

快速模糊正交最小二乘算法

杨 屹

王 江 王先来

(北京控制工程研究所·北京, 100080) (天津大学电气自动化与能源工程学院·天津, 300072)

摘要: 在非线性正交最小二乘辨识方法中引入模糊基函数, 得到可以统一利用语言信息和数据信息的模糊正交最小二乘方法, 并且针对其计算量大, 速度慢的缺点, 推导出不用计算正交项的快速模糊正交最小二乘算法, 并且在玻璃窑炉温度系统离线建模中进行了仿真实验, 验证了算法的有效性。

关键词: 快速模糊正交最小二乘; 非线性; 模糊基函数

文献标识码: A

Fast Fuzzy Orthogonal Least Square Algorithm

YANG Yi

(Beijing Institute of Control Engineering · Beijing, 100080, P. R. China)

WANG Jiang and WANG Xianlai

(College of Electrical Automation and Energy Project, Tianjin University · Tianjin, 300072, P. R. China)

Abstract: Fuzzy orthogonal least square algorithm is deduced adding fuzzy basis function in nonlinear orthogonal least square method, which can use language information and data information. In order to calculate fast, a fast fuzzy orthogonal least square algorithm is deduced, it needs no calculating orthogonal basis functions. Simulation experiments on a glass furnace demonstrate the validity of the proposed algorithm.

Key words: fast fuzzy orthogonal least square; nonlinear; fuzzy basis function

1 引言 (Introduction)

复杂工业过程的建模一直是控制界的一大难点, 目前存在的方法大致有两类: 传统的建模方法和智能化的建模方法。传统的建模方法又可分为机理建模和系统辨识建模, 智能化的建模方法又可分为神经网络建模和模糊辨识。传统建模方法理论成熟, 但只可利用数据信息, 智能化的建模方法虽然理论尚不成熟, 但可利用的信息中增加了语言信息, 传统方法和智能化方法的有机结合将是今后研究的一个发展方向, 本文在此做了探索性的研究工作。

正交最小二乘算法较之普通最小二乘的优越性在于: 它通过正交化方法得到正交基函数, 可以方便地通过误差减小比从一批候选基函数中选择主要的基函数留在最终的模型中, 并且进行参数辨识, 很适合用于非线性建模。本文的方法是将基函数选为模糊基函数, 这样可以充分利用语言信息。另外, 正交最小二乘算法计算量大、速度慢, 可以用无需计算正交项的方法对其快速性进行改进, 最终形成快速模糊正交最小二乘算法为系统建模。

2 模糊正交最小二乘算法 (Fuzzy orthogonal least square algorithm)

1) 基本正交最小二乘算法。

可以用 NARMAX 模型表示一大类非线性系统:

$$y(t) = F[y(t-1) \cdots y(t-N_y)u(t) \cdots u(t-N_u)\epsilon(t-1) \cdots \epsilon(t-N_\epsilon)] + \epsilon(t), \quad (1)$$

$u(t)$ 和 $y(t)$ 分别表示被测输入、输出, $\epsilon(t)$ 表示预测误差, $\epsilon(t) = y(t) - \hat{y}(t)$ 。

这里

$$\begin{aligned} E[\epsilon(t) | y^{t-1}, u^t] &= 0, \\ y^{t-1} &= [y(t-1) \ y(t-2) \ \cdots \ y(1)]^T, \\ u^t &= [u(t) \ u(t-1) \ \cdots \ u(1)]^T, \\ \hat{y}(t) &= E[y(t) | y^{t-1}, u^t]. \end{aligned}$$

N_u, N_y 和 N_ϵ 分别代表输入、输出和预测误差的滞后, $F[\cdot]$ 是非线性函数, 表示成

$$y(t) = F[y(t-1) \cdots y(t-N_y)u(t-d) \cdots u(t-d-N_u+1)\epsilon(t-1) \cdots \epsilon(t-N_\epsilon)] + \epsilon(t)$$

$$\cdots \varepsilon(t - N_{\varepsilon})] + \varepsilon(t), \quad (2)$$

将 $y(t)$ 表示成如下形式:

$$y(t) = \sum_{m=1}^M \theta_m p_m(t) + \varepsilon(t), \quad (3)$$

$$p_m(t) =$$

$$y(t - n_{y1}) \cdots y(t - n_{yk}) u(t - d - n_{u1} + 1) \cdots$$

$$u(t - d - n_{u2} + 1) \varepsilon(t - n_{\varepsilon1}) \cdots \varepsilon(t - n_{\varepsilon q}),$$

θ_m 为未知参数, 如果有 N 组输入输出测量数据可以得到, 则式(3)可表示为矩阵形式:

$$Y = P\theta + \varepsilon. \quad (4)$$

这里

$$Y^T = [y(1) \quad y(2) \quad \cdots \quad y(N)],$$

$$\theta^T = [\theta_1 \quad \theta_2 \quad \cdots \quad \theta_M],$$

$$\varepsilon^T = [\varepsilon(1) \quad \varepsilon(2) \quad \cdots \quad \varepsilon(N)],$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1(1) & p_2(1) & \cdots & p_M(1) \\ p_1(2) & p_2(2) & \cdots & p_M(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(N) & p_2(N) & \cdots & p_M(N) \end{bmatrix}.$$

用扩展最小二乘算法得到:

$$\theta = [P^T P]^{-1} P^T Y. \quad (5)$$

在实际应用中 $p_1, p_2, \cdots, p_M$ 这些项是不知道的, 因此有必要决定这些项, 决定模型结构. 这在非线性系统中非常重要, 因为非线性系统候选模型项的数目非常大. 正交最小二乘算法通过将 $[P^T P]$ 转换为一个正交矩阵, 使 m 个耦合的等式变成 m 个独立的等式. 利用正交性质, 可得到优化模型项选择方法, 得到可表达较准确输入输出关系的关键几个模型项.

通过式(3)得到辅助模型:

$$y(t) = \sum_{m=1}^M g_m w_m(t) + \varepsilon(t), \quad (6)$$

这里

$$\sum_{i=1}^N w_j(t) w_{k+1}(t) = 0, \quad j = 1, \cdots, k. \quad (7)$$

下面将基本的正交最小二乘算法总结如下:

$$\begin{cases} w_1(t) = p_1(t), \\ w_m(t) = p_m(t) - \sum_{r=1}^{m-1} a_{rm} w_r(t), \quad m = 2, \cdots, M. \end{cases} \quad (8)$$

$$a_{rm} = \sum_{i=1}^N p_m(t) w_r(t) / \sum_{i=1}^N w_r^2(t), \quad 1 \leq r \leq m-1. \quad (9)$$

$$\hat{g}_m = \sum_{i=1}^N y(t) w_m(t) / \sum_{i=1}^N w_m^2(t), \quad m = 1, \cdots, M. \quad (10)$$

$$\begin{cases} \hat{\theta}_i = \hat{g}_i - \sum_{k=i+1}^M \alpha_{ik} \hat{\theta}_k, \quad i = 1, 2, \cdots, M-1, \\ \hat{\theta}_M = \hat{g}_M. \end{cases} \quad (11)$$

决定模型结构的方法各有不同, 对正交估计算法有一种更为简单有效的 ERR 选择法.

式(6)可以取时间平均值得出:

$$\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y^2(t) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \left| \sum_{m=1}^M g_m^2 w_m^2(t) \right| + \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \varepsilon^2(t), \quad (12)$$

每一项可以使整个均方误差减小的百分比可以表示成为:

$$ERR_i = \frac{\sum_{i=1}^N g_i^2 w_i^2(t)}{\sum_{i=1}^N y^2(t)} \times 100\%, \quad i = 1, 2, \cdots, M. \quad (13)$$

ERR_i 被称为误差减小比, 由它来决定每一项是否可以保留在最终的模型中. ERR_i 如果低于某一个给定值, 这一项将被舍弃, 因为它对减小均方误差的贡献可以被忽略.

2) 模糊正交最小二乘算法的推导.

由单值模糊产生器、乘积推理规则、中心平均模糊消除器及高斯隶属度函数构成的模糊逻辑系统具有如下形式:

$$f(x) = \frac{\sum_{j=1}^M \bar{y}^j \left[\prod_{i=1}^n \alpha_i^j \exp \left(- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right) \right]}{\sum_{j=1}^M \left[\prod_{i=1}^n \alpha_i^j \exp \left(- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right) \right]}. \quad (14)$$

考虑式(14)所表示的模糊逻辑系统, 将模糊基函数定义如下:

$$p_j(x) = \frac{\prod_{i=1}^n \mu_{p_i^j}(x_i)}{\sum_{j=1}^M \prod_{i=1}^n \mu_{p_i^j}(x_i)}, \quad j = 1, 2, \cdots, M, \quad (15)$$

其中

$$\mu_{p_i^j}(x_i) = \alpha_i^j \exp \left(- \left(\frac{x_i - \bar{x}_i^j}{\sigma_i^j} \right)^2 \right).$$

这样, 式(14)所表示的模糊逻辑系统等价于一个模糊基函数展开式:

$$f(x) = \sum_{j=1}^M p_j(x) \theta_j, \quad (16)$$

其中 $\theta_j = \bar{y}^j \in \mathbb{R}$ 为常数.

将式(16)视为线性回归模型的一个特例:

$$d(t) = \sum_{j=1}^M p_j(t) \theta_j + e(t), \quad (17)$$

其中 $p_j(t) = p_j(x(t))$, $e(t)$ 为误差信号, 并假设与回归因子无关。

① 设有 $N1$ 对输入-输出数据: $(x^0(t), d^0(t))$, $t = 1, 2, \dots, N1$.

② 设有 $N - N1$ ($N - N1 \geq 0$) 条语言信息, 将每一条规则“如果”部分的每一隶属函数最大值对应的自变量值作为 $x^0(t)$, $x^0(t)$ 经乘积推理规则得到 $d^0(t)$. 这样又有 $N - N1$ 组数据: $(x^0(t), d^0(t))$, $t = N - N1, \dots, N$.

③ 这样共有 $N1 + N - N1 = N$ 组数据.

设计任务是找出一个模糊基函数展开式 $f(x)$, 使得 $f(x^0(t))$ 与 $d^0(t)$ 之间的误差最小.

将式(17)从 $t = 1$ 到 N 写成矩阵形式:

$$d = P\theta + e, \quad (18)$$

这里

$$d^T = [d(1) \ d(2) \ \dots \ d(N)],$$

$$\theta^T = [\theta_1 \ \theta_2 \ \dots \ \theta_M],$$

$$e^T = [e(1) \ e(2) \ \dots \ e(N)],$$

$$P = \begin{bmatrix} p_1(1) & p_2(1) & \dots & p_M(1) \\ p_1(2) & p_2(2) & \dots & p_M(2) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ p_1(N) & p_2(N) & \dots & p_M(N) \end{bmatrix}.$$

初始模糊基函数的确定方法:

将 N 个初始 $p_j(x)$ 选为式(15)的形式, 其中 $M = N$, 相应的参数确定方法如下:

选 $\alpha_i^1 = 1$, 原因是假设模糊隶属度函数 $\mu_{x_i}^1(x_i)$ 能够在某个中点 $\bar{x}_i^1$ 上取得单位值 1.

选 $\bar{x}_i^1 = x_i^0(j)$, 在给定的输入-输出数据对中选择这些中点 $\bar{x}_i^1$ 作为输入点.

$$\sigma_i^j = [\max((x_i^0(j), j = 1, 2, \dots, N) - \min(x_i^0(j), j = 1, 2, \dots, N)]/M_j,$$

$$i = 1, 2, \dots, n, \quad j = 1, 2, \dots, N.$$

$M_i \ll N$, M_i 的选取需符合实际系统的约束.

第 1 步 即 $k = 1$ 时, $1 \leq i \leq N$, 计算

$$w_1^{(1)} = p_1, \quad g_1^{(1)} = (w_1^{(1)})^T d^0 / ((w_1^{(1)})^T w_1^{(1)}), \quad (19)$$

$$[err]_1^{(1)} = (g_1^{(1)})^2 (w_1^{(1)})^T w_1^{(1)} / ((d^0)^T d^0), \quad (20)$$

$p_i^T = [p_i(x^0(1)) \ \dots \ p_i(x^0(N))]$, 而且 $p_i(x^0(t))$ 由初始模糊基函数确定方法求出. $[err]_1^{(1)} = \max([err]_1^{(1)}, 1 \leq i \leq N)$, 同时选择

$$w_1 = w_1^{(1)} = p_{i_1}, \quad g_1 = g_1^{(1)}. \quad (21)$$

第 k 步 $2 \leq k \leq M$, $1 \leq i \leq N$, $i \neq i_1, \dots, i \neq i_{k-1}$, 计算出

$$\alpha_{jk}^{(i)} = w_j^T p_i / (w_j^T w_j), \quad 1 \leq j < k, \quad (22)$$

$$\begin{cases} w_k^{(i)} = p_i - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{jk}^{(i)} w_j, \\ g_k^{(i)} = (w_k^{(i)})^T d^0 / ((w_k^{(i)})^T w_k^{(i)}), \end{cases} \quad (23)$$

$$[err]_k^{(i)} = (g_k^{(i)})^2 (w_k^{(i)})^T w_k^{(i)} / ((d^0)^T d^0). \quad (24)$$

再求出

$$[err]_k^{(i)} = \max([err]_k^{(i)}, 1 \leq i \leq N, i \neq i_1, \dots, i \neq i_{k-1}), \quad (25)$$

同时选择

$$w_k = w_k^{(i_k)}, \quad g_k = g_k^{(i_k)}, \quad (26)$$

解三角型系统

$$A^{(M_i)} \theta^{(M_i)} = g^{(M_i)}, \quad (27)$$

这里

$$A^{(M_i)} = \begin{bmatrix} 1 & \alpha_{12}^{(i_2)} & \alpha_{13}^{(i_3)} & \dots & \alpha_{1M_i}^{(i_{M_i})} \\ 0 & 1 & \alpha_{23}^{(i_3)} & \dots & \alpha_{2M_i}^{(i_{M_i})} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 1 & \alpha_{(M_i-1)M_i}^{(i_{M_i})} \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix},$$

$$g^{(M_i)} = [g_1 \ \dots \ g_{M_i}]^T, \quad \theta^{(M_i)} = [\theta_1^{(M_i)} \ \dots \ \theta_{M_i}^{(M_i)}]^T.$$

模糊基函数展开式的最后形式为:

$$f(x) = \sum_{j=1}^{M_i} p_j(x) \theta_j^{(M_i)}. \quad (28)$$

模糊正交最小二乘算法较之传统的正交最小二乘算法的优点是能够很方便地将数据(以输入-输出数据对形式)和语言(以模糊“如果-则”规则的形式)这两类信息统一加以利用. 由该算法产生系统的结构和参数既简单又有效, 但所需计算量较大, 可以用下面介绍的快速正交最小二乘算法改进.

3 快速模糊正交最小二乘算法(Fast fuzzy orthogonal least square algorithm)

1) 快速正交最小二乘基本算法如下:

首先将基本的正交最小二乘算法重新写为如下形式:

$$w_k(t) = p_k(t) - \sum_{i=1}^{k-1} \alpha_{ik} w_i(t), \quad (29)$$

$$\alpha_{ik} = \frac{\sum_{t=1}^N p_k(t) w_i(t)}{\sum_{t=1}^N w_i^2(t)} =$$

$$\frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N p_k(t) w_i(t)}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i^2(t)} = \frac{\overline{p_k(t) w_i(t)}}{\overline{w_i^2(t)}}, \quad (30)$$

$$\hat{g}_k = \frac{\sum_{i=1}^N y(t) w_k(t)}{\sum_{i=1}^N w_k^2(t)} = \frac{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N y(t) w_k(t)}{\frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_k^2(t)} = \frac{\overline{y(t) w_k(t)}}{\overline{w_k^2(t)}}, \quad (31)$$

$$\text{err}_k = \frac{\sum_{i=1}^N \hat{g}_k^2 w_k^2(t)}{\sum_{i=1}^N y^2(t)} = \frac{\overline{\hat{g}_k^2 w_k^2(t)}}{\overline{y^2(t)}} = \frac{[\overline{y(t) w_k(t)}]^2}{\overline{w_k^2(t)} \cdot \overline{y^2(t)}}. \quad (32)$$

基本正交最小二乘算法参数求出:

$$\hat{\theta}_i = \hat{g}_i - \sum_{k=i+1}^m \alpha_{ik} \hat{\theta}_k, \quad \hat{\theta}_m = \hat{g}_m. \quad (33)$$

做如下定义

$$\begin{cases} R(k, i) = \overline{p_k(t) w_i(t)}, \\ R(k, k) = \overline{w_k^2(t)}, \quad C(k) = \overline{y(t) w_k(t)}, \end{cases} \quad (34)$$

得到

$$\begin{cases} R(k, i) = \overline{p_k(t) p_i(t)} - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ji} R(k, j), \\ k > i, \quad i = 1, \dots, k-1, \end{cases} \quad (35)$$

$$\begin{cases} R(k, k) = \overline{p_k^2(t)} - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{jk}^2 R(j, j), \\ C(k) = \overline{y(t) p_k(t)} - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{jk} C(j). \end{cases} \quad (36)$$

初值设定为

$$\begin{cases} R(k, 1) = \overline{p_k(t) p_1(t)}, \\ R(1, 1) = \overline{p_1^2(t)}, \quad C(1) = \overline{y(t) p_1(t)}. \end{cases} \quad (37)$$

正交估计算法重写为如下形式:

$$\begin{cases} \alpha_{jk} = \frac{R(k, j)}{R(j, j)}, \quad \hat{g}_k = \frac{C(k)}{R(k, k)}, \\ \text{err}_k = \frac{C^2(k)}{R(k, k) y^2(t)}. \end{cases} \quad (38)$$

快速正交最小二乘算法参数估计如下:

$$\hat{\theta}_i = \hat{g}_i - \sum_{k=i+1}^m \frac{R(k, i)}{R(i, i)} \hat{\theta}_k, \quad \hat{\theta}_m = g_m. \quad (39)$$

快速正交最小二乘算法最为突出的优点是省去了矩阵 W 的计算.

2) 下面推导快速模糊正交最小二乘算法如下:

$k = 1$, 对于 $1 \leq l \leq N$, 计算出

$$\begin{cases} g_1^{(1)} = \frac{C^1(1)}{R^1(1, 1)}, \quad [\text{err}]_1^{(1)} = \frac{(C^1(1))^2}{R^1(1, 1) y^2}, \\ [\text{err}]_l^{(1)} = \max([\text{err}]_1^{(1)}, 1 \leq l \leq N), \quad g_1 = g_1^{(1)}. \end{cases} \quad (40)$$

初始条件的确定:

$$R^1(1, 1) = (p_1^1)^2, \quad C^1(1) = \overline{y \cdot p_1^1}, \quad p_1^1 = p_1, \quad (41)$$

$p_l = [p_l(x^0(1)), \dots, p_l(x^0(N))]^T$, 且 $p_l(x^0(t))$ 由初始模糊基函数确定方法确定出.

$$p_1 = p_1^{(1)}, \quad R(1, 1) = R^{(1)}(1, 1), \quad C(1) = C^1(1). \quad (42)$$

第 k 步 $2 \leq k \leq M, 1 \leq l \leq N, l \neq l_1, \dots, l \neq l_{k-1}$, 计算出

$$\begin{cases} a_{jk}^l = \frac{R^l(k, j)}{R(j, j)}, \quad 1 \leq j < k, \\ g_k^l = \frac{C^l(k)}{R^l(k, k)}, \quad [\text{err}]_k^{(l)} = \frac{(C^l(k))^2}{R^l(k, k) y^2}, \end{cases} \quad (43)$$

$$[\text{err}]_k^{(l)} = \max([\text{err}]_k^{(l)}, 1 \leq l \leq N, l \neq l_1, \dots, l \neq l_{k-1}), \quad (44)$$

$$\begin{cases} g_k = g_k^{(l)}, \quad p_k = p_k^{(l)}, \quad \alpha_{jk} = \alpha_{jk}^{(l)}, \\ R(k, k) = R^l(k, k), \quad C(k) = C^l(k). \end{cases} \quad (45)$$

有关项的计算:

$$R^l(k, 1) = \overline{p_k^l p_1}, \quad p_k^l = p_l, \quad l \neq l_1, \dots, l \neq l_{k-1}, \quad (46)$$

$$\begin{cases} R^l(k, i) = \overline{p_k^l p_i} - \sum_{j=1}^{i-1} \alpha_{ji} R^l(k, j), \\ k > i, \quad i = 1, \dots, k-1. \end{cases} \quad (47)$$

$$\begin{cases} R^l(k, k) = \overline{(p_k^l)^2} - \sum_{j=1}^{k-1} (\alpha_{jk}^l)^2 R(j, j), \\ C^l(k) = \overline{y p_k^l} - \sum_{j=1}^{k-1} \alpha_{jk}^l C(j). \end{cases} \quad (48)$$

最后得到:

$$\theta_i = g_i - \sum_{k=i+1}^M \alpha_{ik} \theta_k, \quad 1 \leq i < M, \quad \theta_M = g_M, \quad (49)$$

$$f(x) = \sum_{j=1}^M p_j(x) \theta_j. \quad (50)$$

4 在玻璃窑炉温度系统建模中的应用 (The applications in the modelling of a glass furnace temperature system)

玻璃窑炉温度系统是一具有一定非线性、参数时变、具有较大的纯滞后环节、受到各种干扰影响的一分布参数系统, 对其建模非常困难. 以下数据是从

天津远洋玻璃制品有限公司生产线的现场采来的数据. 采样周期为 2 分钟, 且为两分钟内的平均值, 共采得 221 组数据. 采了六个变量值: 四个油枪油流量、3# 热点温度和澄清部温度. 前三个枪主要用来调节 3# 热点温度, 4# 枪主要用来调节澄清部温

度. 因此, 将枪 1, 2, 3 的总流量作为输入量 u_1 , 将 3# 热点温度作为输出量 y_1 , 将 4# 枪流量作为输入量 u_2 , 澄清部温度作为输出量 y_2 .

根据实践经验得到有关参数, 利用从现场得到的实际数据进行仿真实验:

$$\hat{y}_1(t) = f_1(z_1(t)), \quad \hat{y}_2(t) = f_2(z_2(t)), \quad N = 221, \quad M_s = 25,$$

$$z_1(t) = [y_1(t-1) \quad y_1(t-2) \quad y_1(t-3) \quad u_1(t-2) \quad u_1(t-3) \quad u_2(t-2) \quad u_2(t-3)],$$

$$z_2(t) = [y_2(t-1) \quad y_2(t-2) \quad y_2(t-3) \quad u_1(t-2) \quad u_1(t-3) \quad u_2(t-2) \quad u_2(t-3)].$$

1) 利用普通的正交最小二乘算法进行仿真实验, 结果如图 1 和图 2 所示.

2) 利用快速模糊正交最小二乘算法进行仿真实验, 结果如图 3 和图 4 所示.

图中‘—’为模型输出值, ‘...’为实际系统输出值. 经比较发现, 快速模糊正交最小二乘算法不但在建模过程中计算量小, 而且建模效果也比普通的正交最小二乘算法好.

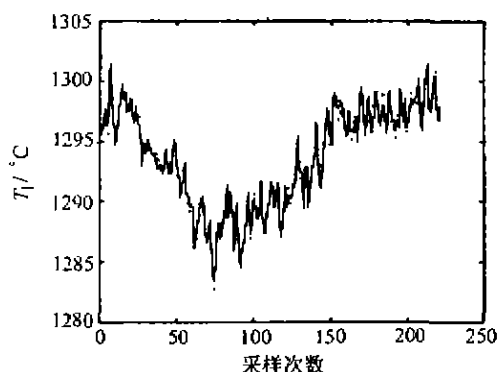


图 1 3# 热点温度

Fig 1 Temperature of No.3

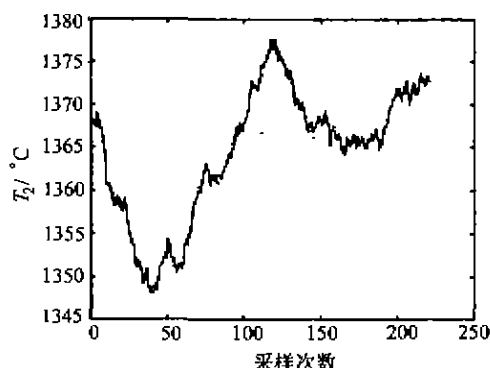


图 2 澄清部温度

Fig 2 Temperature of CQ

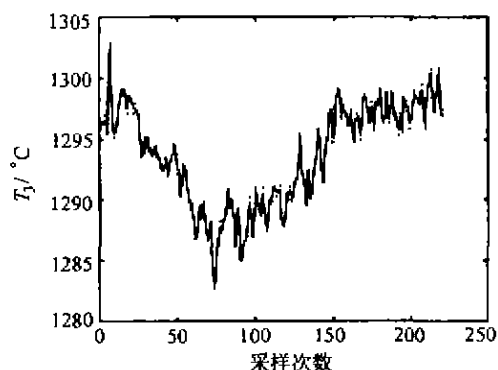


图 3 3# 热点温度

Fig 3 Temperature of No.3

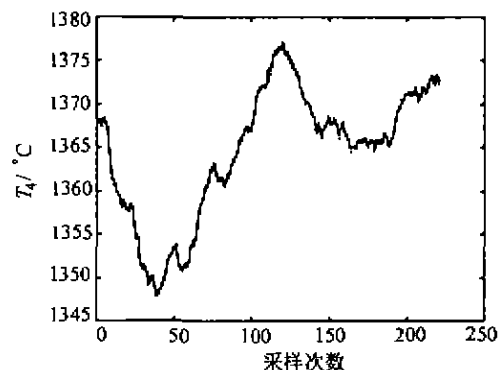


图 4 澄清部温度

Fig 4 Temperature of CQ

参考文献 (References)

- [1] Wang L X. Adaptive Fuzzy System and Control [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, Inc., 1994
- [2] Chen S, Billings S A, Cowan C F N and Grant P W. Nonlinear systems identification using radial basis functions [J]. Int. J. of System Science, 1990, 21(19): 2513 - 2539
- [3] Korenberg M J, Billings S A, Liu Y R and McIlroy P J. Orthogonal parameter estimation algorithm for nonlinear stochastic systems [J]. Int. J. Control, 1988, 48(1): 193 - 210
- [4] Zhu Q M and Billings S A. Fast orthogonal identification of nonlinear stochastic models and radial basis function neural networks [J]. Int. J. Control, 1996, 64(5): 871 - 886

- [5] Chen S, Cowan C F N and Grant P M. Orthogonal least squares learning algorithm for radial basis function networks [J]. IEEE Trans. on Neural Networks, 1991, 2(2): 302 - 309
- [6] Chen S, Billings S A and Luo W. Orthogonal least squares methods and their application to non-linear system identification [J]. Int. J. Control, 1989, 50(5): 1873 - 1896

本文作者简介

杨 屹 1972 年生, 1998 年毕业于天津大学电气自动化与能源工程学院, 获硕士学位. 现在北京控制工程研究所工作. 研究方向为智能控制, 电气传动等.

王 江 见本刊 2001 年第 2 期第 184 页.

王先来 见本刊 2001 年第 2 期第 184 页.