

文章编号: 1000-8152(2001)05-0774-05

预测函数控制系统的闭环性能分析*

胡家升

(大连理工大学电子与信息学院·大连, 110624)

潘红华

(大连舰艇学院舰炮系·大连, 116018)
(大连理工大学电子与信息学院·大连, 110624)

苏宏业 褚健

(浙江大学工业控制技术国家重点实验室, 先进控制研究所·杭州, 310027)

摘要: 分析了单变量预测函数控制系统的闭环稳定性、跟踪性能、鲁棒性等问题, 并在此基础上讨论了控制参数的调节方法. 通过理论分析和仿真表明预测函数控制方法是一种具有计算简单、鲁棒性较强、抑制干扰能力好、控制精度高的控制方法.

关键词: 预测控制; 预测函数控制; 稳定性; 鲁棒性; 干扰抑制

文献标识码: A

Performance Analysis for Predictive Functional Control System

HU Jiasheng

(Academy of Electrical and Information, Dalian University of Technology · Dalian, 110624, P. R. China)

PAN Honghua

(Department of Shipborne Gun, Dalian Naval Academy · Dalian, 116018, P. R. China)

(Academy of Electrical and Information, Dalian University of Technology · Dalian, 110624, P. R. China)

SU Hongye and CHU Jian

(The National Laboratory of Industrial Control Technology, Institute of Advanced Control, Zhejiang University · Hangzhou, 310027, P. R. China)

Abstract: The analysis of stability, robustness and tracking performance for PFC control system are studied in this paper, and the adjustment methods of the PFC control law parameters are also discussed. The theory analysis and simulation result show that the PFC control law have the following properties: strong robustness, simple calculation, disturbance attenuation and high control precision.

Key words: predictive control; predictive functional control; stability; robustness; disturbance attenuation

1 引言(Introduction)

为了把预测控制有效地应用于快速系统, Richalet^[1]提出了一种基于预测控制原理的预测函数控制方法(predictive functional control, 简称 PFC)并成功地应用于机器人的手臂控制. 该控制方法具有算法简单、计算量小、跟踪快速和精度高等特点, 已经在工业和军事等许多领域得到大量成功应用. 但到目前为止关于该方法的控制特性的分析和研究尚未见报道. 本文在深入研究已有预测函数控制方法的基础上, 从理论上分析了采用该控制律的单变量控制系统的闭环稳定性、跟踪特性、鲁棒性等问题, 并在此基础上探讨了控制参数的调节方法.

2 预测函数控制算法(Predictive functional control)^[1]

预测函数控制基于预测控制原理发展而来, 它与其他预测控制算法的最大区别是注重控制量的结构形式, 认为控制量是一组与过程特性和跟踪设定值有关的基函数的线性组合. 用这些基函数的过程响应, 对目标函数优化计算得到各基函数的权系数而求出相应的控制量.

单入单出系统的 PFC 的预测过程模型(内模)采用离散状态方程形式的参数模型:

$$\begin{cases} X_m(k) = A_m X_m(k-1) + B_m u(k-1), \\ y_m(k) = C_m X_m(k). \end{cases} \quad (1)$$

* 基金项目: 国家自然科学基金(69974035)资助项目.

收稿日期: 1999-04-02; 收修改稿日期: 2000-08-07.

其中, $X_m \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, 是内模的状态向量; $y_m \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, 是内模的模型输出; $u \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, 是系统的控制量输入; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$: 分别为内模状态方程的系数矩阵。

控制量的基函数线性组合形式为: $u(k+i) = \sum_{j=1}^N \mu_j \cdot f_j(i)$. 其中, $u(k+i)$ 为在 $k+i$ 时刻的控制量; $f_j(i)$ 为第 i 个采样周期时基函数的取值; N 为基函数的个数; μ_j 为权系数, 需优化计算. 通常基函数可取阶跃、斜坡、抛物线等函数。

为防止出现控制量剧烈变化和超调等, 需逐渐跟踪一条指数型参考轨迹:

$$w_r(k+i) = y_r(k+i) - \alpha^i (y_r(k) - y_p(k)).$$

其中, $w_r(k+i)$ 为 $k+i$ 时刻的参考轨迹值; $y_r(k+i)$ 为 $k+i$ 时刻的跟踪设定值; $y_p(k)$ 为 k 时刻的过程实际值; $\alpha = e^{-T/T_s}$, $0 < \alpha < 1$; T_s 为采样周期; T 为期望闭环响应时间。

预测 $k+i$ 时刻的过程输出为: $\hat{y}_p(k+i) = y_m(k+i) + \hat{e}(k+i)$. 其中, $y_m(k+i)$ 为预测模型输出; $\hat{e}(k+i)$ 表示过程与模型的预测误差。

通过对目标函数 $J(k) = \sum_{i=1}^S \{ \hat{y}_p(k+h_i) - w_r(k+h_i) \}^2$ 优化计算可得到 k 时刻控制量的线性计算方程:

$$u(k) = k_0 \cdot (c_0(k) - y_p(k)) + \sum_{j=1}^{N_c} k_j \cdot c_j(k) + V_x \cdot X_m(k). \quad (2)$$

其中 h_i 为拟合点取值, S 为拟合点个数, 其个数应大于等于基函数的个数. 假定跟踪设定值由下述多

项式计算: $y_r(k+i) = c_0(k) + \sum_{j=1}^{N_c} c_j(k) \cdot i^j$; $c_j(k)$ 为多项式系数, N_c 为多项式的阶数; 各个系数的计算公式为:

$$\begin{cases} k_0 = v \cdot \begin{bmatrix} 1 - \alpha^{h_1} \\ \vdots \\ 1 - \alpha^{h_S} \end{bmatrix}; & k_j = v \cdot \begin{bmatrix} h_1^j \\ \vdots \\ h_S^j \end{bmatrix}; \\ V_x = -v \cdot \begin{bmatrix} C_m[A_m^{h_1} - I] \\ \vdots \\ C_m[A_m^{h_S} - I] \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} v &= [f_1(0) \quad \cdots \quad f_N(0)] \cdot M; \\ M &= (G \cdot G^T)^{-1} \cdot G; \end{aligned}$$

$$G = \begin{bmatrix} y_{B1}(h_1) & \cdots & y_{B1}(h_S) \\ \vdots & \cdots & \vdots \\ y_{BN}(h_1) & \cdots & y_{BN}(h_S) \end{bmatrix};$$

$$y_{Bj}(i) = C_m A_m^{i-1} B_m f_j(0) + \cdots + C_m B_m f_j(i-1).$$

从上述表达式可以看出, 系数 k_j ($j = 0, \dots, N_c$), V_x 可以离线计算得到. 控制量方程十分简单, 与其他预测控制方法 (DMC, MAC) 相比较, PFC 控制算法计算量小、控制快速, 因此可以适用于快速系统的实时控制。

3 预测函数控制系统的稳定性和鲁棒性分析 (The stability and robustness analysis of predictive functional control system)

3.1 一阶系统跟踪阶跃和斜坡设定值 (First order system to track step and ramp setpoint)

假设被控对象是实际过程中常见的一阶系统, 则可以知道其内模的离散状态方程中的系数矩阵都是 1×1 的. 当跟踪斜坡设定值时, 其相应的 PFC 控制律计算方程为:

$$\begin{aligned} u(k) &= k_0 \cdot (c_0(k) - y_p(k)) + \\ &V_x \cdot X_m(k) + k_1 \cdot c_1(k). \end{aligned}$$

假设被控对象的实际模型为:

$$\begin{cases} X(k) = AX(k-1) + Bu(k-1), \\ Y(k) = CX(k). \end{cases} \quad (4)$$

其中, $X \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, 是实际过程的状态向量; $y \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, 是实际的过程输出; $u \in \mathbb{R}^{1 \times 1}$, 是过程的控制量输入; $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B \in \mathbb{R}^{n \times 1}$, $C \in \mathbb{R}^{1 \times n}$: 分别为实际过程状态方程的系数矩阵。

通过式 (1)、(4) 及 $y_p(k) = y(k) + d(k)$ 可得闭环系统的输入和输出方程, 其中 $d(k)$ 为 k 时刻的外部干扰:

$$\begin{aligned} u(z) &= \frac{k_0}{1 - V_x(z - A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z - A)^{-1} B} \gamma_r(z) - \\ &\frac{k_0}{1 - V_x(z - A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z - A)^{-1} B} d(z) + \\ &\frac{k_1 \cdot c_1(k)}{1 - z^{-1}}. \\ y(z) &= \frac{1}{1 - V_x(z - A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z - A)^{-1} B}, \quad (5) \\ &\frac{k_0 C(z - A)^{-1} B}{1 - V_x(z - A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z - A)^{-1} B} \gamma_r(z) + \\ &\frac{1 - V_x(z - A_m)^{-1} B_m}{1 - V_x(z - A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z - A)^{-1} B} d(z) + \end{aligned}$$

$$\frac{k_1 c_1(k) C(z-A)^{-1} B}{(1-z^{-1})[1-V_x(z-A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z-A)^{-1} B]}, \quad (6)$$

$e(z) =$

$$\frac{1 - V_x(z-A_m)^{-1} B_m}{1 - V_x(z-A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z-A)^{-1} B} y_r(z) - \frac{1 - V_x(z-A_m)^{-1} B_m}{1 - V_x(z-A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z-A)^{-1} B} d(z) - \frac{k_1 \cdot c_1(k) \cdot C(z-A)^{-1} B}{(1-z^{-1})[1 - V_x(z-A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z-A)^{-1} B]}. \quad (7)$$

假设

$$y_r(k) = c_0(k) + c_1(k) \cdot k;$$

则

$$y_r(z) = \frac{c_0(k)}{1-z^{-1}} + \frac{c_1(k) \cdot z^{-1}}{(1-z^{-1})^2};$$

而且

$$V_x = -[f_1(0) \quad f_2(0)] \cdot \begin{bmatrix} y_{B1}(h_1) & y_{B2}(h_1) \\ y_{B1}(h_2) & y_{B2}(h_2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} C_m(A_m^{h_1} - 1) \\ C_m(A_m^{h_2} - 1) \end{bmatrix} = \frac{1 - A_m}{B_m}.$$

代入式(7)后,可以得到:

$$\lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})e(z) = \frac{1-A}{1-A_m} \cdot \frac{c_1(k)}{k_0 CB} - \frac{k_1 c_1(k)}{k_0};$$

而

$$k_1 = [f_1(0) \quad f_2(0)] \cdot \begin{bmatrix} y_{B1}(h_1) & y_{B2}(h_1) \\ y_{B1}(h_2) & y_{B2}(h_2) \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} h_1 \\ h_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{C_m B_m};$$

则当模型匹配时

$$\lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})e(z) = 0;$$

而当模型失配时

$$\lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})e(z) = \frac{c_1(k)}{k_0} \left(\frac{1-A}{1-A_m} \cdot \frac{1}{CB} - k_1 \right). \quad (8)$$

很显然,当模型匹配时可以实现无偏跟踪,当模型失配时是常值偏差,从式(8)可以看出偏差值与失配程度有关,而且可通过调节 k_1 取值至 $\frac{1-A}{(1-A_m)CB}$ 来修正这个偏差,而且可以完全抑制干扰。

进而可以得到当模型匹配时闭环系统特征方程的特征根为: $z = 1 - k_0 C_m B_m = 1 - \frac{k_0}{k_1}$;

$$0 < \frac{k_0}{k_1} = \frac{L_1(1-\alpha^{h_1}) - L_2(1-\alpha^{h_2})}{L_1 h_1 - L_2 h_2}. \quad (9)$$

其中

$$L_1 = A_m^{h_1} - h_2 A_m + h_2 - 1;$$

$$L_2 = A_m^{h_2} - h_1 A_m + h_1 - 1.$$

由于 $L_2 < L_1, 1 - \alpha^{h_1} < 1 - \alpha^{h_2}$, 所以 $0 < \frac{k_0}{k_1} < 1$. 则 $0 < z < 1$, 也即,当模型匹配时不论控制对象是否稳定,闭环控制系统总是稳定的。

特别地,当跟踪阶跃设定值时 $k_1 = 0$, 同样可以容易证明即使模型存在失配时, $\lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})e(z) = 0$. 即控制系统可对阶跃信号实现无偏跟踪,完全抑制外部干扰;并且即使模型存在失配,同样可以做到无偏跟踪和抑制干扰,具有很强的鲁棒性。

也可导出闭环系统的特征方程为 $1 - V_x(z - A_m)^{-1} B_m + k_0 C(z - A)^{-1} B = 0$. 当模型匹配时可以解得特征根的形式为:

$$z = \begin{cases} 1 - \frac{(1-A_m)(1-\alpha^{h_1})}{1-A_m^{h_1}}, & A_m \neq 1, \\ \alpha^{h_1}, & A_m = 1. \end{cases} \quad (10)$$

由于 $0 < \alpha < 1, h_1 > 1$, 因此可得 $0 < z < 1$, 也即,当模型匹配时不论控制对象是否稳定,闭环控制系统总是稳定的。

3.2 高阶系统跟踪阶跃设定值(High order system to track step setpoint)

高阶系统跟踪阶跃设定值时其控制律计算方程、闭环系统的输入和输出方程以及跟踪误差方程都与一阶系统的形式相同,仅仅是模型参数和控制器参数不同。

$$V_x = -f_1(0)[C_m A_m^{h_1-1} B_m + \cdots + C_m B_m]^{-1} \cdot$$

$$C_m(A_m^{h_1} - I) = -[C_m(I - A_m^{h_1})(I - A_m)^{-1} B_m]^{-1} C_m(A_m^{h_1} - I).$$

显然当 $z \rightarrow 1$ 时, $1 - V_x \cdot (zI - A_m)^{-1} B_m = 0$; 则 $\lim_{z \rightarrow 1} (1-z^{-1})e(z) = 0$, 即控制系统可对阶跃信号实现无偏跟踪;完全抑制外部干扰;在模型失配的情况下同样无偏跟踪和抑制干扰,具有很强的鲁棒性。

4 预测函数控制方法的参数调节(The parameters' modification of the predictive functional control)

FFC方法的参数设计应满足控制的期望性能要求:精确性、过渡过程的动态特性、稳定性和鲁棒性。而设计预测函数控制器的主要可调参数是:基函数

的阶数、相应于参考轨迹的闭环响应时间、拟合点的数量和数值。

· 精确性: 影响控制精度的主要参数为基函数阶数的选择, 一般应大于等于跟踪设定值的阶数与过程积分器个数的差值^[1,3]。从式(2)、(7)可以看出, 基函数阶数的选择对控制精度的影响主要反应在 V_x 和 $k_j (j = 1, \dots, N_c)$ 中。特别地, 当任意阶系统跟踪阶跃信号时, 只要 V_x 准确即可保证无偏跟踪, 而与 k_0 无关; 当一阶系统跟踪斜坡信号时, 需同时保证 k_1 的准确性。在模型匹配时 k_1 应等于 $\frac{1}{C_m B_m}$; 在

模型失配时 k_1 应等于 $\frac{1-A}{(1-A_m)CB}$, 当实际应用时可通过反向逐渐调节 k_1 的方法来修正由于模型失配造成的跟踪误差。

· 动态特性: 从式(2)可以看出, 影响过程动态特性的主要因素是 k_0 的取值, 而影响 k_0 的因素是 α 和拟合点的取值, 见式(3)。其中拟合点取值越小 k_0 越大; 而 α 值相应于参考轨迹的闭环响应时间, 闭环响应时间越小, k_0 越大, 过渡时间短, 反之则相反。但 k_0 过大会造成一定的超调量, 因此需要综合考虑。

· 稳定性和鲁棒性: PFC 方法的鲁棒性较强, 但前提是必须保证 V_x 的准确性。当一阶系统跟踪阶跃或斜坡信号时, 从式(9)、(10) 可看出, 影响闭环系统稳定性的主要参数是 α 和拟合点的取值, 但最关键的是拟合点的取值。当 $h_2 > h_1 > 1, 0 < \alpha < 1$ 时系统总是稳定的, 但只要 α 越小, 而当 $A_m \leq 1$ 时拟合点数值越大或当 $A_m > 1$ 时拟合点数值越小, 都可使闭环系统特征方程的特征根越接近于 0, 闭环系统越稳定。一般拟合点的取值介于 $0 \sim T$ 之间, 并以采样周期为单位且大于 1^[1,3]。

5 数值仿真研究(Numerical simulation)

5.1 一阶系统跟踪阶跃和斜坡(First order system to track step and ramp setpoint)

考虑一个一阶系统为: $G_m(s) = \frac{1.5}{78.23s + 1.0}$; 第一种情况是实际被控对象为: $G_p(s) = \frac{2.3}{46.0s + 2}$, 跟踪幅值为 0.5 的阶跃设定值, 当 $k > 50$ 时, 存在外部干扰 $d(k) = 0.5$, 则采用 PFC 控制律后的响应结果如图 1 所示。从图 1 中可以看出, 在模型严重失配、有外部干扰情况下仍能实现无偏跟踪。第二种情况是模型匹配时, 在与第一种情况同样的外部干扰作用下跟踪一个初值为 1.5, 斜率 0.01 的斜坡信号, 仿真结果如图 2 所示。从图 2 可以看出,

在模型匹配、有外部干扰情况下仍可以对斜坡信号实现无偏跟踪。

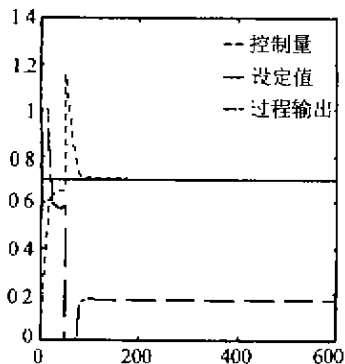


图 1 模型失配有外部干扰时跟踪阶跃信号

Fig. 1 To track step setpoint with mismatch model and disturbance

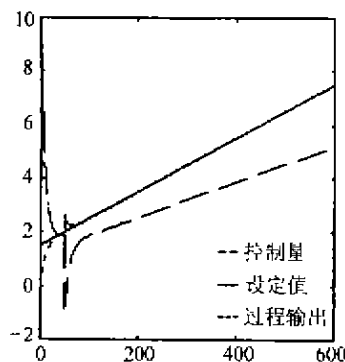


图 2 模型匹配有外部干扰时跟踪斜坡信号

Fig. 2 To track ramp setpoint with disturbance

5.2 二阶系统跟踪阶跃设定值(The second order system to track step setpoint)

针对一个二阶系统: $G_m(s) = \frac{1}{10s^2 + 10s + 2}$;

实际被控对象为: $G_p(s) = \frac{0.6}{8s^2 + 5s + 1}$; 跟踪幅值为 0.5 的阶跃设定值, 当 $k > 100$ 时, 存在外部干扰 $d(k) = 0.5$, 仿真结果如图 3 所示。从图 3 可以看出, 在模型严重失配、有外部干扰情况下仍能实现无偏跟踪。

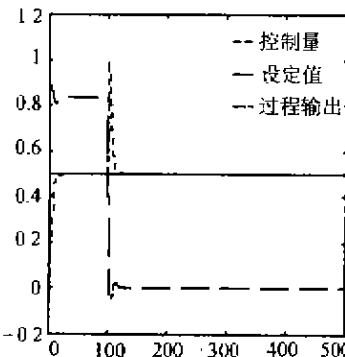


图 3 二阶系统模型失配有外部干扰情况下跟踪阶跃信号

Fig. 3 To track step setpoint with second order model and disturbance

5.3 一阶系统跟踪斜坡信号时的参数调节 (The parameters' modification with the first order system to track ramp setpoint)

考虑一阶系统 $G_m(s) = \frac{1.0}{10s + 1.0}$, 实际被控对象 $G_p(s) = \frac{2.0}{s + 20}$, 需要跟踪一个初值为 1.0, 斜率 0.01 的斜坡信号. 当采样周期 T_s 取 1, 内模和被控对象模型经离散化后可得: $A_m = 0.90484$, $A = 2.0612E - 9$, $B = 5E - 2$, $C = 2$. 通过选择一定参数后可计算出相应的控制律参数分别为: $V_x = 0.1$, $k_0 = 2.4375$, $k_1 = 10.5086$. 由于模型严重失配, $\frac{1-A}{(1-A_m)CB} = 105.086 \neq k_1$, 因而导致常值跟踪误差, 如图 4 所示, 但可以通过调节 k_1 来修正这个偏差, 当逐渐增大 k_1 至 105.086 时可完全消除跟踪误差, 如图 5 所示.

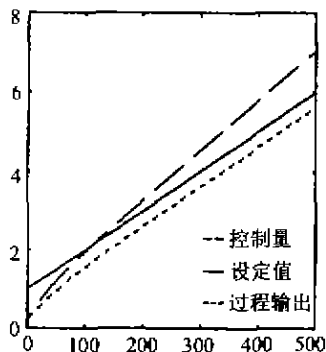


图 4 模型失配导致跟踪误差

Fig. 4 The tracking error with mismatch model

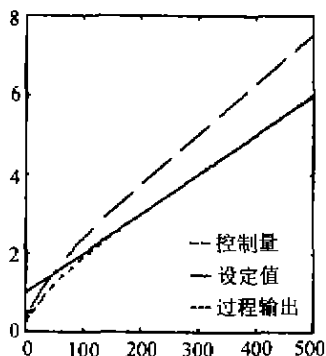


图 5 通过参数调节消除跟踪误差

Fig 5 Modify the PFC parameters to eliminate the tracking error

6 结论 (Conclusions)

本文从理论上分析了采用预测函数控制方法的单变量控制系统的闭环稳定性、跟踪特性、鲁棒性等问题, 在此基础上讨论了预测函数控制方法控制参数的调节方法, 并通过仿真验证了所得到的结论. 结论如下:

① 一阶系统跟踪阶跃设定值时, 控制系统可对阶跃信号实现无偏跟踪; 完全抑制外部干扰; 即使模型失配, 同样可以做到无偏跟踪和抑制干扰, 具有很强的鲁棒性. 并且当模型匹配时, 不论被控对象是否稳定, 闭环控制系统总是稳定的.

② 一阶系统跟踪斜坡设定值时, 当模型匹配时可以实现无偏跟踪, 当模型失配时是常值偏差, 偏差值与失配程度有关, 可通过参数调节消除; 同样可以完全抑制干扰. 当模型匹配时不论被控对象是否稳定, 闭环控制系统总是稳定的.

③ 高阶系统跟踪阶跃设定值, 控制系统可对阶跃信号实现无偏跟踪; 完全抑制外部干扰; 在模型失配的情况下同样无偏跟踪和抑制干扰, 具有很强的鲁棒性.

参考文献 (References)

- [1] Richalet J. Predictive functional control: Application to fast and accurate robots [A]. Proc. of 10th IFAC World Congress [C], Munich, 1987
- [2] Didier Cuadrado S. Computer aided design of weapon system guidance and control with predictive functional control technique [A]. AGARD Conference: Software for Guidance of Control [C], Greece, 1991
- [3] Abuel A D S and Estival J L. Predictive functional control technique (PFC) [A]. Workshop on Computer Integrated Design of Controlled Industrial Systems [C], Paris, 1990, 26-27
- [4] Compas J M, Decarreau P and Lanquetin G, et al. Industrial applications of predictive functional control to rolling mill, fast robot, river dam [A]. 3rd IEEE Conference on Control Application [C], Glasgow, 1994
- [5] Xi Yugeng. Predictive Control [M]. Beijing: Defense Industrial Publishing Company, 1992 (in Chinese)
- [6] Xie Yongbing, Luo Zhong, Feg Zhuren and Hu Baosheng. The closed-loop performance analysis of DMC predictive control with second order inertial system [J]. Control Theory and Applications, 1997, 14(3): 398-402 (in Chinese)
- [7] Pan Honghua, Jin Jianxiang, Su Hongye, Chu Jian and Chen Zikang. The cascade predictive functional control in PVC polymerize reactor [J]. Chemical Automatic and Apparatus, 1998, 25 (Supplement): 26-29 (in Chinese)

本文作者简介

潘红华 1966年生. 1987年毕业于海军广州舰艇学院, 1992年获海军大连舰艇学院军事学硕士学位, 2000年获浙江大学博士学位. 目前在大连理工大学从事博士后研究工作. 研究方向为预测控制, 火控系统.

胡家升 1941年生. 现为大连理工大学电子与信息学院教授, 博士生导师. 研究方向为光电工程.

苏宏业 见本刊 2001 年第 4 期第 612 页.

褚 镭 见本刊 2001 年第 3 期第 389 页.