

文章编号: 1000-8152(2001)02-0301-03

基于遗传算法和逐步二次规划法的混合频域 H_∞ 建模*

王苏峰 王正志

(国防科技大学自动控制系·长沙, 410073)

摘要: 研究了基于遗传算法和逐步二次规划法的混合频域 H_∞ 建模方法. 混合建模方法既有较好的全局优化能力, 也有较好的局部优化能力, 使得辨识结果更稳定、更精确.

关键词: H_∞ 建模; 遗传算法; 逐步二次规划法

文献标识码: A

Hybrid H_∞ Modeling Method in Frequency Combining the Genetic Algorithm and the Sequential Quadratic Programming

WANG Sufeng and WANG Zhengzhi

(Department of Automatic Control, National University of Defence Technology · Changsha, 410073, P. R. China)

Abstract: Presents the hybrid H_∞ modeling method in frequency combining the genetic algorithm and the sequential quadratic programming. It is pointed out that the hybrid method has a good ability of global optimization and local optimization, and then the identified model is more accurate.

Key words: H_∞ modeling; genetic algorithm; sequential quadratic programming

本文利用遗传算法来解决两步法频域 H_∞ 建模方法^[1,2]所遇到的一些问题. 两步法 H_∞ 建模方法的主要不足有: 需要预先知道难以确定的先验信息、辨识模型阶次高等. 不过, 尽管遗传算法的全局优化效果好, 但局部优化效果却很差. 为了克服此不足, 本文引入了逐步二次规划法, 即组合遗传算法和逐步二次规划法, 形成新的混合频域 H_∞ 建模方法.

1 问题描述 (Problem statement)

假设: 实际对象是稳定的、离散线性时不变系统, 传递函数为 $h(z)$.

给定: N 点含有有界干扰的频域试验数据为

$$\begin{aligned} E^N(h, \eta) &:= \{E_k^N(h, \eta) = \\ &h(e^{j2\pi k/N}) + \eta_k, 0 \leq k \leq N-1\} = \\ &h^N + \eta^N, \eta^N \in B_N(\varepsilon), \end{aligned} \quad (1)$$

这里 $B_N(\varepsilon) := \{\eta^N = (\eta_0, \eta_1, \dots, \eta_{N-1}) \in l_\infty : |\eta_k| \leq \varepsilon, k = 0, 1, \dots, N-1\}$, ε 为一给定的正常数.

求解: 利用遗传算法求出使最坏情况下的模型辨识误差 $e_N(\varepsilon)$ 极小化的辨识模型 $h_{id}^N \in H_\infty$, 并估计 $e_N(\varepsilon)$ 的上界或硬边界, 其中 $e_N(\varepsilon)$ 定义为 $e_N(\varepsilon) := \|h - h_{id}^N\|_\infty$.

2 最坏情况下的模型辨识误差 (The error of model identification in the worst case)

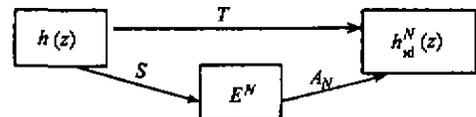


图 1 辨识过程图

Fig. 1 The identification procedure

图 1 描述了辨识的过程, 并定义了三个算子: S 为采样算子, A_N 为辨识算子, T 为变换算子. 三个算子定义为:

$$\begin{cases} T: H_\infty \rightarrow H_\infty, \\ S: H_\infty \rightarrow C^N, \\ A_N: C^N \rightarrow H_\infty. \end{cases} \quad (2)$$

现在推导估计辨识误差 $e_N(\varepsilon)$ 上界的公式. 设 $Sh(z) = h^N, Sh_{id}^N(z) = E_{id}^N$. 由定义知

$$\begin{aligned} e_N(\varepsilon) &= \|h - h_{id}^N\|_\infty = \|S^{-1}S(h - h_{id}^N)\|_\infty \leq \\ &\|S^{-1}\|_\infty \cdot \|Sh - Sh_{id}^N\|_\infty = \\ &\|S^{-1}\|_\infty \cdot \|h^N - E_{id}^N\|_\infty, \end{aligned} \quad (3)$$

* 基金项目: 国家自然科学基金(69874043)资助项目.
收稿日期: 1999-06-16; 收修改稿日期: 1999-12-13.

由于 $h^N = E^N - \eta^N$, 则

$$\begin{aligned} \|h^N - E_{id}^N\|_\infty &= \|E^N - E_{id}^N - \eta^N\|_\infty \leq \\ &\|E^N - E_{id}^N\|_\infty + \|\eta^N\|_\infty \leq \\ &\|E^N - E_{id}^N\|_\infty + \varepsilon. \end{aligned} \quad (4)$$

为了准确地逼近实际对象的频率响应函数 $h(e^{j\omega})$ ($0 \leq \omega < \pi$), 则采样算子必须满足 Nyquist 采样条件. 假设对频率响应函数进行等间隔采样, 采样点数为 N , 则采样间隔 $\Delta\omega = \pi/N$, 显然此采样间隔必须足够小, 使得采样之后不产生混迭现象. 采样示意图如图 2.

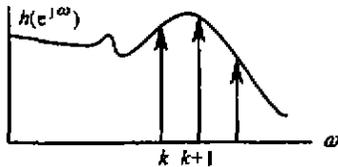


图 2 采样示意图

Fig. 2 Sampling demonstration

令频率响应函数 $h(e^{j\omega})$ ($0 \leq \omega < \pi$) 满足条件 $\max_{0 \leq \omega < \pi} |h(e^{j\omega})| = M > 0$. 现讨论第 k 点的采样误差, 当 $\frac{(k-1/2)\pi}{N} \leq \omega < \frac{(k+1/2)\pi}{N}$ (当 $k=0$, 则 $0 \leq \omega < \frac{(k+1/2)\pi}{N}$; 当 $k=N-1$, 则 $\frac{(k-1/2)\pi}{N} \leq \omega < \pi$), 显然有

$$\begin{aligned} |h(e^{j\omega})| - |h(e^{jk\pi/N})| &\leq \\ \max_{\omega} \left(\left| \frac{d|h(e^{j\omega})|}{d\omega} \right| \right) \frac{\pi}{2N} &\leq \\ \max_{0 \leq \omega < \pi} \left(\left| \frac{d|h(e^{j\omega})|}{d\omega} \right| \right) \frac{\pi}{2N}, \end{aligned} \quad (5)$$

令常数 $C_{\max} = \max_{0 \leq \omega < \pi} \left(\left| \frac{d|h(e^{j\omega})|}{d\omega} \right| \right)$, 考虑到频率响应函数 $h(e^{j\omega})$ ($0 \leq \omega < \pi$) 为稳定连续函数, 则 $C_{\max} < \infty$. $\delta' = C_{\max}\pi/(2NM)$, 当 N 足够大时, $\delta' < 1$, 则 $|h(e^{jk\pi/N})| \geq |h(e^{j\omega})| - \delta'M$. $\forall h(e^{j\omega}) \in H_\infty$, 则采样算子满足

$$\begin{aligned} \|Sh(e^{j\omega})\|_\infty &= \\ \max_{0 \leq k \leq N-1} |h(e^{jk\pi/N})| &\geq \\ \max_{0 \leq \omega < \pi} |h(e^{j\omega})| - \delta'M &= \\ (1 - \delta') \|h(e^{j\omega})\|_\infty, \end{aligned} \quad (6)$$

上式表明采样算子为下有界线性算子. 对于任意序列 $E_i^N \in \mathbb{C}^N$, 由上式得

$$\|E_i^N\|_\infty = \|S(S^{-1}E_i^N)\|_\infty \geq (1 - \delta') \|S^{-1}E_i^N\|_\infty, \quad (7)$$

从而

$$\|S^{-1}E_i^N\|_\infty \leq \frac{1}{(1 - \delta')} \|E_i^N\|_\infty, \quad \forall E_i^N \in \mathbb{C}^N, \quad (8)$$

上式表明逆采样算子为有界线性算子, 则有

$$\|S^{-1}\|_\infty \leq \frac{1}{(1 - \delta')} = 1 + \delta, \quad (9)$$

显然 δ 为正实数, 把式(4)和(9)代入式(3), 有

$$e_N(\varepsilon) \leq (1 + \delta)(\|E^N - E_{id}^N\|_\infty + \varepsilon). \quad (10)$$

从前面的推导可以得出, 当采样点数 N 足够大时, 上式中的 $\delta \ll 1$.

我们的目标是寻找辨识模型 $h_{id}^N \in H_\infty$. 极小化式(10)中的 $\|E^N - E_{id}^N\|_\infty$, 这是一个典型的非线性泛函优化问题, 其泛函定义为 $f: H_\infty \rightarrow \mathbb{R}$,

$$f(x) := \|E^N - Sx\|_\infty, \quad x \in H_\infty, \quad (11)$$

则最优辨识模型为 $h_{id}^N = \arg \min\{f(x): x \in H_\infty\}$. 直接求解非线性泛函优化问题显然很困难, 如果对辨识模型进行参数化, 则非线性泛函优化问题转化为非线性参数优化问题, 而且参数化后的函数相对于辨识参数是连续的. 首先参数化辨识模型, 辨识模型采用传递函数形式描述, 传递函数分子为多项式形式, 而分母为因子分解形式(极点形式)如下:

$$h(z) = \frac{b_0 + b_1z^{-1} + \dots + b_mz^{-m}}{(1 - p_1z^{-1}) \dots (1 - p_nz^{-1})}, \quad (12)$$

则非线性泛函优化问题转化为非线性参数优化问题如下:

$$\begin{aligned} h_{id}^N &= \arg \min\{f(b_0 \dots b_m, p_1 \dots p_n): b_0 \dots b_m \in \mathbb{R}, \\ &|p_i| < 1, i = 1, \dots, n\}. \end{aligned} \quad (13)$$

3 基于遗传算法和逐步二次规划法的混合频域 H_∞ 建模方法(The hybrid H_∞ modeling method in frequency domain combining the genetic algorithm and the sequential quadratic programming)

由于我们的目标是使 $\|E^N - E_{id}^N\|_\infty$ 极小化, 则遗传算法中的适值函数可定义为

$$\text{Fitness}(h_{id}^N) := e^{-\alpha \|E^N - E_{id}^N\|_\infty} + \beta = e^{-\alpha \|E^N - Sh_{id}^N\|_\infty} + \beta. \quad (14)$$

显然上式适值函数的值域为 $(0, e^\beta)$, α, β 为适值函数的定标常数, 它对遗传操作会产生很大的影响. 由于辨识模型采用有理函数形式逼近, 则模型阶次比较低, 相应辨识参数个数也比较少, 因此对参数可采用二进制编码方式. 为了保证好的个体以较高概率存活, 并使遗传算法能够收敛, 选择策略采用保留最佳个体的适值比例法. 由于采用二进制编码, 则交叉

算子采用单点式交叉,变异算子采用位取反策略,繁殖算子就是保留最优个体。

优化问题分为无约束优化和有约束优化两种,显然有约束优化问题要复杂.对于非线性参数优化问题(13),从表面上看可采用无约束非线性优化求解方法,但辨识模型 $h_{id}^N \in H_\infty$,搜索空间太大,计算量和计算时间相应地增大,反而解决不了问题.如果对辨识参数范围进行约束,计算量和计算时间可能会小一些,收敛效果也会好一些,因此采用有约束非线性优化方法要更有利一些.逐步二次规划法^[4]是解一般有约束非线性优化问题的最重要的方法.针对非线性参数优化问题(13),采用逐步二次规划法是比较有效的方法。

组合遗传算法和逐步二次规划法的混合频域 H_∞ 建模方法的基本计算步骤如下:

第一步:设置遗传代数 $g = 0$,产生辨识参数的初始种群;

第二步:利用逐步二次规划对种群进行优化计算,产生接近于局部最优的参数个体,同时计算相应的参数个体的适值;

第三步:判断遗传代数、适值或其它合适的条件,满足终止条件则去执行第六步;

第四步:对第二步产生的参数个体进行二进制编码,更新种群中相应的参数个体;

第五步:对种群执行遗传操作, $g = g + 1$,执行第二步;

第六步:输出最优参数个体,结束。

4 仿真结果及结论(Simulation result and conclusion)

考虑一个稳定离散时间系统

$$h(z) = \frac{0.3z^4 + 0.705z^3 - 1.751z^2 + 0.9308z + 0.051}{z^5 - 3.4z^4 + 4.59z^3 - 2.89z^2 + 0.7226z} \quad (15)$$

此系统存在谐振环节,而且极点很接近单位圆。

取样点数为 $N = 512$,可以满足对象(15)的要求.有界干扰 η 按如下方法产生: $\eta_k = \epsilon e^{j\theta_k}$, θ_k 为区间 $[0, 2\pi]$ 上均匀分布的随机变量,取 $\epsilon = 0.05 \|h(z)\|_\infty$ 。

混合频域 H_∞ 建模方法的建模结果如图 3,上图图为实际对象(实线)和估计模型(圆圈)的频域响应幅值图,图中曲线与圆圈吻合的很好,建模比较准确。

下图表明混合建模方法的辨识误差硬边界估计值(实直线)比较小,可满足建模要求.低阶辨识模型为

$$h_{id}^N(z) = \frac{2.955z + 11.49}{z^2 - 1.697z + 0.8488}$$

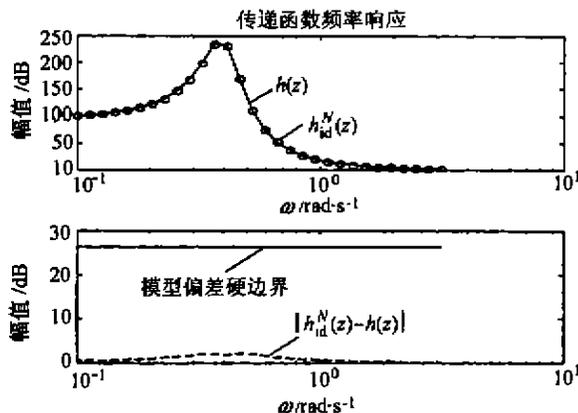


图 3 建模结果

Fig. 3 The modeling result

混合建模方法的辨识误差边界估计为 26.296,计算时间等于 106.73 秒(计算机 P II 333, 128 兆内存),收敛效果好,建模误差小。

总之,混合建模方法的主要优点是收敛速度快,种群规模小.混合建模方法克服了两步法 H_∞ 建模方法的主要不足之处.混合建模方法的缺点是计算量大。

参考文献(References)

- [1] Helmicki A J, Jacobson C A and Nett C N. Control-oriented system identification: a worst-case/deterministic approach in H_∞ [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1991, 36(10): 1163 - 1176
- [2] Gu Guoxiang and Khargonekar P P. Linear and nonlinear algorithms for identification in H_∞ with error bounds [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1992, 37(7): 953 - 963
- [3] Chen Guoliang, Wang Xifa, Zhuang Zhenquan and Wang Dongsheng. Theory and Application of the Genetic Algorithm [M]. Beijing: The People's Post-Telecom Press, 1996 (in Chinese)
- [4] Yuan Yaxiang. Nonlinear Programming's Numerical Method [M]. Shanghai: Shanghai Technology Press, 1993 (in Chinese)

本文作者简介

王苏峰 1970 年生. 1993 年在国防科技大学自动控制系获学士学位, 1996 年在国防科技大学自动控制系获硕士学位. 现为在读博士研究生. 从事智能控制, 鲁棒控制和系统辨识等工作。

王正志 1945 年生. 国防科技大学自动控制系教授, 博士生导师. 从事模式识别及智能控制, 控制理论与应用等领域的研究。