

基于反馈控制的迭代学习控制器设计

虞忠伟 陈辉堂 王月娟

(同济大学信息与控制工程系·上海, 200092)

摘要: 针对具有不确定项或干扰项的重复非线性时变系统, 提出了基于反馈控制的迭代学习控制器, 其中迭代学习控制器设计为高阶 PD 型, 它以前馈的形式作用于对象。在满足一定的收敛性条件下, 证明了该控制器的跟踪误差界是系统初始状态误差界和系统输出干扰项界的线性函数, 同时改变反馈增益可以调整系统的最终跟踪误差界。仿真与实验均表明了该方法的有效性。

关键词: 迭代学习控制; 反馈控制; 高阶 PD 型; 重复非线性时变系统

文献标识码: A

Iterative Learning Controller Design Based on Feedback Control

YU Zhongwei, CHEN Huitang and WANG Yuejuan

(Department of Information and Control Engineering, Tongji University · Shanghai, 200092, P. R. China)

Abstract: An iterative learning controller based on feedback control is presented for a class of repetitive nonlinear time-varying systems with uncertainty and disturbance. This iterative learning controller is designed to high-order PD-type and acts on plant as a feedforward. This paper gives the convergence conditions of the proposed controller and proves that the tracking error bound is a linear function of the bounds of reinitialization error and output disturbance to the system. At the same time, the final tracking error bound can be adjusted by tuning the feedback gains. The effectiveness of the proposed controller is demonstrated by simulation and experimentation.

Key words: iterative learning control; feedback control; high-order PD-type; repetitive nonlinear time-varying systems

1 引言(Introduction)

人们能够在重复的实验过程中逐步掌握事物的特性, 达到对事物的全面认识, 因而人类具有很强的学习能力。迭代学习控制 ILC(iterative learning control)正是模仿人类的这种能力, 通过学习来改善控制性能^[1]。近年来, 利用 ILC 来控制不确定系统已经得到了许多学者的关注, 因为学习控制执行简单, 同时不需要准确的动力学模型。学习控制不同于传统的控制方法, 它是通过重复运动, 从过去的实验信息中得到学习, 进而来调整控制量, 改善控制性能。

虽然可以给出保证学习控制收敛的充分条件, 但是对某一次迭代学习有可能使跟踪误差变大。这是因为迭代学习控制在每一次学习过程中, 对系统实行的是开环控制, 如果单纯使用这种控制方法, 则系统的抗干扰性能比较差, 它不一定能保证每次学习时都能补偿跟踪误差, 特别是在刚进行迭代学习时性能可能比较差。考虑到传统的反馈控制能有助于克服此类问题, 因为反馈控制能补偿控制量以减

小误差, 所以为了提高系统的抗干扰性能和初始鲁棒性, 在学习控制系统中可引入反馈控制。

Hauser^[2]利用全局分析方法, 论证了在任意初始状态下迭代学习控制的收敛特性。Heinzinger^[3]等人针对一类具有干扰和不确定初始状态的非线性时变系统, 研究了迭代学习控制的稳定性。文献[2]、[3]虽然都指出了反馈控制器的必要性, 但是它们都是针对一类非线性时变系统设计了一种单纯的迭代学习控制器以期望这种迭代学习控制能被应用到反馈系统中, 而这种控制律仍然是基于开环结构, 没有利用反馈结构的优点, 因此无法获得满意的抗干扰性能。Jang 等人^[4]提出了一种在反馈系统中的迭代学习控制方法, 但没有考虑系统的不确定性和干扰性, 对于像机械手这种具有未建模部分或干扰项的非线性系统来说, 这种方法似乎无能为力。

本文针对具有不确定项或干扰项的重复非线性时变系统, 提出了一种基于反馈控制的迭代学习控制器, 在此控制器中, 控制量包括反馈部分和前馈部

分,其中反馈控制采用简单的 PD 控制,迭代学习控制器设计为高阶 PD 型,它以前馈控制的形式作用于对象.通过在迭代学习控制中引入反馈控制,不仅可以提高系统的抗干扰性能和初始鲁棒性,而且改变反馈增益可以调整系统的最终跟踪误差界.本文对此控制器进行了收敛性证明,并以 DDR—II 型直接驱动机器人作为对象进行了仿真和实验研究.

本文将用到下列矢量、矩阵和函数的范数:

设: $f = [f_1, f_2, \dots, f_n]^T$ 为一矢量, $G = [g_{i,j}]_{m \times n}$ 为一矩阵, $h(t) (t \in [0, T])$ 为一实数域内的函数.则矢量、矩阵和函数范数分别定义为:

$$\|f\| = \max_{1 \leq i \leq n} |f_i|, \quad \|G\| = \max_{1 \leq i \leq m} \left(\sum_{j=1}^n |g_{i,j}| \right),$$

$$\|h(t)\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} \exp(-\lambda t) \|h(t)\|, \quad \lambda > 0.$$

2 问题的提出和控制器设计 (Problem description and controller design)

考虑下列具有不确定项或干扰项的重复非线性时变系统:

$$\begin{aligned} \dot{x}_i(t) &= f(x_i(t), t) + B(x_i(t), t)u_i(t) + w_i(x_i(t), t), \\ y_i(t) &= Cx_i(t) + v_i(t). \end{aligned} \quad (1)$$

其中, i 表示系统的迭代步数; $x_i(t) \in \mathbb{R}^n$, $u_i(t) \in \mathbb{R}^m$, $y_i(t) \in \mathbb{R}^r$ 分别表示系统的状态,控制和输出矢量;函数 $f(\cdot, \cdot): \mathbb{R}^n \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$, $B(\cdot, \cdot): \mathbb{R}^n \times [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^{n \times m}$; $w_i(x_i(t), t)$, $v_i(t)$ 分别为系统的不确定项和输出干扰项,它们均具有随机特性; $C \in \mathbb{R}^{r \times n}$ 为常数阵; $t \in [0, T]$ 为时间, T 是给定量.在本文中,系统(1)具有下列特性:

特性 1 $f(x_i(t), t)$, $B(x_i(t), t)$, $w_i(x_i(t), t)$ 满足 Lipschitzian 条件,即 $\forall t \in (0, T)$, 存在常数 k_f, k_B, k_w 使得:

$$\begin{aligned} \|f(x_{i1}(t), t) - f(x_{i2}(t), t)\| &\leq k_f \|x_{i1}(t) - x_{i2}(t)\|, \\ \|B(x_{i1}(t), t) - B(x_{i2}(t), t)\| &\leq k_B \|x_{i1}(t) - x_{i2}(t)\|, \\ \|w_{i1}(x_{i1}(t), t) - w_{i2}(x_{i2}(t), t)\| &\leq k_w \|x_{i1}(t) - x_{i2}(t)\|. \end{aligned}$$

特性 2 第 i 次迭代的系统初始状态误差满足: $\|x_d(0) - x_i(0)\| \leq b_{x_0}, \forall i$.

特性 3 输出干扰项 $v_i(t)$ 是有界的,即

$$b_v \triangleq \max \left\{ \sup_{t \in [0, T]} \|v_i(t)\|, \sup_{t \in [0, T]} \|\dot{v}_i(t)\| \right\}, \quad \forall i.$$

特性 4 存在 $R_0 \in \mathbb{R}^{m \times r}$ 使得 $I_m + R_0 CB$ 非奇异,即 $\det(I_m + R_0 CB) \neq 0$.

本文所要解决的问题具体可描述为:

对于一给定的可实现期望输出轨迹 $y_d(t)$,

从一任意初始控制量 $u_0(t)$ 和任意初始状态 $x_0(t)$ 开始,通过反馈控制和以前馈形式存在的迭代学习控制的结合产生下一步控制量及随后的控制序列 $\{u_i(t) | i = 2, 3, 4, \dots\}$,通过迭代,使得当 $i \rightarrow \infty$ 时, $y_i(t) \rightarrow y_d(t)$.

为解决这一问题,设计了下列基于反馈控制的迭代学习控制器:

$$\begin{cases} u_{i+1}(t) = u_i^f(t) + u_{i+1}^b(t), \\ u_{i+1}^f(t) = u_i(t) + \sum_{k=1}^N Q_k(t)e_l(t) + \sum_{k=1}^N R_k(t)\dot{e}_l(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中, $u^f(t)$ 表示前馈部分, u^b 表示反馈部分; $l = i - k + 1$; $e_l = y_d - y_l$ 表示第 l 次迭代的跟踪误差; $\dot{e}_l = \dot{y}_d - \dot{y}_l$ 表示第 l 次迭代的速度跟踪误差; N 是一正整数,表示 ILC 控制律的阶数; $Q_k(t)$, $R_k(t)$ 分别表示比例及微分项的学习增益矩阵,并且均有界,它们的上界分别表示为 b_Q 和 b_R ,具体定义见下节.该控制器的结构形式如图 1.

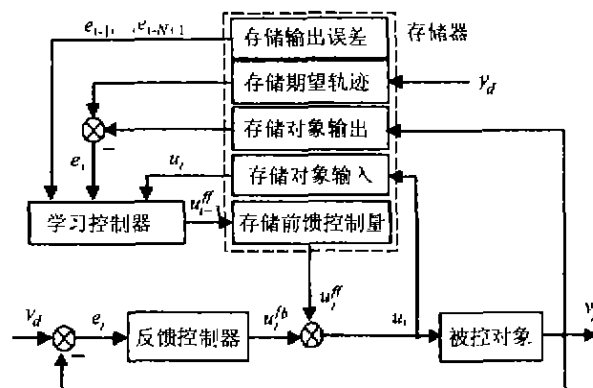


图 1 基于反馈控制的迭代学习控制器结构图

Fig. 1 Iterative learning controller configuration based on feedback control

由于本文反馈控制器采用 PD 控制,则第 $i+1$ 次迭代学习时反馈控制量 u_{i+1}^b 可表示为:

$$u_{i+1}^b(t) = Q_0 e_{i+1}(t) + R_0 \dot{e}_{i+1}(t),$$

其中, Q_0, R_0 分别表示反馈控制的比例增益和微分增益,它们也均有界,上界设为 b_{Q_0}, b_{R_0} ,具体定义见下节.

反馈控制量代入(2)式后,迭代学习控制器可变形为:

$$u_{i+1}(t) = u_i(t) + \sum_{k=0}^N Q_k(t)e_l(t) + \sum_{k=0}^N R_k(t)\dot{e}_l(t). \quad (3)$$

需要说明的是,基于反馈控制的迭代学习控制器,其迭代学习部分即 $u^f(t)$ 是离线计算后存储在

内存中的,在控制中以前馈的形式加到控制量中,因此控制器中的在线计算部分只有反馈控制部分,这样使得控制器的在线计算量小,很容易进行实时控制.

3 收敛性分析(Convergence analysis)

先作下列定义:

$$b_C \triangleq \sup \|C\|, \quad b_Q \triangleq \sup_{t \in [0, T]} \|Q_k(t)\|,$$

$$b_R \triangleq \sup_{t \in [0, T]} \|R_k(t)\|,$$

$$b_{Q_0} \triangleq \sup \|Q_0\|, \quad b_{R_0} \triangleq \sup \|R_0\|,$$

$$b_B = \sup_{x \in \mathbb{R}^n} \sup_{t \in [0, T]} \|B(x, t)\|,$$

$$b_{u_d} \triangleq \sup_{t \in [0, T]} \|u_d(t)\|,$$

$$a_0 = b_Q b_C + b_R b_C (k_f + k_B b_{u_d} + k_w),$$

$$c_0 = b_{Q_0} b_C + b_{R_0} b_C (k_f + k_B b_{u_d} + k_w),$$

$$d_0 = (N+1)(b_Q b_v + b_R b_v),$$

$$\varepsilon \triangleq k_f + b_{u_d} k_B + k_w, \quad O(\lambda^{-1}) \triangleq \frac{1 - e^{-\lambda T}}{\lambda},$$

$$\eta = \sup_{t \in [0, T]} \|(I_m + R_0 C B)^{-1}\|,$$

$$\beta = \eta \left\{ 1 - \eta \cdot \frac{c_0 b_B O(\lambda^{-1})}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})} \right\}.$$

在收敛性分析中,将要用到以下引理.

引理 1 假设存在一正实序列 $\{a_n\}_1^\infty$, 满足

$$a_n \leq \bar{\rho}_1 a_{n-1} + \bar{\rho}_2 a_{n-2} + \cdots + \bar{\rho}_N a_{n-N} + \bar{\varepsilon},$$

$$n = N+1, N+2, \cdots,$$

其中, $\bar{\rho}_i \geq 0, i = 1, 2, \cdots, N, \bar{\varepsilon} \geq 0$.

如果 $\bar{\rho} = \sum_{i=1}^N \bar{\rho}_i < 1$, 那么下式成立:

$$\lim_{n \rightarrow \infty} a_n \leq \bar{\varepsilon} / (1 - \bar{\rho}).$$

证 见文献[6]引理 3.1 的证明.

定理 1 对于重复非线性时变系统(1), 满足特性 1-特性 4, 如果存在正数 ρ_k , 使得

$$\|p_k - CR_k(t)B\| \leq \rho_k,$$

$$p_k = \begin{cases} 0, & k \neq 1, \\ I_m, & k = 1, \end{cases} \quad k \in [1, N],$$

$$\forall (x, t) \in \mathbb{R}^n \times [0, T]$$

和

$$\beta \sum_{k=1}^N \rho_k = \rho < 1 \quad (4)$$

成立, 那么

1) 在系统存在不确定项 $w_i(x_i(t), t)$ 、输出干扰项 $v_i(t)$ 和初始误差 $\delta x_i(0)$ 的情况下, 当 $i \rightarrow \infty$ 时, 跟踪误差 $\|y_d(t) - y_i(t)\|$ 的界渐近收敛到以原点为中心一个球域内, 而且是初始状态误差界和

系统输出干扰项界的线性函数.

2) 当系统只存在不确定项 $w_i(x_i(t), t)$ 时, 即当 $\|\delta x_i(0)\|$ 和 b_0 均趋于 0 时, 则通过 ILC, 跟踪误差渐近收敛到 0.

3) 通过改变反馈控制增益 Q_0, R_0 , 可调整跟踪误差 $\|y_d(t) - y_i(t)\|$ 的界.

证 1) 设

$$e_i = y_d - y_i = Cx_d - Cx_i - v_i = C\delta x_i - v_i,$$

$$\dot{e}_i = \dot{y}_d - \dot{y}_i = C\dot{x}_d - C\dot{x}_i - \dot{v}_i = C\delta \dot{x}_i - \dot{v}_i,$$

$$B_i \triangleq B(x_i(t), t), \quad \delta u_i(t) \triangleq u_d(t) - u_i(t),$$

$$\dot{x}_d(t) =$$

$$f(x_d(t), t) + B(x_d(t), t)u_d(t) + w_d(x_d(t), t) \triangleq$$

$$f_d + B_d u_d + w_d,$$

$$\delta x_i(t) \triangleq x_d(t) - x_i(t),$$

$$\delta f_i(t) \triangleq f_d - f(x_i(t), t),$$

$$\delta B_i(t) = B_d - B(x_i(t), t), \quad \delta w_i(t) = w_d - w_i(x_i(t), t).$$

则

$$\delta \dot{x}_i = \dot{x}_d - \dot{x}_i =$$

$$f_d + B_d u_d + w_d - f(x_i(t), t) -$$

$$B(x_i(t), t)u_i(t) - w_i(x_i(t), t) =$$

$$\delta f_i(t) + B_d u_d - B(x_i(t), t)[u_d -$$

$$\delta u_i(t)] + \delta w_i(t) =$$

$$\delta f_i(t) + B_d u_d - B(x_i(t), t)u_d +$$

$$B(x_i(t), t)\delta u_i(t) + \delta w_i(t) =$$

$$\delta f_i(t) + \delta B_i(t)u_d +$$

$$B(x_i(t), t)\delta u_i(t) + \delta w_i(t).$$

利用系统(1)和 ILC 控制律(3)

$$\delta u_{i+1} = u_d - u_{i+1} =$$

$$u_d - u_i(t) - \sum_{k=0}^N Q_k(t)e_i(t) - \sum_{k=0}^N R_k(t)\dot{e}_i(t) =$$

$$\delta u_i - \sum_{k=1}^N Q_k(t)(C\delta x_i - v_i) -$$

$$\sum_{k=1}^N R_k(t)(C\delta \dot{x}_i - \dot{v}_i) -$$

$$Q_0 e_{i+1}(t) - R_0 \dot{e}_{i+1}(t) =$$

$$\delta u_i - \sum_{k=1}^N Q_k(t)C\delta x_i +$$

$$\sum_{k=1}^N Q_k(t)v_i - \sum_{k=1}^N R_k(t)C\delta \dot{x}_i +$$

$$\sum_{k=1}^N R_k(t)\dot{v}_i - Q_0 C\delta x_{i+1} + Q_0 v_{i+1} - R_0 C\delta \dot{x}_{i+1} + R_0 \dot{v}_{i+1} =$$

$$\delta u_i - \sum_{k=1}^N Q_k(t)C\delta x_i + \sum_{k=0}^N Q_k(t)v_i - \sum_{k=1}^N R_k(t)C(\delta f_i +$$

$$\begin{aligned}
& \delta B_i u_d + B_i \delta u_i + \delta w_i) + \sum_{k=0}^N R_k(t) v_i - Q_0 C \delta x_{i+1} - \\
& R_0 C (\delta f_{i+1} + \delta B_{i+1} u_d + B_{i+1} \delta u_{i+1} + \delta w_{i+1}) = \\
& \delta u_i - \sum_{k=1}^N R_k(t) C B_i \delta u_i - \sum_{k=1}^N Q_k(t) C \delta x_i + \sum_{k=0}^N Q_k(t) v_i - \\
& \sum_{k=1}^N R_k(t) C (\delta f_i + \delta B_i u_d + \delta w_i) + \\
& \sum_{k=0}^N R_k(t) v_i - Q_0 C \delta x_{i+1} - \\
& R_0 C (\delta f_{i+1} + \delta B_{i+1} u_d + \delta w_{i+1}) - R_0 C B_{i+1} \delta u_{i+1} = \\
& \sum_{k=1}^N [p_k - C R_k(t) B_i] \delta u_i - \\
& \sum_{k=1}^N Q_k(t) C \delta x_i + \sum_{k=0}^N Q_k(t) v_i - \\
& \sum_{k=1}^N R_k(t) C (\delta f_i + \delta B_i u_d + \delta w_i) + \\
& \sum_{k=0}^N R_k(t) v_i - Q_0 C \delta x_{i+1} - \\
& R_0 C (\delta f_{i+1} + \delta B_{i+1} u_d + \delta w_{i+1}) - R_0 C B_{i+1} \delta u_{i+1}.
\end{aligned}$$

其中

$$p_k = \begin{cases} 0, & k \neq 1, \\ I_m, & k = 1. \end{cases}$$

移项后,得

$$\begin{aligned}
& \delta u_{i+1} = \\
& (I_m + R_0 C B_{i+1})^{-1} \{ \sum_{k=1}^N [p_k - C R_k(t) B_i] \delta u_i - \\
& \sum_{k=1}^N Q_k(t) C \delta x_i + \sum_{k=0}^N Q_k(t) v_i - \\
& \sum_{k=1}^N R_k(t) C (\delta f_i + \delta B_i u_d + \delta w_i) + \\
& \sum_{k=0}^N R_k(t) v_i - Q_0 C \delta x_{i+1} - \\
& R_0 C (\delta f_{i+1} + \delta B_{i+1} u_d + \delta w_{i+1}) \}.
\end{aligned}$$

取范数后,利用特性1~特性4和条件(4),可得

$$\begin{aligned}
& \|\delta u_{i+1}\| \leq \\
& \eta \{ \sum_{k=1}^N \rho_k \|\delta u_i\| + \sum_{k=1}^N b_Q b_C \|\delta x_i\| + \sum_{k=0}^N b_Q b_v + \\
& \sum_{k=1}^N b_R b_C (k_f + k_B b_{u_d} + k_w) \|\delta x_i\| + \sum_{k=0}^N b_R b_v + \\
& [b_{Q_0} b_C + b_{R_0} b_C (k_f + k_B b_{u_d} + k_w)] \|\delta x_{i+1}\| \} = \\
& \eta \{ \sum_{k=1}^N \rho_k \|\delta u_i\| + [b_Q b_C +
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& b_R b_C (k_f + k_B b_{u_d} + k_w)] \sum_{k=1}^N \|\delta x_i\| + \\
& (N+1)(b_Q b_v + b_R b_v) + \\
& [b_{Q_0} b_C + b_{R_0} b_C (k_f + k_B b_{u_d} + k_w)] \|\delta x_{i+1}\| \} = \\
& \eta \{ \sum_{k=1}^N \rho_k \|\delta u_i\| + \\
& a_0 \sum_{k=1}^N \|\delta x_i\| + c_0 \|\delta x_{i+1}\| + d_0 \}. \quad (5)
\end{aligned}$$

下面求 $\|\delta x_i\|$.

$$\begin{aligned}
\|\delta x_i\| &= \|x_d(t) - x_i(t)\| = \\
&\|\delta x_i(0) + \int_0^t \delta \dot{x}_i d\tau\| = \\
&\|\delta x_i(0) + \int_0^t [\delta f_i(t) + \delta B_i(t) u_d + \\
&B(x_i(t), t) \delta u_i(t) + \delta w_i(t)] d\tau\| \leq \\
&b_{x_0} + \int_0^t (\varepsilon \|\delta x_i\| + b_B \|\delta u_i\|) d\tau. \quad (6)
\end{aligned}$$

为了得到 $\|\delta x_i\|_\lambda$ 和 $\|\delta u_i\|_\lambda$ 之间的关系,必须先

知道 $\int_0^t \|x(\tau)\| d\tau$ 的 λ 范数,因此

$$\begin{aligned}
& \|\int_0^t \|x(\tau)\| d\tau\|_\lambda = \sup_{t \in [0, T]} e^{-\lambda t} \int_0^t \|x(\tau)\| d\tau = \\
& \sup_{t \in [0, T]} e^{-\lambda t} \int_0^t \|x(\tau)\| e^{-\lambda \tau} e^{\lambda \tau} d\tau \leq \\
& \|x(t)\|_\lambda \sup_{t \in [0, T]} e^{-\lambda t} \int_0^t e^{\lambda \tau} d\tau = \\
& \|x(t)\|_\lambda \sup_{t \in [0, T]} \frac{1 - e^{-\lambda t}}{\lambda} \leq \|x(t)\|_\lambda O(\lambda^{-1}).
\end{aligned}$$

利用上述关系,(6)取 λ 范数后

$$\|\delta x_i\|_\lambda \leq b_{x_0} + \varepsilon O(\lambda^{-1}) \|\delta x_i\|_\lambda + b_B O(\lambda^{-1}) \|\delta u_i\|_\lambda.$$

整理后,得

$$\|\delta x_i\|_\lambda \leq \frac{b_{x_0} + b_B O(\lambda^{-1}) \|\delta u_i\|_\lambda}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})}. \quad (7)$$

(7)代入(5)后

$$\begin{aligned}
& \|\delta u_{i+1}\|_\lambda \leq \\
& \eta \{ \sum_{k=1}^N \rho_k \|\delta u_i\|_\lambda + \\
& a_0 \sum_{k=0}^N \|\delta x_i\|_\lambda + c_0 \|\delta x_{i+1}\|_\lambda + d_0 \} \leq \\
& \eta \{ \sum_{k=1}^N \rho_k \|\delta u_i\|_\lambda + \\
& a_0 \sum_{k=1}^N \frac{b_{x_0} + b_B O(\lambda^{-1}) \|\delta u_i\|_\lambda}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})} +
\end{aligned}$$

$$c_0 \frac{b_{x_0} + b_B O(\lambda^{-1}) \|\delta u_{i+1}\|_\lambda}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})} + d_0\} = \\ \eta \left\{ \sum_{k=1}^N \bar{\rho}_k \|\delta u_k\|_\lambda + \frac{c_0 b_B O(\lambda^{-1}) \|\delta u_{i+1}\|_\lambda}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})} + g_0 \right\}. \quad (8)$$

其中

$$\bar{\rho}_k = \rho_k + a_0 \frac{b_B O(\lambda^{-1})}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})}, \\ g_0 = d_0 + a_0 \sum_{k=1}^N \frac{b_{x_0}}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})} + c_0 \frac{b_{x_0}}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})}. \quad (9)$$

只要 λ 充分大,就可保证 $1 - \eta \cdot \frac{c_0 b_B O(\lambda^{-1})}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})} > 0$, 那么由(8),可得

$$\|\delta u_{i+1}\|_\lambda \leq \beta \sum_{k=1}^N \bar{\rho}_k \|\delta u_k\|_\lambda + \varepsilon.$$

其中

$$\varepsilon = g_0 \left\{ 1 - \eta \cdot \frac{c_0 b_B O(\lambda^{-1})}{1 - \varepsilon O(\lambda^{-1})} \right\}. \quad (10)$$

由定理中的条件(4),总能找到一充分大的 λ , 满足

$\bar{\rho}_k < 1$ 和 $\beta \sum_{k=1}^N \bar{\rho}_k < 1$, 那么根据引理 1 可推出:

$$\begin{cases} \lim_{i \rightarrow \infty} \|\delta u_i\|_\lambda \leq \frac{\varepsilon}{1 - \beta \sum_{k=1}^N \bar{\rho}_k}, \\ \delta y_i = y_d - y_i = Cx_d - Cx_i - v_i = C\delta x_i - v_i, \\ \|\delta y_i\|_\lambda \leq b_c \|\delta x_i\|_\lambda + b_v. \end{cases} \quad (11)$$

从(9)、(10)和(11)可看出,在系统存在不确定项 $w_i(x_i(t), t)$ 、输出干扰项 $v_i(t)$ 和初始误差 $\delta x_i(0)$ 的情况下,当 $i \rightarrow \infty$ 时,跟踪误差 $\|\delta y_i\|$ 界渐近收敛到以原点为中心的一个球域内.同时,跟踪误差 $\|\delta y_i\|$ 与初始状态误差 $\|\delta x_i(0)\|$ 和输出干扰项界限 b_v 成线性关系.

2) 当系统只存在不确定项 $w_i(x_i(t), t)$ 时,即当 $b_v \rightarrow 0$, $\|\delta x_i(0)\| \rightarrow 0$ 时,由(10)知 $\varepsilon = 0$,则由(11)可得 $\lim_{i \rightarrow \infty} \|\delta u_i\|_\lambda = 0$,由(7)知 $\lim_{i \rightarrow \infty} \|\delta x_i\|_\lambda = 0$,所以 $\lim_{i \rightarrow \infty} \|e_i(t)\|_\lambda = \lim_{i \rightarrow \infty} \|\delta y_i\|_\lambda = 0$,因此通过 ILC,跟踪误差界渐近收敛到 0.

3) 由(10)式可看出 ε 与 c_0 有关,而 c_0 正是反馈控制增益 Q_0, R_0 的反映,所以通过适当调整 Q_0, R_0 的大小可改变 ε 的大小,进而调整系统的跟踪误差.证毕.

从上述证明中发现引入反馈控制以后,不但不影响系统的收敛性,而且通过适当选取反馈增益,可

减小跟踪误差.注意:系统(1)中的不确定项 $w_i(x_i(t), t)$ 和输出干扰项 $v_i(t)$ 均具有随机特性,因此本文设计的基于反馈控制的迭代学习控制器适用于具有随机不确定性的非线性系统.

4 仿真和实验(Simulation and experiment)

为了验证上述基于反馈控制的迭代学习控制器的有效性,我们以(12)所示的机器人模型为对象进行了仿真和实验.

$$M(\theta_i) \ddot{\theta}_i + C(\theta_i, \dot{\theta}_i) \dot{\theta}_i + G(\theta_i) + f(\theta_i, \dot{\theta}_i) = u_i, \\ i = 1, 2, 3, \dots \quad (12)$$

其中, $\theta_i \in \mathbb{R}^n$ 表示关节角位移, $M(\theta_i) \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 为惯性矩阵, $C(\theta_i, \dot{\theta}_i) \dot{\theta}_i \in \mathbb{R}^n$ 表示离心力与哥氏力项, $G(\theta_i) \in \mathbb{R}^n$ 代表重力项, $f(\theta_i, \dot{\theta}_i) \in \mathbb{R}^n$ 表示机器人未建模部分和干扰项, $u_i \in \mathbb{R}^n$ 是控制力矩.

为把(12)式化为(1)的形式,设 $x_{1i} = \theta_i, x_{2i} = \dot{\theta}_i = \dot{x}_{1i}$, 则

$$\begin{cases} \dot{x}_{1i} = x_{2i}, \\ \dot{x}_{2i} = \ddot{\theta}_i = M^{-1}(\theta_i) [u_i - C(\theta_i, \dot{\theta}_i) \dot{\theta}_i - G(\theta_i) - f(\theta_i, \dot{\theta}_i)] = \\ M^{-1}(x_{1i}) [u_i - C(x_{1i}, x_{2i}) x_{2i} - G(x_{1i}) - f(x_{1i}, x_{2i})]. \end{cases} \quad (13)$$

设 $X_i = [x_{1i}, x_{2i}]^T, y_i = X_i$, (13)式可写为:

$$\begin{cases} \dot{X}_i = \begin{bmatrix} x_{2i} \\ -M^{-1}(x_{1i}) [C(x_{1i}, x_{2i}) + G(x_{1i})] \end{bmatrix} + \\ \begin{bmatrix} 0 \\ M^{-1}(x_{1i}) \end{bmatrix} u_i + \begin{bmatrix} 0 \\ -M^{-1}(x_{1i}) f(x_{1i}, x_{2i}) \end{bmatrix}, \\ y_i = X_i. \end{cases}$$

在实际中,我们以自行研制的 DDR-II 型平面两关节直接驱动机器人作为仿真和实验对象,其中

$$M(\theta_i) = \begin{bmatrix} a & b \cos(\theta_{2i} - \theta_{1i}) \\ b \cos(\theta_{2i} - \theta_{1i}) & c \end{bmatrix}, \\ C(\theta_i, \dot{\theta}_i) = \begin{bmatrix} -b\dot{\theta}_{2i} \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i}) \\ b\dot{\theta}_{1i} \sin(\theta_{2i} - \theta_{1i}) \end{bmatrix},$$

a, b, c 三个常量分别为: $a = 5.6794 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, b = 1.4730 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, c = 1.7985 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$.

实验中我们以 8098 单片机为核心开发了机器人关节控制器,系统采样周期为 2ms,在采样周期内实现控制律的运算并进行实时控制.

4.1 仿真结果(Simulation results)

设期望轨迹为 $\theta_d = \begin{bmatrix} 5t^2(1-t) \\ 5t^2(1-t) \end{bmatrix}$, 则 $\dot{\theta}_d =$

$$\begin{bmatrix} 10t - 15t^2 \\ 10t - 15t^2 \end{bmatrix}, \text{干扰项为 } f(t) = \begin{bmatrix} \cos 5t \\ \sin 5t \end{bmatrix}, t \in [0,$$

1], 系统采样周期为 2ms. 对 $N = 2$ 时进行了仿真,

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.8 & 0 \\ 0 & 0.6 \end{bmatrix}, R_1 = \begin{bmatrix} 0.4 & 0 \\ 0 & 0.2 \end{bmatrix},$$

$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} 0.15 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

可以验证, 当 Q_1, Q_2, R_1 和 R_2 取上述值时, 满足收敛性条件(4). 反馈控制部分 $Q_0 = \begin{bmatrix} 50 & 0 \\ 0 & 40 \end{bmatrix}, R_0 = \begin{bmatrix} 10 & 0 \\ 0 & 8 \end{bmatrix}$. 图 2 为第一次迭代学习时的关节误差, 此时两关节误差都比较大, 均为 0.52° , 只经过 4 次迭代学习, 关节 1, 2 误差就已经很小, 分别为 $0.036^\circ, 0.028^\circ$, 如图 4.

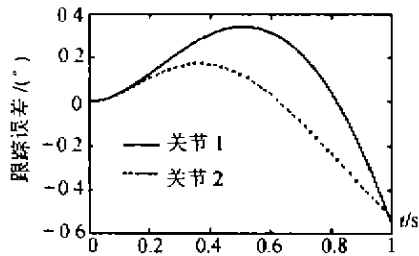


图 2 第一次迭代学习的关节误差

Fig. 2 Joint error of the first learning

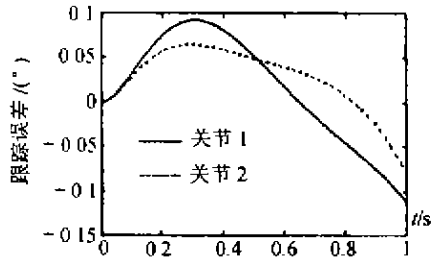


图 3 第二次迭代学习的关节误差

Fig. 3 Joint error of the second learning

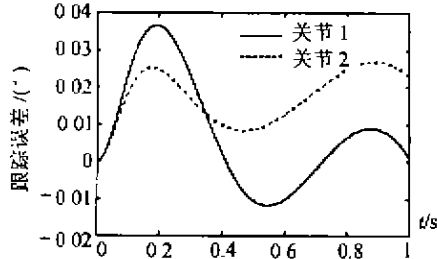


图 4 第四次迭代学习的关节误差

Fig. 4 Joint error of the fourth learning

我们对每次迭代学习时不加反馈控制进行了同样的仿真, 即 $Q_0 = 0, R_0 = 0$, 结果发现要得到与图 4 同样的控制精度, 迭代次数至少要 20 次, 因此引入反馈控制可取得比单纯的迭代学习控制更好的控制效果.

4.2 实验结果(Experiment results)

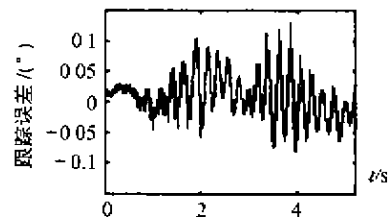
在实验中, 让机器人末端以 0.5m/s 的速度跟踪一直径为 0.3m 的圆, 圆心坐标为 $(0.5\text{m}, 0.5\text{m})$, 选用二阶迭代学习控制器, 其中

$$Q_1 = \begin{bmatrix} 0.5 & 0 \\ 0 & 0.5 \end{bmatrix}, R_1 = \begin{bmatrix} 0.25 & 0 \\ 0 & 0.25 \end{bmatrix},$$

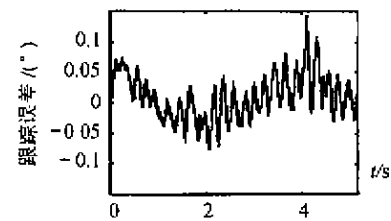
$$Q_2 = \begin{bmatrix} 0.2 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix}, R_2 = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 \\ 0 & 0.1 \end{bmatrix},$$

同样可以验证, 当 Q_1, Q_2, R_1 和 R_2 取上述值时, 满足收敛性条件(4). 反馈控制部分 $Q_0 = \begin{bmatrix} 25 & 0 \\ 0 & 30 \end{bmatrix},$

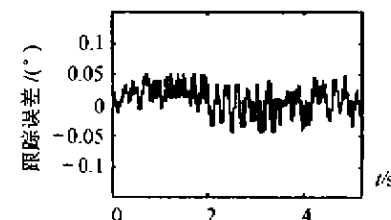
$$R_0 = \begin{bmatrix} 6 & 0 \\ 0 & 3 \end{bmatrix}.$$



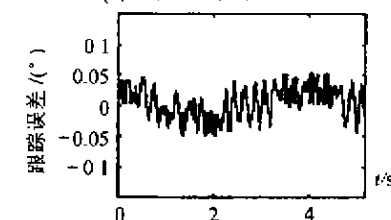
(a) 第一次学习关节 1 误差



(b) 第一次学习关节 2 误差



(c) 第十次学习关节 1 误差



(d) 第十次学习关节 2 误差

图 5 基于反馈控制的 2 阶 ILC 对机器人的控制结果

Fig. 5 The control result of ILC ($N=2$) for robot based on feedback control

图 5 为迭代学习控制结果, 从图中可看出第一次迭代学习的控制误差为 $e_{1m} = 0.13^\circ, e_{2m} = 0.15^\circ$, 只经过 5 次学习, 第五次迭代学习的控制误差为 $e_{1m} = 0.048^\circ, e_{2m} = 0.05^\circ$, 很快提高了控制精度, 因为经实验, 单纯的迭代学习控制要达到同样的控制精度其迭代次数至少需要 15 次.

机器人在控制过程中, 其传感器和执行器噪声均是随机干扰, 从图 5 可看出, 本文设计的基于反馈

控制的迭代学习控制器取得了很好的控制效果,从而说明了此控制器对于随机扰动具有很强的抗干扰能力。

5 结论(Conclusion)

本文针对具有不确定项或干扰项的重复非线性时变系统,提出了基于反馈控制的迭代学习控制器,其中迭代学习控制器设计为高阶 PD 型,它以前馈的形式作用于对象。在满足一定的收敛性条件下,证明了该控制器的跟踪误差界是系统初始误差界和系统输出干扰项界的线性函数。通过引入反馈控制,增强了系统的抗干扰性能,提高了系统的鲁棒性,从而保证每次学习时都能补偿跟踪误差,而且改变反馈增益可以调整系统的最终跟踪误差界。因此本文所述的方法比单纯的迭代学习控制具有更实际的应用性。

参考文献(References)

- [1] Arimoto S, Kawamura S and Miyazaki F. Bettering operation of robots by learning [J]. J. Robotics Systems, 1984, 1(2): 123 - 140

- [2] Hauser J E. Learning control for a class of nonlinear systems [A]. Proc. 26th IEEE Conf. Dec. and Control [C], Los Angeles, CA, 1987, 859 - 860
- [3] Heinzinger G, Fenwick D, Paden B and Miyazaki F. Stability of learning control with disturbances and uncertain initial conditions [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1992, 37(1): 110 - 114
- [4] Jang T J, Choi C H and Ahn H S. Iterative learning control in feedback systems [J]. Automatica, 1995, 31(2): 243 - 248
- [5] Bien Z and Huh K M. High-order iterative learning control algorithm [J]. IEE Proc. Pt. -D, 1989, 136(3): 105 - 112
- [6] Chen Y Q, Wen C Y and Sun M X. A robust high-order P-type iterative learning controller using current iteration tracking error [J]. Int. J. of Control, 1997, 68(2): 331 - 342

本文作者简介

虞忠伟 1973 年生, 1999 年于同济大学电气工程系获硕士学位, 现为同济大学信息与控制工程系博士生, 主要研究方向为机器人控制与智能控制, 学习控制, 变增益鲁棒控制。

陈辉堂 1933 年生, 1953 年毕业于上海交通大学, 1956 年研究生毕业于上海交通大学工业企业电气化专业, 现为同济大学信息与控制工程系教授, 博士生导师, 研究方向为机器人控制与智能控制。

王月娟 1935 年生, 1958 年毕业于西安交通大学电机系, 现为同济大学信息与控制工程系教授, 博士生导师, 研究方向为机器人控制与智能控制。

(上接第 784 页)

$$0 = A_{21}x_1(t) + \hat{A}_{22}x_2(t) + B_1\mu(t) + \Gamma_2w^0(t),$$

其中 $\mu(t) = \Phi(x_2(t) - x_2(t))$, $\hat{A}_{22} = A_{22} + B_2\Phi$, $\hat{A}_{12} = A_{12} + B_2\Phi$, 类似于系统(2), 等价于

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = \hat{A}x_1(t) + \hat{B}\mu(t) + \hat{\Gamma}w^0(t), \\ x_2(t) = \hat{H}x_1(t) + \hat{G}\mu(t) + \hat{A}w^0(t), \\ y(t) = \hat{C}x_1(t) + \hat{D}\mu(t) + \hat{\theta}^0(t), \end{cases} \quad (11)$$

如果系统(11)满足 $(\hat{A}, W_2^1)$ 是能稳定的, $(\hat{A}, \hat{C})$ 是能检测的, 我们能直接得到平行于定理 2.2 和 3.1 的相同结果。

参考文献(References)

- [1] Luo J S and Johnson A. Stability robustness of the discrete-time LQG systems under plant perturbation and noise uncertainty [J]. Int. J. Control, 1992, 55(6): 1491 - 1502

- [2] Sangsukam S and Bullock T E. Analysis of continuous-time Kalman filtering under incorrect noise covariances [J]. Automatica, 1988, 24(5): 659 - 669
- [3] Xi H S. Robust state estimation for a continuous-time singular linear system with uncertain noise [J]. Information and Control, 1994, 23(6): 326 - 331 (in Chinese)
- [4] Xi H S. Discrete-time robust Kalman filter of the guaranteed state estimation performance [J]. Acta Automatica Sinica, 1996, 22(4): 731 - 735 (in Chinese)
- [5] Wang Y Y, Jin Z J and Zhang Z J. Feedback control and pole placement in generalized systems [J]. Acta Automatica Sinica, 1988, 14(4): 285 - 288 (in Chinese)

本文作者简介

冀宏生 1950 年生, 1977 年毕业于中国科学技术大学数学系, 现为中国科学技术大学自动化系副主任, 教授, 博士生导师, 长期从事鲁棒控制, 离散事件动态系统及其应用等方面的研究。

殷保群 1962 年生, 1985 年毕业于四川大学数学系, 现为中国科学技术大学自动化系副教授, 博士, 从事非线性系统展开理论, 离散事件动态系统性能分析、优化及在通讯网络中应用等方面的研究。