第 18 卷第 4 期
2001 年 8 月

控制理论与应用
CONTROL THEORY AND APPLICATIONS

Vol. 18, No. 4
Aug., 2001

文章编号：1000 - 8152(2001)04 - 0573 - 03

# 一类具有不确定性的相似组合系统的鲁棒输出反馈镇定*

张颖伟　王　剑　张嗣瀛
（东北大学信息科学与工程学院·沈阳，110006）

**摘要**：讨论受非线性扰动的线性相似子系统经非线性互联而形成的组合大系统（相似组合系统）的鲁棒输出反馈镇定问题，这类相似组合系统可以用结构类似于"砰砰"控制的分散输出反馈控制器鲁棒渐近镇定.

**关键词**：相似组合系统；鲁棒镇定；分散输出反馈
**文献标识码**：A

# Decentralized Output Feedback Robust Stabilization for a Class of Nonlinear Interconnected Systems with Similarity

ZHANG Yingwei,　WANG Jian　and　ZHANG Siying
(Department of Automatic Control, Northeastern University · Shenyang, 110006, P.R.China)

**Abstract**: The problem of decentralized output feedback stabilization for a class of nonlinear uncertain interconnected systems with similar subsystems is considered, and a type of controller is developed. It is shown that both the analyses of systems and the design of controllers are simplified by a similar structure. Finally, an example is presented to illustrate the results given and an estimation of the associated stabilized domain. Simulation shows that our method is very effective.

**Key words**: nonlinear interconnected systems; robust stabilization; decentralized output feedback

## 1 引言(Introduction)

不确定系统的镇定是控制系统研究的一个重要问题[1~5]. 一般说来，系统的镇定通常包括状态反馈镇定和输出反馈镇定，前者已取得了许多研究成果，但前者需要借助于系统的全部状态信息. 在实际工程中，系统的状态一般是未知的，有的花费较大的代价量测系统的状态实际上是很不经济的甚至是不可能的，即便系统的状态变量可直接测量，由于对非线性系统，用估计状态和用系统的真实状态进行研究可能会得到不同甚至截然相反的结论. 所以，研究系统的输出反馈镇定具有重大的理论意义和实际意义.

近几十年来，关于输出反馈镇定的研究已取得了一些结果. 由于输出反馈一般只能利用系统的部分信息，所以，同状态反馈相比，输出反馈镇定所取得的成果要少得多. 已取得的关于输出反馈镇定的研究成果大都是对线性系统或是非线性系统的. 而对于组合大系统，这方面的结果比较少，至于非线性组合大系统，由于其中既有系统的非线性特性，又有子系统之间的互联作用，再加之系统的不确定性及高维性，使得其研究非常困难，已有的结果对系统都有很强的限制.

本文讨论受非线性扰动的线性相似子系统经非线性互联而形成的组合大系统.

## 2 系统描述及定义(Systems description and definition)

考虑下述具有不确定性的非线性组合大系统：

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_i(u_i + \Delta g_i(x_i, t)) + \\ \qquad \Delta f_i(x_i, t) + \sum\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} (d_{ij}(x_j) + \Delta d_{ij}(x_j)), \\ y_i = C_i x_i, \ i = 1, 2, \cdots, N. \end{cases} \tag{1}$$

其中 $x_i \in \mathbb{R}^n$, $y_i, u_i \in \mathbb{R}^m$ 分别是第 $i$ 个子系统的状态、输出和输入；$A_i, B_i$ 分别是常值阵；$\Delta f_i(x_i, t)$ 和 $\Delta g_i(x_i, t)$ 分别是第 $i$ 个子系统的不匹配不确定项和匹配不确定项；$\sum\limits_{\substack{j=1 \\ j \neq i}}^{N} d_{ij}(x_j)$ 是非线性互联项，再由

* 基金项目：国家自然科学基金(79970114)和高等学校博士学科点专项基金资助项目.
收稿日期：1999 - 03 - 22；收修改稿日期：2000 - 05 - 22.

$\sum_{j=1, j\neq i}^{N} d_{ij}(x_j) \in V_n^{\omega}(\Omega)$ 及 $d_{ij}(0) = 0 (i \neq j, i, j = 1, 2, \cdots, N)$ 知道[4],存在 $\Omega_j$ 上的光滑函数矩阵 $\eta_{ij}(x_j)$,使得

$$d_{ij}(x_j) = \eta_{ij}(x_j)x_j, \ i,j = 1,2,\cdots,N, \ i \neq j, \tag{2}$$

$\Omega_i$ 是 $x_i = 0$ 的某邻域,$\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_N$ 是 $x = 0$ 的邻域,$x = \mathrm{col}(x_1, x_2, \cdots, x_N)$.不失一般性,假设 $d_{ij}(0) = 0 (i \neq j, i,j = 1,2,\cdots,N)$. $\sum_{j=1, j\neq i}^{N} \Delta d_{ij}(x_j)$ 是第 $i$ 个子系统的非匹配不确定互联项.

**定义 2.1** 以下系统

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + B_i(u_i + \Delta g_i(x_i, t)) + \Delta f_i(x_i, t), \\ y_i = C_i x_i, \ i = 1,2,\cdots,N \end{cases} \tag{3}$$

叫做系统(1)的孤立子系统.

**定义 2.2** 如果存在 $m \times n$ 阶矩阵 $F_i$ 和 $n$ 阶非奇异矩阵 $T_i$ 使得

$$\begin{cases} T_1^{-1}(A_1 + B_1F_1C_1)T_1 = \\ T_2^{-1}(A_2 + B_2F_2C_2)T_2 = \cdots = \\ T_N^{-1}(A_N + B_NF_NC_N)T_N, \\ T_1^{-1}B_1 = T_2^{-1}B_2 = \cdots = T_N^{-1}B_N, \end{cases} \tag{4}$$

则称系统(1)为相似组合大系统,并称 $(T_i, F_iC_i)$ 为第 $i$ 个子系统的相似参量.

**定义 2.3** 考虑系统(1).假设 $\Omega_i$ 是 $x_i = 0$ 的某邻域并且 $\Omega = \Omega_1 \times \Omega_2 \times \cdots \times \Omega_N$, 如果存在

$$u_i = \Phi(y_i, t), \ i = 1,2,\cdots,N, \tag{5}$$

其中 $(y_i, t) \in \Omega_i \times \mathbb{R}^+$,使得分别由系统(5)和(1),系统(5)和(3)组成的闭环系统在区域 $\Omega$ 上都是渐近稳定的,则称系统(1)在区域 $\Omega$ 上可用分散输出反馈控制器镇定.

## 3 鲁棒控制器设计(Robust controller design)

考虑组合系统(1),对系统(1)做如下假设:

**假设 1** $(A_i, B_i)$ 都是能控对;

假设 $(A_i, B_i)$ 都是能控对,且 $m = 1$,则知道[5],存在相似参量 $(T_i, F_iT_i^{-1}C_i)$ 使得

$$T_i^{-1}(A_i + B_iF_iT_i^{-1}C_i)T_i = A, \ T_i^{-1}B_i = B, \ i = 1,2,\cdots,N.$$

其中 $(A, B)$ 能控,则系统(1)是相似组合大系统且假设存在矩阵 $K$ 使矩阵 $(A + BKC_i)$ 是 Hurwitz 稳定的,所以对任一正定矩阵 $Q$,下述 Lyapunov 方程

$$(A + BKC_i)^{\mathrm{T}}P_i + P_i(A + BKC_i) = -Q, \ i = 1,2,\cdots,N \tag{6}$$

有唯一正定矩阵 $P_i$.

**假设 2** 存在已知的函数 $\rho(\cdot, t), \mu(\cdot)$ 和 $\gamma(\cdot)$ 使得

1) $$\| \Delta g_i(x_i, t) \| \leqslant \rho(y_i, t); \tag{7}$$

2) $$\| \Delta f_i(x_i, t) \| \leqslant \gamma(\| x_i \|)\mu \| y_i \|) \| y_i \|, \tag{8}$$

3) $$\| \Delta d_{ij}(x_j) \| \leqslant \upsilon_{ij} \| x_i \|, \ j \neq i, \ i,j = 1,2,\cdots,N, \tag{8a}$$

其中 $\rho(\cdot, t), \mu(\cdot)$ 和 $\gamma(\cdot) \in C^l(\mathbb{R}^+)$

**假设 3** $B^{\mathrm{T}}P_i = FC_i, \ i = 1,2,\cdots,N.$

**定理 3.1** 在假设 1,2 和 3 下,如果 $W^{\mathrm{T}}(x) + W(x)$ 是区域 $\Omega$ 上的正定阵,其中

$$W(x) = (\omega_{ij}(x_j))_{N \times N},$$

$$\omega_{ij}(x_j) = \begin{cases} 1, & j = i, \\ -(2a_{ij} + b_{ij}), & j \neq i, \end{cases} \tag{9}$$

$$a_{ij} = \lambda_M((Q^{-\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}} P_i T_i^{-1} \eta_{ij}(x_j) Q^{-\frac{1}{2}}),$$

$$b_{ij} = \upsilon_{ij} \lambda_M((Q^{-\frac{1}{2}})^{\mathrm{T}} (P_i^2 + I) Q^{-\frac{1}{2}}),$$

这里 $1 \leqslant i,j \leqslant N$,则系统(1)可用输出反馈控制器分散鲁棒镇定.

证 设计如下的控制器:

$$u_i(F_iT_i^{-1} + KT_i^{-1})y_i + u_i^a + u_i^b, \ i = 1,2,\cdots,N, \tag{10}$$

$$u_i^a = \begin{cases} -\dfrac{F_iy_i}{\| F_iy_i \|}\rho(y_i, t), & y_i \neq 0, \\ 0, & y_i = 0, \end{cases} \tag{11}$$

$$u_i^b = -\frac{1}{2\varepsilon}(F_i^{\mathrm{T}})^{-1} \| P_i \|^2 \mu^2(\| y_i \|) \| y_i \|. \tag{12}$$

由系统(1)与控制器构成的闭环系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i = & (A_i + B_iF_iT_i^{-1}C_i + B_iKT_i^{-1}C_i)x_i + \\ & B_i(u_i^a + u_i^b + \Delta g_i(x_i, t)) + \Delta f_i(x_i, t) + \\ & \sum_{j=1, j\neq i}^{N} (d_{ij}(x_j) + \Delta d_{ij}(x_j)), \ i = 1,2,\cdots,N. \end{aligned} \tag{13}$$

对系统(13),构造正定函数

$$V(x_1, x_2, \cdots, x_N) = \sum_{i=1}^{N} x_i^{\mathrm{T}}[(T_i^{-1})^{\mathrm{T}} P_i T_i^{-1}] x_i, \tag{14}$$

$$\dot{V}(x_1, x_2, \cdots, x_N) |_{(13)} =$$

$$\sum_{i=1}^{N} \{ x_i^{\mathrm{T}}(T_i^{-1})^{\mathrm{T}}[T_i^{-1}(A_i + B_iF_iT_i^{-1}C_i)T_i + T_i^{-1}B_iKC_i)P_i +$$

$$P_i(T_i^{-1}(A_i + B_iF_iT_i^{-1}C_i)T_i + T_i^{-1}B_iKC_i)]T_i^{-1} +$$

$$2x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}[B_i(u_i^a+u_i^b+\Delta g_i(x_i,t))+\Delta f_i(x_i,t)+\sum_{\substack{j=1\\j\neq N}}^{N}(d_{ij}(x_j)+\Delta d_{ij}(x_j))]\}=$$

$$\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}((T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1})x_i+2\sum x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}[B_i(u_i^a+\Delta g_i(x_i,t))+2\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}(B_iu_i^b+\Delta f_i(x_i,t))+2\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq N}}^{N}(\eta_{ij}(x_j)x_j+\Delta d_{ij}(x_j)).\tag{15}$$

由假设2,3和 $u_i^a$ 的结构形式可得

$$x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}B_i(u_i^a(y_i)+\Delta g)=x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iB(u_i^a(y_i)+\Delta g)=(F_iy_i)^{\mathrm T}(u_i^a(y_i)+\rho(y_i,t))=$$

$$\begin{cases}(F_iy_i)^{\mathrm T}(-\dfrac{F_iy_i}{\|F_iy_i\|}\rho(y_i,t)+\rho(y_i,t)), & y_i\neq 0,\\ 0, & y_i=0,\end{cases}\leqslant$$

$$-\|F_iy_i\|\rho(y_i,t)+\|F_iy_i\|\|\rho(y_i,t)\|\leqslant 0,\ i=1,2,\cdots,N,\tag{16}$$

所以

$$\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}B_i(u_i^a(y_i)+\Delta g)\leqslant 0,\ i=1,2,\cdots,N.\tag{16a}$$

由假设2,3和 $u_i^b$ 的结构形式可得

$$-\frac12x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1}x_i+2x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_i(\Delta f+Bu_i^b(x))=$$

$$-\frac12(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}Q(T_i^{-1}x_i)+2(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}P_i\Delta f+2(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}P_iBu_i^b\leqslant$$

$$-\frac12(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}Q(T_i^{-1}x_i)+2(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}P_i\Delta f+2(Fy_i)^{\mathrm T}u_i^b\leqslant$$

$$-\frac12(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}Q(T_i^{-1}x_i)+\varepsilon\|T_i^{-1}x_i\|^2\gamma^2(\|x_i\|)+\frac1\varepsilon\|P_i\|\mu^2(\|y_i\|)\|y_i\|^2-\frac1\varepsilon\|P_i\|^2\mu^2(\|y_i\|)\|y_i\|^2=$$

$$-\frac12(T_i^{-1}x_i)^{\mathrm T}Q(T_i^{-1}x_i)+\varepsilon\|T_i^{-1}x_i\|^2\gamma^2(\|x_i\|).\tag{17}$$

由矩阵 $Q$ 的正定性及 $\gamma(\cdot)$ 的连续性知,存在正常数 $\varepsilon$ 使得

$$\varepsilon\|T_i^{-1}x_i\|^2\gamma^2(\|x_i\|)\leqslant\frac12(T_i^{-1})^{\mathrm T}x_i^{\mathrm T}QT_i^{-1}x_i,\ i=1,2,\cdots,N\tag{18}$$

对所有的 $x_i\in\Omega_i$,事实上任意满足 $0\leqslant\varepsilon\leqslant\dfrac12\dfrac{\lambda_{\min}(Q)}{\max\limits_{1\leqslant i\leqslant N}\sup\limits_{x_i\in\Omega_i}\gamma^2(\|x_i\|)}$ 的 $\varepsilon$ 都满足不等式(18).

由式(17)和(18)得

$$\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}((T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1})x_i+\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}\cdot P_iT_i^{-1}(B_iu_i^b+\Delta f_i(x_i,t))\leqslant 0.\tag{19}$$

由式(16)~(19)得

$$\dot V(x_i,x_2,\cdots,x_N)|_{(13)}\leqslant\sum_{i=1}^{N}(-\frac12x_i^{\mathrm T}((T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1})x_i+2\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq N}}^{N}(\eta_{ij}(x_j)x_j+\Delta d_{ij}(x_j)))\leqslant$$

$$-\frac12\sum_{i=1}^{N}(x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}(Q^{\frac12})^{\mathrm T}Q^{\frac12}T_i^{-1}x_i-2x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}(Q^{\frac12})^{\mathrm T}(Q^{-\frac12})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}(\eta_{ij}(x_j)x_j+\Delta d_{ij}(x_j))\leqslant$$

$$-\sum_{i=1}^{N}(\frac12\|Q^{\frac12}T_i^{-1}x_i\|^2-2\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}\lambda_M((Q^{-\frac12})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}\eta_{ij}(x_j)T_jQ^{\frac12}\|Q^{\frac12}T_i^{-1}x_i\|\|Q^{\frac12}T_j^{-1}x_j\|)+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}v_{ij}\lambda_M((Q^{-\frac12})^{\mathrm T}(P_i^2+I)Q^{\frac12}\|Q^{\frac12}T_i^{-1}x_i\|\|Q^{\frac12}T_j^{-1}x_j\|,$$

所以

$$\sum_{i=1}^{N}(-\frac12x_i^{\mathrm T}((T_i^{-1})^{\mathrm T}QT_i^{-1})x_i+2\sum_{i=1}^{N}x_i^{\mathrm T}(T_i^{-1})^{\mathrm T}P_iT_i^{-1}\sum_{\substack{j=1\\j\neq N}}^{N}(\eta_{ij}(x_j)x_j+\Delta d_{ij}(x_j)))\leqslant$$

$$\sum_{i=1}^{N}(-\frac12\|Q^{\frac12}T_i^{-1}x_i\|^2+\sum_{\substack{j=1\\j\neq i}}^{N}(2a_{ij}+b_{ij})\|Q^{\frac12}T_i^{-1}x_i\|\|Q^{\frac12}T_j^{-1}x_j\|)=-\frac12Y^{\mathrm T}(W^{\mathrm T}(x)+W(x))Y,$$

其中 $Y=(\|Q^{\frac12}T_1^{-1}x_1\|,\|Q^{\frac12}T_2^{-1}x_2\|,\cdots,\|Q^{\frac12}T_N^{-1}x_N\|)^{\mathrm T}$.由 $W^{\mathrm T}(x)+W(x)$ 在区域 $\Omega$ 上的正定性及 $T_i(i=1,2,\cdots,N)$ 非奇异性得 $\dot V|_{(10)}$,是区域 $\Omega$ 上的负定函数,所以系统(1)在区域 $\Omega$ 上关于 $x=0$ 渐近稳定.

综上所述,非线性组合系统(1)可用控制器(5)鲁棒镇定.

## 4 结论(Conclusion)

不确定系统的镇定是控制系统研究的一个重要问题,研究系统的输出反馈镇定具有重大的理论意

(下转第580页)

## 参考文献(References)


[1] Zadeh L A. Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes [J]. IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, 1973,3(3):28 - 44

[2] Mamdani E H and Assilian S. An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller [J]. Int. J. Man Machine Studies, 1974,(4):1 - 13

[3] Tsukamoto. Y. Fuzzy logic based on Lukasiewicz logic and its application to diagnosis and control [D]. Tokyo: Tokyo Institute of Technology, 1979

[4] Chen Yongyi, Chen Tuyun. The method of the characteristic expanding approximate inference [J]. J. of Liaoning Normal University, 1984,(3):1 - 7 (in Chinese)

[5] Wang Peizhuang, Zhang Hongmin. The truth - valued inference and its dynamical description [J]. J. of Beijing Normal University, 1989,(1):1 - 9 (in Chinese)

[6] Zhang Jili. Fuzzy-neural network control and its applications in the building thermal process [D]. Harbin: Harbin University of Civil Engineering and Architecture, 1998 (in Chinese)

[7] Zhang Youde. Technique Handbook of the Principle and Application for the Single-Ship Microcomputer of the Philips 80C51 [M]. Beijing: The Publishing House of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 1992, 1 - 45 (in Chinese)


## 本文作者简介


**张吉礼** 1969年生.博士.现在哈尔滨工业大学能源科学与工程学院做博士后研究工作.主要从事模糊-神经网络控制,单片机控制系统研制与开发,建筑热工系统控制与仿真.

**欧进萍** 1959年生.博士.哈尔滨建筑大学副校长,研究员,博士生导师.主要从事模糊随机动态系统与控制,结构耗能减振与振动控制,结构损伤、可靠度与维修决策.

**孙德兴** 1942年生.1986年在德国获博士学位,哈尔滨建筑大学建筑热能工程系主任,教授.主要研究方向为空调制冷和热工原理.


(上接第575页)

义和实际意义.本文给出新型的控制器,在工程上易于实现.

## 参考文献(References)


[1] Petersen I R and Hollot C V. A stabilization algorithm for a class of uncertain linear systems [J]. Systems & Control Letters, 1987, 8(3):351 - 357

[2] Saberi A and Khalil H. Decentralized stabilization of interconnected systems using output feedback [J]. Int. J. Control, 1985, 41(6):1461 - 1475

[3] Cheng C F. Output feedback stabilization for uncertain systems: constrained Riccati approach [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1988,43(1):81 - 84

[4] Yang G H and Zhang S Y. Stabilizing controllers for uncertain symmetric composite systems [J]. Automatica, 1995, 31(2): 337 - 340

[5] Sundarshan M K and Elbana R M. Qualitative analysis and decentrailzed controller synthesis for a class of large scale systems with symmetrically interconnected subsystems [J]. Automatica, 1991, 27(2):383 - 388


## 本文作者简介


**张颖伟** 1969年生 东北大学控制理论与应用专业博士 研究方向为相似组合大系统.

**王 剑** 1957年生.东北大学信息学院副教授.研究方向为相似组合大系统.

**张嗣瀛** 见本刊20001年第1期第30页.