

文章编号: 1000-8152(2002)01-0068-05

一类非线性系统的自适应预测控制*

郭 健¹ 陈庆伟¹ 朱瑞军² 胡维礼¹

(1. 南京理工大学自动化系 1002 教研室·南京, 210094; 2. 大连理工大学信息与控制研究中心·大连, 116023)

摘要: 针对一类非线性系统, 将其等价于时变线性系统, 然后用三次样条函数逼近时变系数, 利用梯度算法在线辨识多项式的系数以实现时变系统的参数估计, 最后运用广义预测控制策略, 实现了对原非线性系统的自适应预测控制. 仿真结果表明了所提方法的有效性.

关键词: 非线性系统; 线性化; 投影算法; 广义预测控制

文献标识码: A

Adaptive Predictive Control of a Class of Nonlinear System

GUO Jian¹, CHEN Qingwei¹, ZHU Ruijun² and HU Weili¹

(1. Lab 1002, Department of Automation, Nanjing University of Science & Technology · Nanjing, 210094, P. R. China;

2 Information and Control Research Center of Dalian University of Science & Technology · Dalian, 116023, P. R. China)

Abstract: An adaptive predictive control is implemented for a class of nonlinear system by substituting it with a time-varying linear system firstly, then a group of cubic spline functions are used to approach the time-varying coefficients and gradient estimation algorithm is used to identify the invariable coefficients of the polynomial on-line. At last, generalized predictive control is designed for the original nonlinear system. The effectiveness of the presented method is demonstrated by the simulation results.

Key words: nonlinear system; linearization; gradient algorithm; generalized predictive control

1 引言(Introduction)

关于线性系统的预测控制, 理论研究日趋完善^[1,2], 而对于非线性系统, 由于建立预测模型的复杂性以及缺乏有效的数学分析工具, 目前还没有形成系统的研究方法. 常用的近似线性化方法^[3-5]当系统在大范围工作时, 不可避免地存在建模误差, 从而导致被控系统性能降低或失稳. 因此若能非线性系统精确线性化, 必将有利于系统的分析和控制. 本文正是基于这一思想, 针对一类非线性系统, 将其等价表示为时变线性系统. 为了有效地克服时变的影响, 本文利用多项式逼近时变参数, 这样对时变参数的估计就转化为多项式的定常系数的估计. 最后将广义预测控制策略和参数估计的梯度算法有机地结合起来, 成功地实现了这类非线性系统的自适应预测控制. 仿真结果表明了所提方法的有效性.

2 系统模型(System model)

设被控对象的输入输出模型描述如下:

$$y(k) = f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)). \quad (1)$$

其中 m 为输出阶次, n 为输入阶次, $f(\cdot)$ 是未知的关于 $y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)$ 的非线性函数, 且满足下列条件:

$$A1) f(\underbrace{0, 0, \dots, 0}_{m+n}) = 0;$$

A2) $f(\cdot)$ 关于 $y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)$ 连续可导, 且各偏导数有界.

以上条件对于许多非线性系统而言, 并不很苛刻; 条件 A1) 表明系统的平衡点为坐标原点, 若平衡点不是坐标原点, 可通过相应的坐标平移使之满足该条件; 条件 A2) 代表了一类非线性系统, 也是许多实际非线性过程所满足的. 在此基础上, 我们将得到非线性系统(1)的线性表.

3 非线性系统的线性表示(Linear expression of nonlinear system)

定理 1 满足条件 A1), A2) 的非线性系统(1),

* 基金项目: 国家自然科学基金(60174019 和 60034010)资助项目.
收稿日期: 2000-04-17; 收修改稿日期: 2001-02-09.

可表示为如下时变线性系统:

$$\begin{aligned} y(k) = & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)) = \\ & \alpha_1(k)y(k-1) + \dots + \alpha_m(k)y(k-m) + \\ & \beta_1(k)u(k-1) + \dots + \beta_n(k)u(k-n). \end{aligned} \quad (2)$$

证 由条件 A1) 可得:

$$\begin{aligned} y(k) = & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)) = \\ & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n)) - f(0, 0, \dots, 0, 0, \dots, 0) = \\ & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n+1), u(k-n)) - \\ & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n+2), u(k-n+1), 0) + \\ & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n+2), u(k-n+1), 0) - \\ & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n+3), u(k-n+2), 0, 0) + \\ & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, \\ & u(k-n+3), u(k-n+2), 0, 0) + \dots + \\ & f(y(k-1), 0, \dots, 0) - f(0, 0, \dots, 0, 0, \dots, 0). \end{aligned}$$

由条件 A2) 和微分中值定理可得:

$$\begin{aligned} & f(y(k-1), \dots, y(k-i+1), y(k-i), 0, \dots, 0) - \\ & f(y(k-1), \dots, y(k-i+1), 0, 0, \dots, 0) = \\ & y(k-i)(\partial f / \partial y(k-i)) |_{(y(k), \gamma, 0, \dots, 0)}, \end{aligned}$$

$$i = 1, 2, \dots, m,$$

$$\begin{aligned} & f(y(k-1), \dots, u(k-j+1), u(k-j), 0, \dots, 0) - \\ & f(y(k-1), \dots, u(k-j+1), 0, 0, \dots, 0) = \\ & u(k-j)(\partial f / \partial u(k-j)) |_{(y(k), \omega, 0, \dots, 0)}, \end{aligned}$$

$$j = 1, 2, \dots, n.$$

式中 γ_i 是介于 $0, y(k-i)$ 之间的某个数, ω_j 是介于 $0, u(k-j)$ 之间的某个数.

综上所述可得

$$\begin{aligned} y(k) = & f(y(k-1), \dots, y(k-m), u(k-1), \dots, u(k-n)) = \\ & \sum_{j=1}^n u(k-j)(\partial f / \partial u(k-j)) |_{(y(k), \omega_j, 0, \dots, 0)} + \\ & \sum_{i=1}^m y(k-i)(\partial f / \partial y(k-i)) |_{(y(k), \gamma_i, 0, \dots, 0)} = \\ & \alpha_1(k)y(k-1) + \dots + \alpha_m(k)y(k-m) + \\ & \beta_1(k)u(k-1) + \dots + \beta_n(k)u(k-n). \end{aligned}$$

其中:

$$\begin{aligned} \alpha_i(k) = & \\ \partial f / \partial y(k-i) |_{(y(k), \gamma_i, 0, \dots, 0)}, & i = 1, 2, \dots, m, \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} \beta_j(k) = & \\ \partial f / \partial u(k-j) |_{(y(k), \omega_j, 0, \dots, 0)}, & j = 1, 2, \dots, n, \\ Y(k) = & y(k-1), \dots, y(k-i+1), \\ Y'(k) = & y(k-1), \dots, y(k-m), \\ & u(k-1), \dots, u(k-j+1). \end{aligned}$$

由条件 A2) 中的偏导数有界性可知, $\alpha_i (i = 1, \dots, m)$, $\beta_j (j = 1, \dots, n)$ 是有界的.

4 时变参数的估计 (Estimation of time-varying parameters)

由上面的推导可知, 线性表示 (2) 中的各系数是未知且时变的. 因此, 需在线辨识这些系数. 时变参数的估计是系统辨识和自适应控制中研究的一个重要问题, 人们就此进行了广泛的研究, 提出了许多辨识方法^[6-8], 但这些方法对于快时变过程难以得到期望的效果. 快时变参数的估计目前还是一个难点. 多项式逼近时变参数是基于将时变序列展成多项式基函数的线性组合形式, 通过辨识这些线性组合的定常系数来实现时变参数的辨识. 研究表明这是一种有效的方法^[9, 10].

4.1 广义多项式基函数 (Generalized polynomials basis function)

由 Weierstrass 第一定理可知: 对于 $[a, b]$ 上的连续函数 $f(t)$, $\forall \epsilon > 0$, 总存在多项式 $p(t)$, 使得对一切 $a \leq t \leq b$ 有 $|f(t) - p(t)| < \epsilon$. 即: $f(t) = \sum_{i=0}^{\infty} f_i T_i(t)$, 其中 $\{T_i(t) |_{t=0}^{\infty}$ 为任意一组基函数, f_i 是常系数. 在应用中常将上式取有限项截断, 只要截断项足够多, 有限项逼近误差可以做到任意小^[11, 12].

常用的多项式基函数有 Legendre 多项式基函数、Laguerre 多项式基函数、Hermite 多项式基函数和样条插值多项式基函数等. 本文采用结构相对简单的样条插值多项式基函数 (这里仅给出三次样条基函数如下):

$$\begin{cases} F_0(t) = \frac{1}{6}(-t^3 + 3t^2 - 3t + 1), \\ F_1(t) = \frac{1}{6}(3t^3 - 6t^2 + 4), \\ F_2(t) = \frac{1}{6}(-3t^3 + 3t^2 + 3t + 1), \\ F_3(t) = \frac{1}{6}t^3, 0 \leq t \leq 1. \end{cases} \quad (3)$$

4.2 参数估计 (Estimation of parameters)

采用三次样条基函数有:

$$\begin{aligned} \alpha_i(k) &= \sum_{j=0}^3 \alpha_{i,j} F_j(k), \\ \beta_i(k) &= \sum_{j=0}^3 \beta_{i,j} F_j(k). \end{aligned} \quad (4)$$

将式(4)代入式(2)得:

$$\begin{aligned} y(k) &= \\ &f(y(k-1), \dots, y(k-m), \\ &u(k-1), \dots, u(k-n)) = \\ &\alpha_{1,0} F_0(k) y(k-1) + \dots + \alpha_{1,3} F_3(k) y(k-1) + \dots + \\ &\alpha_{m,0} F_0(k) y(k-m) + \dots + \alpha_{m,3} F_3(k) y(k-m) + \\ &\beta_{1,0} F_0(k) u(k-1) + \dots + \beta_{1,3} F_3(k) u(k-1) + \dots + \\ &\beta_{n,0} F_0(k) u(k-n) + \dots + \beta_{n,3} F_3(k) u(k-n). \end{aligned}$$

则系统(2)可表示为如下回归形式:

$$y(k) = \phi(k)\theta + \varepsilon(k). \quad (5)$$

式中:

$$\begin{aligned} \phi(k) &= \\ &[y(k-1)F_0(k), \dots, y(k-1)F_3(k), \dots, y(k-m)F_0(k), \dots, \\ &y(k-m)F_3(k), u(k-1)F_0(k), \dots, u(k-1)F_3(k), \dots, \\ &u(k-n)F_0(k), \dots, u(k-n)F_3(k)], \\ \theta &= [\alpha_{1,0}, \dots, \alpha_{1,3}, \dots, \alpha_{m,0}, \dots, \alpha_{m,3}, \beta_{1,0}, \dots, \\ &\beta_{1,3}, \dots, \beta_{n,0}, \dots, \beta_{n,3}]^T. \end{aligned}$$

$\varepsilon(k)$ 为误差项, 包括逼近误差和系统未建模动态. 这样原系统(2)中的时变参数估计就转化为(5)式中定常参数 θ 的估计. 本文采用带死区的梯度算法对 θ 进行在线辨识:

$$\hat{\theta}(k) = \hat{\theta}(k-1) + \frac{\phi(k-1)\varphi(e(k))}{1 + \phi^T(k-1)\phi(k-1)}. \quad (6)$$

其中 $\varphi(e(k))$ 为误差死区信号, 定义如下

$$\varphi(e(k)) = \begin{cases} e(k) - g, & e(k) > g, \\ 0, & |e(k)| \leq g, \\ e(k) + g, & e(k) < -g, \end{cases}$$

$$e(k) = y(k) - \phi(k-1)^T \hat{\theta}(k-1).$$

g 表示死区值.

5 自适应预测控制算法 (Adaptive predictive control)

本文采用具有多步预报特性的广义预测控制. 广义预测控制自问世以来, 在工业控制过程中展现出广阔的应用前景, 实践表明它具有较强的鲁棒性, 优于常规的自适应控制^[1,2].

设被控对象由下列差分方程表示:

$$A(q^{-1})y(k) = B(q^{-1})u(k-1) + C(q^{-1})\xi(k)/\Delta. \quad (7)$$

其中 ξ 是白噪声序列, $\Delta = 1 - q^{-1}$ 表示差分算子. $A(q^{-1}), B(q^{-1}), C(q^{-1})$ 分别是后移算子 q^{-1} 的 m, n, v 次多项式, 且 $A(q^{-1}), C(q^{-1})$ 的首项为一.

采用性能指标:

$$J = E[(y - y_r)^T(y - y_r) + \lambda u^T u]. \quad (8)$$

其中

$$\begin{aligned} y_r &= [y_r(k+1), \dots, y_r(k+N)]^T, \\ y &= [y(k+1), \dots, y(k+N)]^T, \\ u &= [\Delta u(k), \dots, \Delta u(k+N_u-1)]^T. \end{aligned}$$

y_r 是已知的设定值序列, λ 是加权常数, N 为最大预测时域, N_u 为控制时域.

对性能指标(8)求极值并利用下列 Diophantine 方程:

$$\begin{cases} 1 = E_j(q^{-1})A(q^{-1})\Delta + q^{-j}F_j(q^{-1}), \\ E_j(q^{-1})B(q^{-1}) = G_j(q^{-1}) + q^{-j}H_j(q^{-1}). \end{cases} \quad (9)$$

其中:

$$\begin{aligned} E_j(q^{-1}) &= e_0 + e_1 q^{-1} + \dots + e_{j-1} q^{-j+1}, \\ F_j(q^{-1}) &= f_0^j + f_1^j q^{-1} + \dots + f_{m-1}^j q^{-m}, \\ G_j(q^{-1}) &= g_0 + g_1 q^{-1} + \dots + g_{j-1} q^{-j+1}, \\ H_j(q^{-1}) &= h_0^j + h_1^j q^{-1} + \dots + h_{n-1}^j q^{-n+1}. \end{aligned}$$

可得控制律:

$$u = (G^T G + \lambda I)^{-1} G^T [y_r - Fy(k) - H\Delta u(k-1)]. \quad (10)$$

其中:

$$G = \begin{bmatrix} g_0 & 0 & \dots & 0 \\ g_1 & g_0 & \dots & 0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ g_{N_u-1} & g_{N_u-2} & \dots & g_0 \\ \vdots & & \ddots & \vdots \\ g_{N-1} & g_{N-2} & \dots & g_{N-N_u} \end{bmatrix}_{(N \times N_u)},$$

$$F(q^{-1}) = [F_1(q^{-1}), \dots, F_N(q^{-1})]^T,$$

$$H(q^{-1}) = [H_1(q^{-1}), \dots, H_N(q^{-1})]^T.$$

记 $(G^T G + \lambda I)^{-1} G^T$ 的第一行为: $[p_1, \dots, p_N]$, 定义: $P(q^{-1}) = p_N + p_{N-1} q^{-1} + \dots + p_1 q^{-N+1}$, 则控制律为:

$$\begin{cases} \Delta u(k) = P(z^{-1})y_r(k+N) - [\sum_{j=1}^N p_j F_j(q^{-1})]y(k) - \\ \quad [\sum_{j=1}^N p_j H_j(q^{-1})]\Delta u(k-1), \\ u(k) = u(k-1) + \Delta u(k). \end{cases} \quad (11)$$

将(6)式中估计的参数值代入(4)式得 $\hat{a}_i(k)$, $\hat{\beta}_i(k)$, 再代入下式得:

$$\begin{aligned} \hat{A}(q^{-1}) &= 1 + (-\hat{\alpha}_1(k))q^{-1} + (-\hat{\alpha}_2(k))q^{-2} + \cdots + (-\hat{\alpha}_m(k))q^{-m}, \\ \hat{B}(q^{-1}) &= \hat{\beta}_1(k) + \hat{\beta}_2(k)q^{-1} + \cdots + \hat{\beta}_n(k)q^{-n+1}. \end{aligned}$$

由 Diophantine 方程(9)求得控制器(10)中所需的参数. 由定理 1 可知, 系统(1)和系统(2)是等价的, 因此所得的控制律可作为原系统(1)的自适应广义预测控制律.

6 仿真结果(Simulation results)

取被控制对象为

$$y(k) = \frac{5y(k-1)y(k-2)}{1+y(k-1)^2+y(k-2)^2+y(k-3)^2} + u(k-1) + 1.1u(k-2).$$

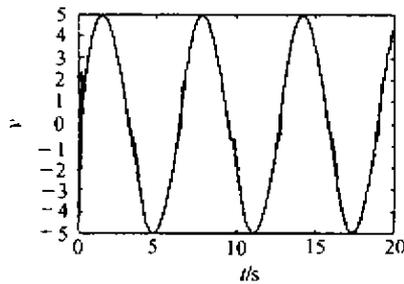


图 1(a) $y = \sin(t)$ 时的仿真曲线

Fig. 1(a) Simulation curves for $y = \sin(t)$

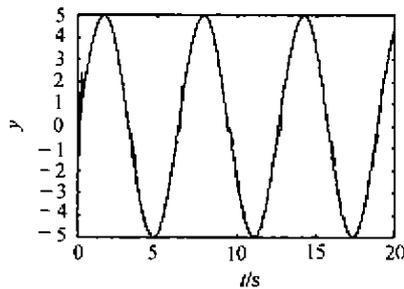


图 2(a) $y = \sin(10t)$ 时的仿真曲线

Fig. 2(a) Simulation curves for $y = \sin(10t)$

仿真中, 初始条件为: $u(1) = -1, u(2) = 1, y(1) = y(2) = 0, y(3) = 1$; 广义预测控制算法中的参数取 $N = 5, N_u = 1, \lambda = 40$; 梯度算法中 $g = 0.1$. 仿真结果如图 1、图 2 所示, 横坐标表示时间, 纵坐标表示幅值. 图 1(a) 为 $y_r = 5\sin(t)$ 时的系统输出曲线和期望曲线, 图 1(b) 为 $y_r = 5\sin(t)$ 时的误差曲线, 步长取 0.01 秒, 仿真 2000 步; 图 2(a) 表示 $y_r = 5\sin(10t)$ 时的系统输出曲线和期望曲线, 图 2(b) 表示 $y_r = 5\sin(10t)$ 时的误差曲线, 步长取 0.001 秒, 仿真 2000 步; 由仿真结果可看到, 无论跟踪信号变化快慢, 系统进入平稳跟踪后, 绝大多数点的跟踪误差小于 0.2, 其余点的最大跟踪误差一般小于 0.6, 本文的方法能够取得较好的跟踪效果.

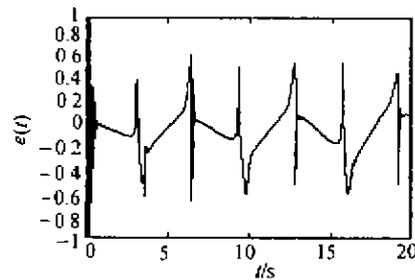


图 1(b) $y = \sin(t)$ 时的误差曲线

Fig. 1(b) Error curve for $y = \sin(t)$

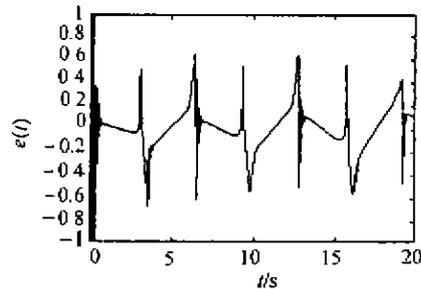


图 2(b) $y = \sin(10t)$ 时的误差曲线

Fig. 2(b) Error curve for $y = \sin(10t)$

7 结论(Conclusion)

本文就一类非线性系统, 将其等阶表示为时变线性系统, 利用多项式逼近时变参数的实时辨识算法与具有较强鲁棒性的广义预测控制算法相结合, 实现了此类非线性系统的自适应控制. 仿真结果表明了算法的有效性.

由于许多实际过程均满足此类非线性系统的条件, 因此该方法具有一定的普遍意义. 闭环系统的稳定性分析将是下一步研究的重点.

参考文献(References)

[1] Xi Yugeng. Predictive Control [M]. Beijing: National Defence In-

dustry Press, 1993 (in Chinese)

- [2] Wang Wei. Generalized Predictive Control Theory and Application [M]. Beijing: Science Press, 1998 (in Chinese)
- [3] Lu Ping. Optimal predictive control of continuous nonlinear systems [J]. Int. J. Control, 1995, 62(3): 633 - 649
- [4] Singh S N. Nonlinear predictive control of feedback linearization system and flight control system design [J]. J. of Guidance Control and Dynamics, 1995, 18(5): 1023 - 1028
- [5] Qin Bin and Han Zhigang. The global linearization of NARMAX models via ARMAX models [J]. Chinese J. of Automation, 1997, 23(3): 332 - 337 (in Chinese)
- [6] Guo L. Estimating time-varying parameters by the Kalman filter based algorithm: Stability and convergence [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1990, 35(2): 141 - 147

- [7] Piel-Lahanier H and Walter E. Bounded-error tracking of time-varying parameters [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1994, 39(8): 1661 - 1664
- [8] Wen Changyun. A robust adaptive controller with minimal modifications for discrete time-varying systems [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1994, 39(5): 987 - 991
- [9] Tsu-Tian Lee and Yuh-Feng Tsay. Analysis and optimal control of discrete linear time-varying system via discrete general orthogonal polynomials [J]. Int. J. Control, 1986, 44(5): 1427 - 1436
- [10] Chang Rong-Yeu, Yang Shwu-Yien and Wang Maw-Ling. A new approach for identification of time varying systems via generalized orthogonal polynomials [J]. Int. J. Control, 1986, 44(6): 1747 - 1755
- [11] Department of Computer Mathematics of Nanjing University. Method for Numerical Approximation [M]. Beijing: Science Press, 1978 (in Chinese)
- [12] Wang Deren and Yang Zhonghua. Introduction of Numerical Approx-

imation [M]. Beijing: High Education Press, 1978 (in Chinese)

本文作者简介

郭健 1974年生, 1997年在南京理工大学自动化系获学士学位, 目前在南京理工大学自动化系攻读博士学位. 主要研究领域: 预测控制, 小波神经网络等. Email: g jg j @ 263.net

陈庆伟 1963年生, 高级工程师, 1988年于南京理工大学自动化系获硕士学位, 目前在南京理工大学自动化系攻读博士学位, 主要研究方向为智能控制系统及数字交流伺服系统的设计

朱瑞军 1968年生, 副教授, 1994年在东北师范大学获硕士学位, 1998年在东北大学获博士学位, 1998年~2000年在南京理工大学从事博士后研究工作. 主要研究领域为: 非线性系统的状态估计, 智能控制等.

胡维礼 1941年生, 教授, 博士生导师, 1965年毕业于清华大学自动控制系. 主要研究方向为: 鲁棒自适应控制, 非线性控制及智能控制理论在伺服系统中的应用等

(上接第 67 页)

参考文献(References)

- [1] Kosko B. Bidirectional associative memory [J]. IEEE Trans. on Systems, Man, and Cybernetics, 1998, 18(1): 49 - 60
- [2] Hecht-Nielsen R. Neurocomputing [M]. Reading, MA: Addison-Wesley, 1990
- [3] Haines K and Hecht-Nielsen R. A BAM with increased information storage capacity [A]. In Proc. International Joint Conference on Neural Networks[C], San Diego, CA, USA, 1988, 1: 181 - 191
- [4] Wang Y F, Cruz Jr J B and Mulligan Jr J H. Two coding strategies for bidirectional associative memory [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1990, 1(1): 81 - 91
- [5] Simpson P K. Higher-ordered and intraconnected bidirectional associative memory [J]. IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, 1990, 20(3): 637 - 653
- [6] Tai H M, Wu C H and Jong T L. Higher-order bidirectional associative memory [J]. Electron. Lett., 1989, 25(21): 1424 - 1425
- [7] Chueh T D and Goodman R M. High-capacity exponential associative memory [A]. In Proc. International Joint Conference on Neural

Networks [C], San Diego, CA, USA, 1988, 1: 153 - 160

- [8] Chueh T D. Recurrent correlation associative memories [J]. IEEE Trans. Neural Networks, 1991, 2(2): 275 - 284
- [9] Wang C C, Hwang S M and Lee J P. Capacity analysis of the asymptotically stable multivalued exponential bidirectional associative memory [J]. IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, 1996, 26(3): 733 - 743
- [10] Chen Songcan, Gao Hang and Yan Wei. Improved eBAM [J]. Electron. Lett., 1997, 33(3): 223 - 224
- [11] Chen Songcan, Gao Hang. Improved exponential bidirectional associative memory and its performance evaluation [J]. J. of Software, 1999, 10(4): 415 - 420

本文作者简介

陈松灿 1962年生, 教授, 博士生导师. 研究兴趣: 图象处理, 模式识别及智能系统. Email: cansc@nuaa.edu.cn

刘征 1975年生, 硕士. 主要研究方向: 图象处理, 模式识别. Email: mgsk@263.net