feedback control of

flexible spacecraft attitude maneuver [J]. Chinese Space Science and Technology, 1993, 12(6): 1-7 (in Chinese)

- [2] Ben-Asher J Z, Burns J A and Cliff E M. Time-optimal slewing of flexible spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control and Dynamics, 1992, 15(3): 360-367
- [3] Bittner H, Fischer H D and Surauer M. Design of reaction jet attitude control system for flexible spacecraft [A]. IFAC Automatic Control in Space Noordwijkerhout [C], Netherlands, 1982, 373-389
- [4] Singer N C and Seering W P. Preshaping command inputs to reduce system vibration [J]. Transactions of the ASME, 1990, 112(1): 76-82

## 本文作者简介

耿云海 1970年生,1992年毕业于同济大学工程力学系,获学士学位,1995年毕业于哈尔滨工业大学航天学院,获硕士学位,后留校工作。主要研究方向有:挠性飞行器控制,非线性控制,振动控制,小卫星控制系统设计与软件研制,飞行器系统仿真。

杨 漆 1937年生,1960年毕业于哈尔滨工业大学,获学士学位,后留校工作。教授,博士生导师。主要研究方向有:飞行器控制,非线性控制,系统仿真研究。

崔枯涛 1970年生,1998年毕业于哈尔滨工业大学航天学院,获博士学位,后留校工作。主要研究方向有:飞行器控制,非线性控制,导弹设计。

## “何潘清漪优秀论文奖”征文启事

“何潘清漪优秀论文奖”征文 2001 年继续由本刊办理,请应征作者注意:

1. 文章必须是用中文正式发表过的,因此,寄来的文章应是该文在所发表的刊物的抽印页或复印页。
2. 文章需一式五份。
3. 请在应征稿的首页左上方注明“何潘清漪优秀论文奖征文”字样。

(控制理论与应用)编辑部

美国哈佛大学教授何毓琦(Y. C. Ho)先生为了庆贺其母亲何潘清漪老太太九十岁生日特设此奖,借以纪念她的母爱,以及她为了支持何先生的事业所付出的辛劳。

授奖对象:

离散事件动态系统(DEDS)方面优秀中文论文的作者。

目的:

选拔、奖励、促进和宣扬中国在 DEDS 领域内得到国际承认的重大成果。

条例与机构:

1. 由何毓琦先生提供的何潘清漪奖金总额为 5000 美元,每次授奖金额 1000 美元,连续颁发 5 次(每两次之间间隔至少为一年),5 次之后,有可能追加基金继续颁发。
2. 世界各地用中文发表的关于 DEDS 方面的论文都有资格申请奖金。
3. 论文由国际专家小组甄别和最终评定。

专家小组成员:曹希仁、陈翰馥、李伯天、谈自忠(组长)、饶大维、郑应平。

4. 如果某年度无合适的论文,该奖可以不颁发,但至少会颁发 5 次。

5. 2001 年截稿日期为 2001 年 12 月 31 日,授奖时间另行通知,申请者可将论文寄到《控制理论与应用》编辑部(地址:广州市五山华南理工大学 邮政编码:510640)。

6. 鼓励获奖者将其论文译成英文,为其发表提供帮助,借此促进在 DEDS 领域内工作的中国研究人员的国际合作。