

文章编号: 1000-8152(2001)02-0285-04

输入随机的不可靠柔性制造系统的反馈控制*

张 伟 孙优贤

(浙江大学工业控制技术研究所·杭州, 310027)

摘要: 对于具有随机输入和随机需求的一类不可靠柔性制造系统, 利用转移率一致化技术和随机动态规划方法, 给出了输入率和服务率分配的最优反馈控制策略, 指出系统的最优控制具有 bang-bang 形式的开关结构, 数值例子验证了文中的结果.

关键词: 柔性制造系统; 一致化技术; 随机动态规划

文献标识码: A

Feedback Control of Flexible Manufacturing Systems with Unreliable Workstations and Random Input

ZHANG Wei and SUN Youxian

(Institute of Industrial Process Control, Zhejiang University·Hangzhou, 310027, P. R. China)

Abstract: The flexible manufacturing systems considered in the paper consist of possible unreliable workstations, whose inputs may be random. We derive the optimal input and service feedback control policy by using the uniformization technique and stochastic dynamic programming. It is shown that the optimal policy is of bang-bang type. Numeric example is given to illustrate the results.

Key words: flexible manufacturing systems; uniformization technique; stochastic dynamic programming

1 引言(Introduction)

不可靠制造系统的最优控制问题是生产规划和管理中重要的研究问题之一. 美国麻省理工学院的科学家 Gershwin 做了大量的开创性研究工作, 提出了流率控制模型(flow rate control model), 阈值(hedging point)控制策略, 递阶结构框架^[1]. 美国伊里诺伊大学 Coordinated Science Laboratory 的科学家 Kumar 最先建立了严格的数学分析方法, 具有重要的理论意义^[2]. 加拿大多伦多大学管理学院的科学家 Sethi 教授在实时递阶调度和渐近最优反馈控制等方面取得了重要成果^[3].

柔性制造系统提出于 60 年代, 是指由若干机器和相关的存贮单元通过物料自动处理系统联系起来, 在计算机或计算机网络控制下的集成生产加工系统. 所谓柔性是指系统具有完成多种任务的能力. 制造系统中的柔性一般分成两类: 产品柔性和过程柔性. 前者是指制造系统可以生产多种产品的能力, 后者是指制造系统具有用不同方法生产同一种产品的能力. 本文中的柔性指产品柔性. 柔性制造系统主

要适用于中小批量生产, 除了要兼顾生产率和柔性的要求之外, 还要考虑到系统的工作可靠性和机床的负荷率^[4]. 宋东平和孙优贤^[5]针对机器不可靠、随机加工时间、随机产品需求等多种不确定因素并存的柔性制造系统给出了一种基本的描述和分析方法, 给出了最优反馈控制策略. 该方法的创新之处在于能够保持系统的离散事件本质, 进行实时动态最优控制分析. 但在该文中假定系统具有无限的工件源, 这一假定限制了该方法在实际中的应用. 在实际生产中工件源的输入往往是随机的或受到一些条件限制的, 要求系统具有无限的工件源意味着在生产中需要具有无限多的工件储备, 这势必会造成生产资金巨大的不必要的投入. 针对这一问题本文研究了具有随机工件输入的一类柔性制造系统, 给出了输入率和服务率的最优反馈控制策略.

2 问题描述(Description of the problem)

柔性制造系统(FMS)中的机器是通用的, 可执行多种不同的操作, 能同时加工几种不同的工件. FMS 的生产控制就是要合理解决不同产品在系统内

* 基金项目: 国家自然科学基金(69635010)资助项目.

收稿日期: 1998-12-28; 收修改稿日期: 2000-11-03.

的配比问题和加工排序问题,特别是当遇到意外或随机事件,如机器故障、输入和需求变化等问题时,如何动态地做出响应.我们考虑图 1 所示的能够同时生产 n 类产品的一类柔性制造系统,其中 WS 代表工作站, S_i 代表工件源库,外来工件储备于此库中,以备工作站加工, B_i 代表成品库, $i = 1, 2, \dots, n$.

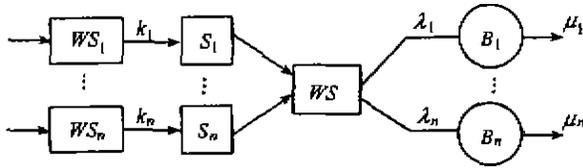


图 1 一类柔性制造系统

Fig. 1 A class of flexible manufacturing system

2.1 假设条件(Assumed condition)

我们首先假设系统满足如下条件:

1) 输入到工件源库 S_i 的工件形成相互独立的输入率为 k_i 的 Poisson 过程,其中输入率 k_i 是可以调节的, $k_i \in [0, \bar{K}]$, $\sum_{i=1}^n k_i \leq \bar{K}$, \bar{K} 为一正常数, $i = 1, 2, \dots, N$.

2) 工作站对第 i 类工件的加工时间服从参数为 λ_i 的负指数分布,其中服务率 λ_i 是可控的,当工作站正常时,它可以在 $[0, \bar{\lambda}]$ 中任意调整, $i = 1, 2, \dots, n$. 考虑到系统的负荷率,需满足: $0 \leq \lambda_1 + \lambda_2 + \dots + \lambda_n \leq \bar{\lambda}$, 即工作站总的服务率不能超过常数 $\bar{\lambda}$.

3) 产品的需求是随机的,对第 i 类产品的需求间隔时间服从参数为 μ_i 的负指数分布,是不可控的, $i = 1, 2, \dots, n$.

4) 工作站具有 Markov 的故障和修复过程,故障率和修复率分别为 ξ 和 η .

工作站的状态用 $\alpha(t)$ 表示, $\alpha(t) = 1$ 表示工作站处于正常状态, $\alpha(t) = 0$ 表示工作站处于故障状态. 工作站发生故障时不能加工工件,所以仅当工作站正常时才采取控制决策. 根据假设条件 1) 假想在 S_i 前有一虚拟工作站 WS_i , 该工作站不会发生故障并且具有无限的工件源,该工作站对工件的服务率即为输入到工件源库 S_i 的工件的输入率. 记 $y_i(t)$ 为 t 时刻工件源库 S_i 内的工件库存,显然 $y_i(t)$ 为非负整数, $x_i(t)$ 为第 i 类工件在 t 时刻生产累积量与需求累积量之差,显然 $x_i(t) \in \mathbb{Z}$; 正值表示该类产品有库存,负值表示该类产品欠缺. 定义向量: $X(t) = (y_1(t), y_2(t), \dots, y_n(t); x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t))$ 和 $U(t) = (k_1, k_2, \dots, k_n; \lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_n)$.

2.2 控制目标(Control objective)

当工作站正常时,采取控制决策动态地调整工

件的输入速率,同时动态地决定生产工件的种类和速率,或者决定是否让工件站空闲. 当工作站发生故障时,只能调整工件的输入速率. 工件的输入速率和工件站的服务率决定了工件的库存大小以及各类产品的供应情况. 工件和产品的积压会造成不必要的资金消耗. 我们的目标是使生产尽可能接近需求,且使生产费用和库存或缺所造成的成本代价尽可能低,即要寻找最优策略,使得下列费用函数达到最小:

$$V(X, \alpha) = \min E \int_0^{\infty} e^{-\beta t} g(X(t), \alpha(t)) dt, \quad (1)$$

其中 β 是折扣因子, $g(X(t), \alpha(t))$ 是库存与欠缺的惩罚函数,一般地取为:

$$g(X(t), \alpha(t)) = b_1 y_1 + \dots + b_n y_n + c_1^+ x_1^+ + \dots + c_1^- x_1^- + \dots + c_n^+ x_n^+ + c_n^- x_n^-$$

其中 $x_i^+ = \max\{x_i, 0\}$, $x_i^- = \max\{-x_i, 0\}$, $i = 1, 2, \dots, n$, b_i, c_i^+, c_i^- 分别是第 i 类工作库存、产品库存和欠缺的惩罚系数, $i = 1, 2, \dots, n$. 定义映射 $A_i, D_i, R_i: Z^{2n} \rightarrow Z^{2n}$, $i = 1, 2, \dots, n$; $T_0: |1\rangle \rightarrow |0\rangle$ 和 $T_1: |0\rangle \rightarrow |1\rangle$ 如下:

$$\begin{aligned} A_i X &= (y_1, \dots, y_{i-1}, y_i + 1, y_{i+1}, \dots, y_n; x_1, \dots, x_n); \\ D_i X &= (y_1, \dots, y_n; x_1, \dots, x_{i-1}, x_i - 1, x_{i+1}, \dots, x_n); \\ R_i X &= (y_1, \dots, y_{i-1}, y_i - 1, y_{i+1}, \dots, y_n; x_1, \dots, x_{i-1}, x_i + 1, x_i, \dots, x_n); \\ T_0 \alpha &= 0, \quad \text{当 } \alpha = 1; \\ T_1 \alpha &= 1, \quad \text{当 } \alpha = 0; \end{aligned}$$

我们称 A_i, D_i, R_i, T_0 和 T_1 为系统的事件. 其中 A_i 表示一个第 i 类工件到达, R_i 表示一个第 i 类产品加工的完成, D_i 表示一个第 i 类产品因需求而离开系统, T_0 和 T_1 分别表示工件站发生故障和修复.

3 最优反馈控制策略(The optimal feedback control policy)

在这一部分,我们将采用一致化技术^[6],将上述连续时间优化问题纳入到离散时间框架内进行分析.

令 $I = Z^{2n} \times Z_2$ 为系统的状态空间, $U = \{u(t) = (k_1(t), \dots, k_n(t); \lambda_1(t), \dots, \lambda_n(t)) \mid \sum_{i=1}^n k_i \leq \bar{K}, 0 \leq \lambda_1 + \dots + \lambda_n \leq \bar{\lambda}, \lambda_i(t) \geq 0, i = 1, 2, \dots, n, t \geq 0\}$ 为容许控制集. 系统可能的状态为 (X, α) , $(A_i X, \alpha)$, $(D_i X, \alpha)$, $(R_i X, \alpha)$ 和 $(X, T_j \alpha)$. 事件的发生是时间离散的并且依赖于系统的状态和控制. 当事件发生时,系统的状态发生转移,不同的系统状态下有不同的转移率. 仅当系统状态发生转移时才采取控制决策. 系统的部分状态转移见图 2.

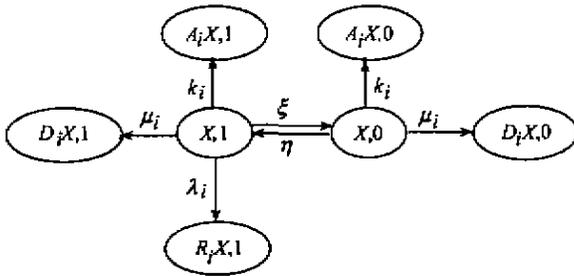


图2 部分状态转移图

Fig. 2 Partial state transition diagram

下面利用一致化转移技术,把上述非一致化转移率的连续时间 Markov 链最优决策问题转化成一个等价的具有一致化转移率的离散时间 Markov 最优决策问题.定义一致化转移率为: $v = \sum_{i=1}^n \mu_i + \xi + \eta + \bar{\lambda} + \bar{k}$, 对于任意给定的控制 $u \in U$, 单步转移概率函数 $P(\cdot | \cdot, u)$ 如下:

$$P(Y | (X, \alpha), u) = \mu_i / v, \text{ 当 } Y = (D_i X, \alpha);$$

$$P(Y | (X, \alpha), u) = \lambda_j / v, \text{ 当 } Y = (R_j X, \alpha),$$

$$\alpha = 1, y_i > 0;$$

$$P(Y | (X, \alpha), u) = k_i / v, \text{ 当 } Y = (A_i X, \alpha);$$

$$P(Y | (X, \alpha), u) = \xi / v, \text{ 当 } Y = (X, T_0 \alpha), \alpha = 1;$$

$$P(Y | (X, \alpha), u) = \eta / v, \text{ 当 } Y = (X, T_1 \alpha), \alpha = 0;$$

$$P(Y | (X, \alpha), u) = 1 - (\xi + \sum_{i=1}^n (\lambda_i + \mu_i + k_i)) / v, \\ \text{当 } Y = (X, 1);$$

$$P(Y | (X, \alpha), u) = 1 - (\eta + \sum_{i=1}^n (\mu_i + k_i)) / v, \\ \text{当 } Y = (X, 0);$$

$$P(Y | (X, \alpha), u) = 0, \text{ 其它.}$$

设 $0 = t_0 < t_1 < \dots < t_n < \dots$ 为离散状态转移时刻序列, 记 $X_k = X(t_k)$ 为第 k 次转入的状态, 第 k 次采取的控制为 $u_k = u(t_k)$, 则当 $t \in [t_k, t_{k+1})$ 时有 $X(t) = X_k; u(t) = u_k$. 对给定的控制策略, 目标函数可化为:

$$E^u \int_0^\infty e^{-\beta t} g(X(t), \alpha(t)) dt = \\ E^u \sum_{k=0}^\infty \int_{t_k}^{t_{k+1}} e^{-\beta t} g(X_k, \alpha_k) dt = \\ \frac{1}{\beta + v} \sum_{k=0}^\infty \theta^k E g(X_k, \alpha_k), \quad (2)$$

其中 $\theta = v / (\beta + v)$. 于是问题转化为一个等价的离散时间 Markov 链最优决策问题, 并且具有非负无界的单步费用函数和无限可数的状态空间. 于是我们

得到下列结论:

定理 1 1) 假设 $\beta + v = 1$, 令 $V_0(X, \alpha) \equiv 0$, 则对于 Bellman 方程 $V_k(X, \alpha)$ 有:

$\lim_{k \rightarrow \infty} V_k(X, \alpha) = V(X, \alpha), \forall (X, \alpha) \in Z^{2n} \times Z_2$, 其中 $V(X, \alpha)$ 由(1)式定义;

2) $V(X, \alpha) \geq 0, \forall (X, \alpha) \in Z^{2n} \times Z_2$.

证 由(2)式和随机动态规划得 Bellman 方程:

$$V_{k+1}(X, \alpha) =$$

$$g(X, \alpha) + \min_u \{ [\sum_{i=1}^n \mu_i V_k(D_i X, \alpha) + \xi V_k(X, T_0 \alpha) * 1\{\alpha = 1\} + \eta V_k(X, T_1 \alpha) * 1\{\alpha = 0\}] + \sum_{i=1}^n k_i V_k(A_i X, \alpha) + \sum_{i=1}^n \lambda_i V_k(R_i X, \alpha) * 1\{\alpha = 1\} \} + [v - [\xi + \sum_{i=1}^n (\lambda_i + \mu_i + k_i)]] V_k(X, \alpha) * 1\{\alpha = 1\} + \{v - [\eta + \sum_{i=1}^n (\mu_i + k_i)]\} V_k(X, \alpha) * 1\{\alpha = 0\} \} = \\ g(X, \alpha) + \sum_{i=1}^n \mu_i V_k(D_i X, \alpha) + \xi [V_k(X, T_0 \alpha) * 1\{\alpha = 1\} + V_k(X, \alpha) * 1\{\alpha = 0\}] + \eta [V_k(X, T_1 \alpha) * 1\{\alpha = 0\} + V_k(X, \alpha) * 1\{\alpha = 1\}] + \bar{\lambda} V_k(X, \alpha) * 1\{\alpha = 0\} + \bar{\lambda} \min_{u, i=1, \dots, n} [V_k(R_i X, \alpha), V_k(X, \alpha)] * 1\{\alpha = 1\} + \bar{K} \min_{u, i=1, \dots, n} [V_k(A_i X, \alpha), V_k(X, \alpha)], \quad (3)$$

其中 $1\{\cdot\}$ 为指示函数. 根据(3)式和文献[6]的结果可推得定理的结论.

定理 2 系统的最优反馈控制策略 $U^* = (k_1^*, \dots, k_n^*, \lambda_1^*, \dots, \lambda_n^*)$ 满足

$$k_i^* = \begin{cases} \bar{K}, & V(A_i X, \alpha) < V(A_j X, \alpha), i \neq j, \\ & V(A_i X, \alpha) < V(X, \alpha), \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \\ \lambda_i^* = \begin{cases} \bar{\lambda}, & V(R_i X, 1) < V(R_j X, 1), i \neq j, \\ & V(R_i X, 1) < V(X, 1), \\ 0, & \text{otherwise.} \end{cases}$$

证 直接由 Bellman 方程(3)可得.

该定理指出, 系统的最优控制具有 bang-bang 形式的开关结构, 工件的输入率和工作站的服务率分别在最大值和 0 之间进行切换. 在 $\alpha = 1$, 即工作站正常时, 根据定理 2 可同时对工件的输入率和工作站的服务率进行动态调节, 而当 $\alpha = 0$, 即工作站发生故障时, 只能调节工件的输入率. 在实际控制问题

中,可首先根据定理 1 离线地计算出系统在不同状态下的最优值函数,然后采用定理 2 所给出的控制策略.另外一种可行的方案为在线地计算 $V_k(X, \alpha)$, $V_k(A, X, \alpha)$ 和 $V_k(R, X, 1)$, 并对其进行比较, 然后采用定理 2 中的最优控制策略 U^* . 根据上述两个定理可以得出该方案为渐近最优. 下面给出一个利用迭代算法(3)计算最优值函数的数值例子, 此例验证了定理 1 的结果.

表 1 $\alpha = 1$ 时的部分最优值函数

Table 1 Partial optimal function value with $\alpha = 1$

X	$V_{\alpha}(X, 1)$
(2, 2, -2, -2)	17.5226
(2, 2, 0, 0)	7.56291
(2, 2, 2, 2)	9.33082
(20, 20, 20, 20)	75.5870
(10, 10, -10, -10)	100.958

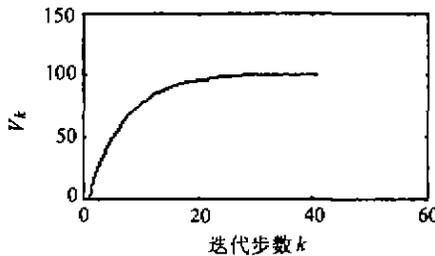


图 3 工作站正常时的最优函数值

Fig. 3 Optimal function value when machine is up

对于两种状态 $(X, 1) = (10, 10, -10, -10, 1)$ 和 $(X, 0) = (10, 10, -10, -10, 0)$ 采用后一种控制方案进行仿真, 结果如图 3 和图 4 所示. 图中曲线分别为两种不同状态下的值函数曲线, 从图中可以看出, 当 $k = 40$ 时已经取得了较好的收敛结果.

5 结论(Conclusion)

本文对于机器不可靠、随机加工时间、随机输入和需求等多种不确定因素并存的柔性制造系统给出了一种基本的数学描述, 并利用转移率一致化技术和随机动态规划方法, 研究了系统的最优反馈控制问题, 给出了具有开关结构的反馈控制律. 该文方法能够保持系统的离散事件本质. 利用本算法可以在线地决定工件输入以及加工速率, 合理地决定工件源的储备量, 有效地减少不必要的成本开支.

参考文献(References)

[1] Mainmon O Z and Gershwin S B. Dynamic scheduling and routing for flexible manufacturing systems that have unreliable machines [J].

4 数值例子(Numeric example)

例 考虑生产两类产品的系统. 状态空间限制在: $0 \leq \gamma_1 \leq 40, 0 \leq \gamma_2 \leq 40, -40 \leq x_1 \leq 40, -40 \leq x_2 \leq 40$, 系统参数取为: $\bar{\lambda} = 0.15, \mu_1 = 0.125, \mu_2 = 0.125, \xi = 0.05, \eta = 0.2, \bar{K} = 0.2, \beta = 0.15, b_1 = b_2 = 1, c_1^+ = c_2^+ = 1, c_1^- = c_2^- = 2$, 由迭代算法(3)求出当 $\alpha = 0, \alpha = 1$ 和 X 取不同值时的部分最优值函数分别如表 1 和表 2 所示.

表 2 $\alpha = 0$ 时的部分最优值函数

Table 2 Partial optimal function value with $\alpha = 0$

X	$V_{\alpha}(X, 0)$
(2, 2, -2, -2)	20.6671
(2, 2, 0, 0)	9.15013
(2, 2, 2, 2)	10.4291
(20, 20, 20, 20)	102.782
(10, 10, -10, -10)	102.834

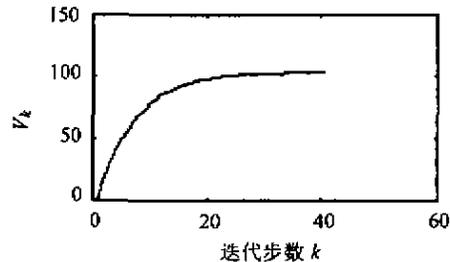


图 4 工作站故障时的最优函数值

Fig. 4 Optimal function value when machine is down

Operation Research, 1988, 36(2): 279 - 292
 [2] Akella R and Kumar P R. Optimal-control of production rate in a failure prone manufacturing system [J]. IEEE Transactions on Automation Control, 1986, 31(2): 116 - 126
 [3] Setti S and Zhang Q. Hierarchical production planning in dynamic-stochastic manufacturing systems - asymptotic optimality and error-bounds [J]. Journal of Mathematical Analysis and Applications, 1994, 181(2): 285 - 319
 [4] Wu Qidi, Yan Juanwei and Zhang Hao. Theory and Practice of Flexible Manufacturing Automation [M]. Beijing: Publishing Company of Tsinghua University, 1997 (in Chinese)
 [5] Song Dongping and Sun Youxian. Optimal feedback control policy in failure-prone manufacturing systems [D]. Hangzhou: Zhejiang University, 1998 (in Chinese)
 [6] Bertsekas D P. Dynamic Programming: Deterministic and Stochastic Models [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1987

本文作者简介

张伟 1971 年生, 博士研究生, 研究方向为生产制造系统, 离散事件动态系统和混杂系统.

孙优贤 见本刊 2001 年第 1 期第 54 页.