

一种简化的 H_∞ 控制混合灵敏度算法*

张显库 贾欣乐

(大连海事大学轮机工程研究所·大连, 116026)

摘要: 受到回路成形思想的启发, 通过对 H_∞ 控制的 S/T 混合灵敏度奇异值曲线的观察及基于 S 和 T 具有相关性的考虑给出一种简化的 H_∞ 控制混合灵敏度算法, 该算法避免了权函数的选择而对系统进行闭环增益成形, 其核心是确定闭环系统传递函数即 T 的最终希望的形状, 不加任何权函数, 直接设计出 K 。由于 T 和 S 的相关性, T 的形状确定, S 的形状也就确定了, 从而保证了设计出的控制系统具有良好的鲁棒性和鲁棒稳定性。

关键词: H_∞ 控制; 混合灵敏度; 闭环增益成形; 简化算法

文献标识码: A

Simplified H_∞ Mixed Sensitivity Algorithm

ZHANG Xianku and JIA Xinle

(Marine Engineering Institute, Dalian Maritime University · Dalian, 116026, P.R. China)

Abstract: Inspired by the loop shaping theory, a kind of simplified H_∞ mixed sensitivity algorithm is presented. This is based on the observation on the characteristics of the singular value curves of H_∞ S/T mixed sensitivity function as well as on the correlativity between S and T . The core of the algorithm is to shape T that is the transfer function of the closed-loop system according to the knowledge a priori, then the controller K is designed directly without selecting any weighting functions. It is obvious that if the shape of T is fixed, the shape of S is also fixed because of the correlativity of S and T . Therefore it guarantees fundamentally that the designed control system will have fine control performance and robustness.

Key words: H_∞ control; mixed sensitivity; closed loop gain shaping; simplified algorithm

H_∞ 控制理论的提出解决了频域中 MIMO 系统鲁棒控制器设计问题, 但为了获得鲁棒控制器, 需要在艰深的数学基础上进行大量的实验选择权函数, 需要应用特定的软件包, 由此求得的控制器的阶次又较高, 相对于获得的控制器具有鲁棒性这一优点来说代价有时未免太大。本文基于对 H_∞ 控制中混合灵敏度算法及回路成形算法的深入理解, 以及大量的控制器设计实践经验, 考虑到补灵敏度函数 T 和灵敏度函数 S 的相关性, 提出一种适于稳定的 MIMO 过程的闭环增益成形控制算法, 也可以说是一种简化的 S/T 混合灵敏度算法, 该算法以物理理解取代繁琐的数学演绎, 求解过程简单, 工程意义明晰, 设计的控制器阶次低, 控制性能和鲁棒稳定性良好。

1 简化的 H_∞ 控制混合灵敏度算法——SISO 情况 (Simplified H_∞ mixed sensitivity algorithm - SISO)

回路成形算法是一种开环增益成形方法, 其控

制器设计在于找到控制器 K 使之和被控对象 G 构成一个开环传递函数阵 $L = GK$, 且开环增益 $\sigma(L)$ 和 $\bar{\sigma}(L)$ 具有在低频区域满足控制性能要求和在高频区域满足鲁棒稳定性要求的形状, 即呈现低频高增益, 高频低增益特性^[1]。回路成形 H_∞ 控制理论是通过权函数选择改善开环奇异值频率特性曲线以实现系统的闭环性能, 并在鲁棒性能指标和鲁棒稳定性之间进行折衷。它的优点是设计者非常清楚如何改变 L 的形状以获得鲁棒性能和鲁棒稳定性都较满意的控制器 K ; 缺点是没有直接考虑决定系统最后响应的闭环传递函数, 如 S 和 T 。

采用 H_∞ 控制的混合灵敏度控制策略可直接对闭环传递函数 (如 S 和 T) 的增益进行成形, 这是一个 H_∞ 优化问题, 由于设计中需要选择权函数, 设计者不得不进行反复迭代和大量的演算以积累实际经验, 无捷径可走, 故文献[2]称权函数的选择方法及参数调整是一门艺术。

* 基金项目: 高等学校博士学科点专项科研基金(98015101)资助项目。
收稿日期: 1999-02-04; 收修改稿日期: 2000-01-13。

作者通过对 H_∞ 控制的 S/T 混合灵敏度奇异值曲线的观察(参见图1)及 S 和 T 的相关性($T = I - S$)给出一种简化的 H_∞ 控制混合灵敏度算法. 该算法的核心是确定闭环系统传递函数即 T 的最终希望的形状, 不加任何权函数, 直接设计出 K . 由于 T 和 S 的相关性, T 的形状确定, S 的形状也就确定了, 从而保证了设计出的控制器具有良好的鲁棒性能和鲁棒稳定性.

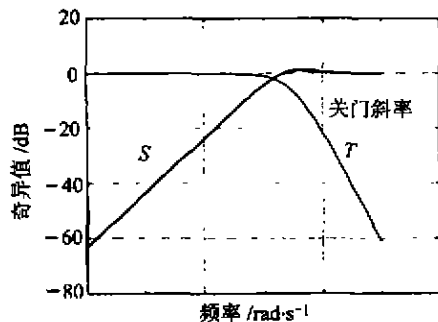


图1 典型的 S & T 奇异值曲线

Fig. 1 Typical S & T singular value curves

观察图1所示的典型的 S & T 奇异值曲线, 为使系统鲁棒稳定要求系统闭环频谱为低通的, 且最大的奇异值为1以保证无静差的跟踪参考信号 r ; 系统的带宽频率决定了系统的控制性能; 而频谱的关门斜率决定了系统对有效频带以外的频率即干扰频率的敏感程度, 斜率越大, 干扰衰减越大, 即对干扰的影响不敏感, 可增强系统的鲁棒性能, 但关门斜率取得太大, 设计出的控制器阶数增高, 不利于控制器的实现且控制效果改善也不明显. 一般地, 关门斜率取 -20dB/dec , -40dB/dec 和 -60dB/dec .

设闭环系统的带宽频率为 $1/T_1$ (严格说应为交接频率, 本文为分析方便, 将交接频率近似为带宽频率), 下面分别以关门斜率(或称高频渐近线斜率), 取 -20dB/dec , -40dB/dec 和 -60dB/dec 三种情况求取图2所示的标准反馈结构图的闭环增益成形控制器.

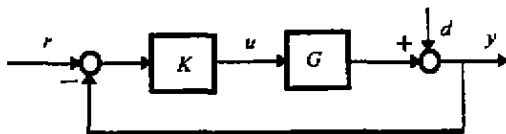


图2 标准反馈结构图

Fig. 2 Standard feedback configuration

1) 系统的闭环传函频谱的关门斜率取 -20dB/dec 时的控制器设计.

T 频谱曲线可近似表示为最大奇异值为1的一阶惯性系统的频谱曲线, 则

$$\frac{1}{T_1 s + 1} = \frac{GK}{1 + GK}, \quad K = \frac{1}{GT_1 s}. \quad (1)$$

从 K 的表达形式可以看出, 如果 G 不含积分项, K 则含有积分项, 保证整个系统能够消除静差.

2) 系统的闭环传函频谱的关门斜率取 -40dB/dec 时的控制器设计.

T 频谱曲线可近似表示为最大奇异值为1的二阶惯性系统的频谱曲线, 它与典型的振荡环节相比, 相当于阻尼系数取为1的情况, 从而保证了 T 的频谱没有峰值, 则

$$\frac{1}{(T_1 s + 1)^2} = \frac{GK}{1 + GK}, \quad K = \frac{1}{G2T_1 s(\frac{T_1}{2}s + 1)}. \quad (2)$$

3) 系统的闭环传函频谱的关门斜率取 -60dB/dec 时的控制器设计.

T 频谱曲线可近似表示为最大奇异值为1的三阶惯性系统的频谱曲线, 则

$$\frac{1}{(T_1 s + 1)^3} = \frac{GK}{1 + GK}, \quad K = \frac{1}{G4(T_1^3 s^2 + 3T_1^2 s + 3T_1)}. \quad (3)$$

分析式(1)、(2)和(3)知, 根据实际的闭环系统性能确定带宽频率 $1/T_1$ 后, 基于闭环增益成形的简化 H_∞ 控制混合灵敏度算法设计出的控制器只取决于被控对象 G , 该算法保证了 S 和 T 的形状, 从而保证了系统的鲁棒性能和鲁棒稳定性.

2 简化的 H_∞ 控制混合灵敏度算法——MIMO 情况 (Simplified H_∞ mixed sensitivity algorithm - MIMO)

对于一个信号跟踪问题, 从输入到输出系统的闭环传递函数阵实际上就是补灵敏度矩阵

$$GK(1 + GK)^{-1} = T, \quad K = G^{-1}(I - T)^{-1}T. \quad (4)$$

对于 G 为方阵的 MIMO 系统, 可设 T 的各元素为具有最大奇异值为1的一阶、二阶或三阶惯性环节, 而对于 MIMO 控制系统且输入和输出个数不相等的情况, 因涉及广义求逆问题, 情况稍复杂些.

对于一个双入双出的系统, 设 T 的非对角线元素为0而对角线元素具有最大奇异值为1的一阶惯性环节, 取 T 阵的形式如下:

$$T = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_{11}s + 1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{22}s + 1} \end{bmatrix},$$

即认为两个输入和两个输出完全解耦.

例 一个二入二出的精馏塔数学模型为^[3]

$$G(s) = \frac{1}{\tau s + 1} \begin{bmatrix} 0.878 & -0.864 \\ 1.082 & -1.096 \end{bmatrix}, \begin{bmatrix} Y \\ X \end{bmatrix} = G \begin{bmatrix} L \\ V \end{bmatrix},$$

其中时间常数 $\tau = 75\text{min}$, Y 是馏出物成份, X 是产品成份, L, V 分别为回流和蒸汽流速率. 由(4)式得

$$K = \frac{(75s + 1)}{s} \begin{bmatrix} \frac{39.9417}{T_{11}} & -\frac{31.4869}{T_{22}} \\ \frac{39.4315}{T_{11}} & -\frac{31.9971}{T_{22}} \end{bmatrix}, \quad (5)$$

这是一个具有 PI 形式的 1 阶控制器.

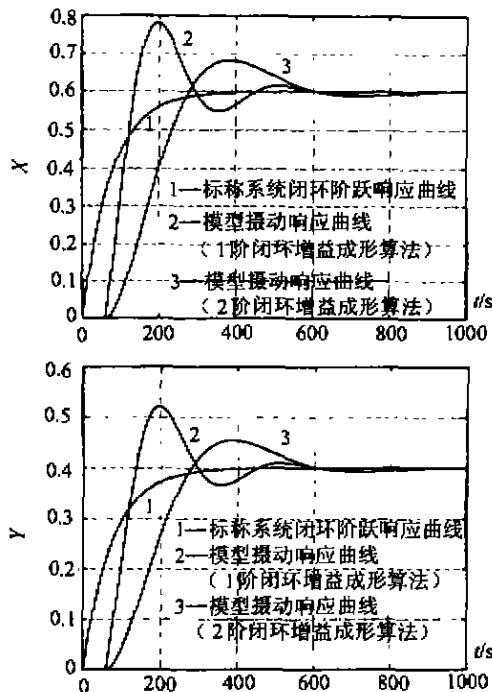


图3 系统的闭环阶跃响应曲线 (输入 $d = \begin{bmatrix} 0.4 \\ 0.6 \end{bmatrix}$)

Fig. 3 Step response for closed-loop system

图3曲线1给出取 $T_{11} = T_{22} = 75$, 被控变量 X, Y 的给定值为阶跃变化向量 d 时标称系统的仿真结果, 曲线2给出模型产生1分钟纯延迟扰动时的闭环阶跃响应曲线, 从曲线2可以看出, 当系统的模型产生扰动(1分钟纯延迟)时, 其鲁棒性能不够理想, 超调量达到了30%左右, 为了提高系统的鲁棒性能, 采用二阶的闭环增益成形控制算法, 即将闭环传递函数矩阵 T 取为:

$$T = \begin{bmatrix} \frac{1}{(T_{11}s + 1)^2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{(T_{22}s + 1)^2} \end{bmatrix},$$

$$K = \frac{(75s + 1)}{s} \begin{bmatrix} \frac{39.9417}{T_{11}} & -\frac{31.4869}{T_{22}} \\ \frac{39.4315}{T_{11}} & -\frac{31.9971}{T_{22}} \end{bmatrix}.$$

$$\begin{bmatrix} \frac{1}{T_{11}s + 2} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_{22}s + 2} \end{bmatrix}.$$

图3曲线3给出取 $T_{11} = T_{22} = 75$ 时系统加1分钟纯延迟模型扰动的闭环阶跃响应曲线, 与曲线2相比, 超调量降至10%左右, 系统的鲁棒性能改善明显.

文献[4]给出精馏塔例子的数学模型与文献[3]讨论的精馏塔模型实际上描述的是同一个过程, 不过文献[4]中采用了变量的标么化处理, 故过程稳态增益相差100倍. 文献[4]给出的用 H_∞ 鲁棒控制的回路成形算法设计的控制器形式为

$$K = \frac{(75s + 1)}{100s} \begin{bmatrix} \frac{39.9417}{1.42857} & -\frac{31.4869}{1.42857} \\ \frac{39.4315}{1.42857} & -\frac{31.9971}{1.42857} \end{bmatrix}, \quad (6)$$

如果(5)式除以100并取 $T_{11} = T_{22} = 1.42857$, 则(5)、(6)二式完全相同.

3 结论(Conclusion)

从控制思想上, 本文提出的控制器设计方法和经典的 H_∞ 鲁棒控制混合灵敏度方法都属于闭环传递矩阵成形算法. 不同的是, 经典的 H_∞ 鲁棒控制混合灵敏度算法是通过求解闭环传递函数矩阵的范数优化问题求解控制器, 在演绎上是处理矩阵的奇异值而不是传递矩阵本身, 因之不得不引用艰深的数学工具, 而其理论严密性优势的发挥最终还得取决于颇具任意性的加权矩阵的选取, 进而对灵敏度函数 S 和补灵敏度函数 T 成形以保证系统的鲁棒性和鲁棒稳定性, 闭环系统具有实际工程意义的参数如带宽频率、关门斜率和闭环频潜峰值与权函数之间的关系模糊, 故而其鲁棒控制器的设计需要权函数迭代经验, 在使用上对初学者会带来相当的困难; 本文的方法直接用给定的系统闭环传递函数矩阵的表示式设计控制器, 首先确定了闭环系统具有工程意义的 T 的最大奇异值、带宽频率、关门斜率及闭环频潜峰值四大参数, 然后根据 S 和 T 的相关性确定了 S 的形状, 进而保证了系统的鲁棒性能和鲁棒稳定性, 其特点是立论的物理概念清晰, 求解过程异常简单, 系统的性能和鲁棒稳定性也都较好.

参考文献(References)

- [1] McFarlane D C and Glover K. Robust controller design using norma-

(下转第313页)

参考轨迹的选取.

在本实验系统中,目的是要尽快到达系统的设定温度,因而参考轨迹直接选为设定温度值,即参考轨迹公式中的 $a = 0$. a 不等于零的情况一般用于随动系统控制.

3 结论(Conclusion)

温度是各种过程控制中一个最常见和最重要的受控变量.本文给出了一个快速高精度温度控制系统的结构、特点及其实现方法.通过改进已有的 GPC 控制方法,与已有 GPC 算法以及传统的 PID 控制相比,改进后的预测控制方法提高了系统的控制精度,缩短了其响应时间.此外,通过基于 Windows 环境下的用户界面的实时显示,可以在线监测整个实验过程中受控量的变化情况.实验结果表明,所采用的系统结构与控制方法可以满足设计任务的要求,并具有一定的普遍意义.

参考文献(References)

- [1] Xi Yugang. Predictive Control [M]. Beijing: National Defense Press, 1993 (in Chinese)
- [2] Zhang Youwei. Mathematic Methods of Prediction [M]. Beijing: National Defense Press, 1991 (in Chinese)
- [3] Deng Zixin and Guo Yixin. Modern Analysis and Applications of Time Series [M]. Beijing: Zhishi Press, 1989 (in Chinese)
- [4] He Limin. Applications of Single Chip Processor [M]. Beijing: Beijing University of Aeronautics and Astronautics Press, 1991 (in Chinese)

本文作者简介

郭巧 1957 年生.博士,教授,博士生导师.主要研究领域为控制理论与控制工程,生物动力学,数字信号处理,计算机网络及其应用等.

曹海鹏 1970 年生.硕士.主要研究领域为过程控制等.

(上接第 306 页)

- [6] Xia Youshen and Wang Jun. A general methodology for designing globally convergent optimization neural networks [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1998, 9(6): 1331 - 1343
- [7] Xia Youshen and Wang Jun. A dual neural network for solving a class of quadratic programming problems [A]. Proceedings of 1999 Conf. Decision and Control [C], Shenyang: Dongbei University Press, 1999, 609 - 611
- [8] Wood R K and Berry M W. Terminal composition control of a binary distillation column [J]. Chem. Engng. Sci., 1973, 28(9): 1707 - 1717
- [9] Cai Xuansan. Optimization and Optimal Control [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1982, 165 - 167

- [10] Mangasarian O L. Solution of symmetric linear complementarity problems by iterative methods [J]. J. Optimization Theory Appl., 1979, 22(2): 465 - 485

本文作者简介

李树荣 1966 年生.教授.1987 年毕业于山东大学,1990 年与 1993 年毕业于中国科学院系统科学研究所,分别获硕士和博士学位,1993 年 9 月于清华大学电机工程与应用电子技术系从事博士后研究工作.主要研究方向为非线性控制理论与应用,数学机械化等.

李峰 1975 年生.助教.1997 年与 2000 年毕业于石油大学(华东)自动化系,分别获学士和硕士学位.主要研究方向为非线性控制理论与应用,神经控制及其应用等.

(上接第 309 页)

- lized coprime factor plant description [A]. Lecture Notes in Control and Information Sciences [M], Berlin Germany: Springer Verlag, 1990
- [2] Yang C D, Tai H C and Lee C C. Experimental approach to selecting H_∞ weighting functions for DC servos [J]. J. of Dynamic Systems, Measurement, and Control, 1997, 119(1): 101 - 105
- [3] Skogestad S. Robust control of ill-conditioned plants: high-purity distillation [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1998, 33(12): 1092 - 1105

- [4] Skogestad S and Postlethwaite I. Multivariable Feedback Control [M]. England: John Wiley & Sons, 1996

本文作者简介

张显群 1968 年生.博士,副教授,硕士生导师.在国际会议及 17 种国内重要学术刊物共发表论文 40 多篇,计算机应用专著 2 部,获交通部科技进步三等奖 1 项、大连市技术开发一等奖 1 项.目前研究方向:鲁棒控制,计算机软件开发,轮机工程.

贾欣乐 见本刊 2001 年第 2 期第 292 页.