文章编号：1000-8152(2002)01-0114-03

系统辨识相关分析的一种改进*

赵正敏[1]　任贵勇[2]

(1. 淮阴工学院电气工程系·江苏淮阴，223001；2. 哈尔滨工业大学控制工程系·哈尔滨，150001)

摘要：用伪随机二进制序列(PRBS)进行相关分析是辨识系统脉冲响应函数的有效方法，本文给出了相关分析法的一个改进型：首先确定脉冲响应函数离散值的个数，然后独立增加 M 序列的长度以提高系统的辨识精度，仿真表明了这种算法的有效性．

关键词：伪随机二进制序列；相关分析；M 序列

文献标识码：A

An Improvement of Correlation Analysis in System Identification

ZHAO Zhengmin[1] and REN Guiyong[2]

(1 Department of Electrical Engineering, Huaiyin Institute of Technology · Jiangshu Huaiyin, 223001, P.R.China;

2 Department of Automatic Control, Harbin Institute of Technology · Harbin, 150001, P.R China)

Abstract: Correlation analysis, using pseudo-random binary sequence as input, is an effective method to identify the impulse response of control. An improvement of this method, i.e., increasing the length of M sequence after fixing the number of discrete values of impulse response to improve the precision, is presented Simulation results demonstrate the validity of this means.

Key words: pseudo-random binary sequence; correlation analysis; M sequence

1　引言(Introduction)

系统辨识的相关分析方法通常采用伪随机二进制序列(pseudo-random binary sequence，简称 PRBS)作为被辨识系统的输入信号，这一方法既能保证输入信号含有足够激励系统的信息，又不会干扰系统的正常运行；既可以间接得到系统的传递函数，也可以直接辨识出系统的时域离散差分模型或状态模型，既可以离线运算，也可以在线辨识．因此，相关分析至今仍有着广泛的应用．

M 序列是最常用的一种伪随机二进制序列．由于其易于产生、易于处理并具有类似于白噪声的性质，在系统辨识中，M 序列常作为试验输入信号，并已有成熟的理论与应用结果．提高系统脉冲响应函数精度的方法主要有：减小 M 序列的时钟周期和增大其长度；用高精度的方法求解 Wiener-Hopf 方程；提高互相关函数的计算精度等．

随着计算机技术的发展，给出一个长度很大的 M 序列用于系统辨识已变得非常方便．针对 M 序列长度大于待辨识脉冲响应函数离散值个数的情况，本文对已有的相关分析算法进行了改进，并讨论了改进方法的性质，仿真结果表明，这种算法可以进一步提高系统的辨识精度．

2　改进方法及其性质(Improved method and its properties)

工业过程中常见的"0 型"单输入/单输出线性定常系统，其传递函数的一般表示式为：

$$G(s)=\frac{b_m s^m+b_{m-1}s^{m-1}+\cdots+b_0}{a_n s^n+a_{n-1}s^{n-1}+\cdots+a_0}\ (n>m). \tag{2.1}$$

其脉冲响应函数 $h(t)$，$n>m$ 时，$\lim\limits_{t\to\infty}h(t)=0$；当 $n-m=1$ 时，$h(0)\neq0$；当 $n-m\geqslant2$ 时，$h(0)=0$．对这类系统的相关分析试验系统结构如图 1 所示，设输入信号 M 序列长度为 N，ΔT 为 M 序列的时钟周期，也等于系统的采样周期，$y(t)$ 为待辨识系统的有噪输出信号，$v(t)$ 为干扰信号，是 A/D 量化噪声及系统其它噪声在输出端的等效，$p+1$ 为待辨识脉冲响应函数离散样值的个数，观测 $M+p+2$ 组数据，$M+1=qN$，整数 q 是 M 序列重复周期数，求

收稿日期：1999-10-14；收修改稿日期：2000-07-17

出输入输出的互相关函数,并求解 Wiener-Hopf 方程可得:

$$\hat{H} = \frac{1}{\Delta T}\tilde{\Phi}_x^{-1}\tilde{\Phi}_{xy}. \tag{2.2}$$

其中

$\hat{H} = [\hat{h}(0)\ \ \hat{h}(1)\ \ \cdots\ \ \hat{h}(p)]^{\mathrm{T}}$ 是脉冲响应函数的离散序列,

$\tilde{\Phi}_x = \begin{bmatrix} a^2 & -\frac{a^2}{N} & \cdots & -\frac{a^2}{N} \\ -\frac{a^2}{N} & a^2 & \cdots & -\frac{a^2}{N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ -\frac{a^2}{N} & -\frac{a^2}{N} & \cdots & a^2 \end{bmatrix}$ 为 M 序列的自相关阵,

$\tilde{\Phi}_{xy} = [\tilde{\phi}_{xy}(0)\ \tilde{\phi}_{xy}(1)\ \cdots\ \tilde{\phi}_{xy}(p)]^{\mathrm{T}}$ 是 M 序列和输出的互相关阵.

这里,$\tilde{\phi}_{xy}(i) = \frac{1}{\mathrm{M}+1}\sum_{m=p}^{p+\mathrm{M}} x(m-i)y(m)(i = 0,1,\cdots,p)$ $x(m)$ 和 $y(m)$ 分别是输入输出序列.

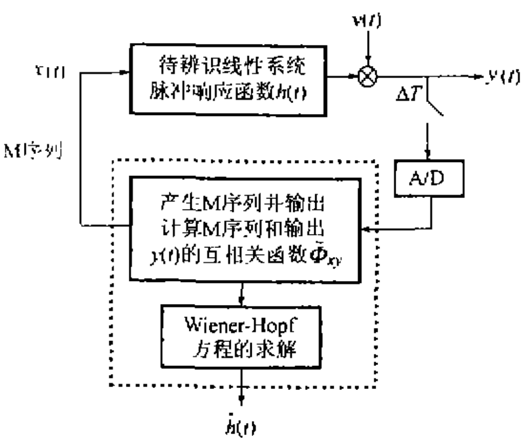

图 1　相关分析试验系统

Fig. 1　Experimental system of correlation analysis

在已有的试验设计方案中[1,2],固定取 $N = p + 1$,则:

$$\tilde{\Phi}_x^{-1} = \frac{N}{a^2(N+1)}\begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix}, \tag{2.3}$$

得到:

$$\hat{H} = \frac{1}{a^2\Delta T(N+1)}\begin{bmatrix} 2 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & 2 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & 2 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{xy}(0) \\ \tilde{\phi}_{xy}(1) \\ \vdots \\ \tilde{\phi}_{xy}(p) \end{bmatrix}, \tag{2.4}$$

或

$$\hat{h}(i) = \frac{N}{a^2\Delta T(N+1)}\left\{\sum_{k=0}^{p}\tilde{\phi}_{xy}(k) + \tilde{\phi}_{xy}(i)\right\}(i = 0,1,\cdots,p). \tag{2.5}$$

上述已有的试验设计方案中,首先确定待辨识脉冲响应函数离散值的个数 $p+1$,随之确定 M 序列的长度 $N = p + 1$,N 和 p 的取值互相相关,参数选择不方便,计算结果存在很大的恒偏.用 PRBS 作为试验信号,对一个工业过程的脉冲响应函数进行辨识时,序列长度 N、重复周期数 q、时钟周期 ΔT 及幅度的选择都有一定要求,一般选择 $N > p + 1$[3],而用现代计算机产生一个较长的 M 序列是非常容易的,针对上述情况,本文给出一种改进算法,使得 N,p 的选择相互独立,而且选择较大的 N,可以明显提高系统辨识精度.

当 $p \leqslant N - 1$ 时,可以证明,$(p+1)$ 阶的 M 序列自相关阵 $\tilde{\Phi}_x$ 的逆矩阵为:

$$\tilde{\Phi}_x^{-1} = \frac{N}{a^2(N+1)(N-p)}\begin{bmatrix} N-p+1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & N-p+1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & N-p+1 \end{bmatrix}. \tag{2.6}$$

此时

$$\hat{H} = \frac{N}{a^2\Delta(N+1)(N-p)}\cdot\begin{bmatrix} N-p+1 & 1 & \cdots & 1 \\ 1 & N-p+1 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & 1 & \cdots & N-p+1 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} \tilde{\phi}_{xy}(0) \\ \tilde{\phi}_{xy}(1) \\ \vdots \\ \tilde{\phi}_{xy}(p) \end{bmatrix}, \tag{2.7}$$

或

$$\hat{h}(i) = \frac{N}{a^2\Delta T(N+1)}\left\{\frac{1}{N-p}\sum_{k=0}^{p}\tilde{\phi}_{xy}(k) + \tilde{\phi}_{xy}(i)\right\}(i = 0,1,\cdots,p). \tag{2.8}$$

由式(2.7)或式(2.8)可以看出,改进的方法有下述几个特点:

1) N,p 相互独立,可独立选择,而式(2.3)是式(2.6)在 $p = N - 1$ 时的特例;

2) 对于式(2.6)有:$\lim\limits_{N\to\infty}\tilde{\Phi}_x^{-1} = \frac{1}{a^2}I$,$I$ 是 $(p+1)$ 阶单位阵,这表明就自相关矩阵而言,当信号长度趋于无穷时,M 序列趋向于理想白噪声信号;

3) $\lim\limits_{N\to\infty}\frac{N}{a^2\Delta T(N+1)(N-p)}\sum_{k=0}^{p}\tilde{\phi}_{xy}(k) = 0$,表明

$N-p$ 足够大时,恒偏 $\frac{N}{a^2\Delta T(N+1)(N-p)}\sum_{k=0}^{p}\bar{\varphi}_{xy}(k)$ 将变得很小,可以忽略不计,估计将变为无偏估计;

4) 若系统干扰信号 $v(t)$ 为白噪声,$\hat{h}(i)$ 的误差协方差阵为:

$$\Psi=\frac{N\sigma_v^2}{a^2(N+1)}\begin{bmatrix}1+\frac{1}{N-P} & \frac{1}{N-P} & \cdots & \frac{1}{N-P}\\ \frac{1}{N-P} & 1+\frac{1}{N-P} & \cdots & \frac{1}{N-P}\\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots\\ \frac{1}{N-P} & \frac{1}{N-P} & \cdots & 1+\frac{1}{N-P}\end{bmatrix}. \tag{2.9}$$

显然, $\lim_{N-p\to\infty}\Psi=\frac{\sigma_v^2}{a^2}I$.

3 仿真算例(Simulation example)

这里以二阶系统 $G(s)=\frac{2}{s^2+s+2}$ 作为计算例. 取 $p=126,\Delta T=0.195$,干扰为取值于$(-0.01,0.01)$的近似于白噪声的随机噪声,图2、图3是 N 分别取127(传统方法)和1023(改进方法)时的辨识结果 $\hat{h}(t)$ 及其误差曲线.

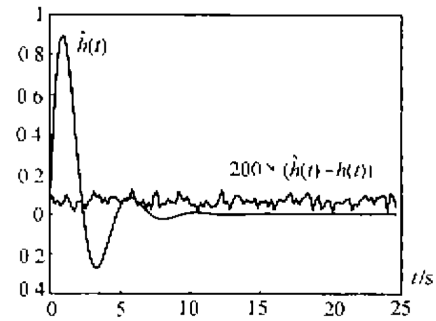

图2　$p=126,N=127,M=2031,q=16$时原算法的辨识结果

Fig. 2　Traditional method: $p=126,N=127,M=2031,q=16$

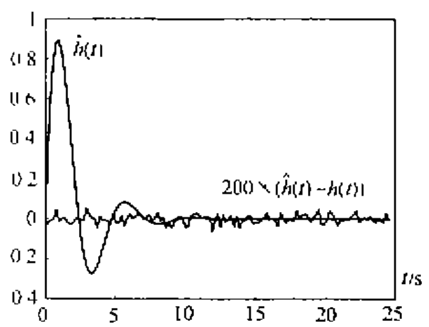

图3　$p=126,N=1023,M=2045,q=2$时改进算法的辨识结果

Fig. 3　Improved method: $p=126,N=1023,M=2045,q=2$

表1是三组随机试验的定量分析结果, $\sigma^2=\frac{1}{p+1}\sum_{i=0}^{p}[\hat{h}(i)-h(i)]^2$, $h(i)$ 是理论值,$\hat{h}(i)$ 是辨识结果. 从表中的数据可以看出,改进方法对辨识精度的改善是明显的.

表1　N 不同时,系统的辨识误差 σ^2

Table 1　System identification error σ^2 for different N

实验序号	$N=127,p=126,M=2031,q=16$	$N=1023,p=126,M=2048,q=2$
1	5.2213e-08	1.2620e-08
2	5.8070e-08	1.7474e-08
3	7.6499e-08	1.5008e-08

4 结束语(Conclusion)

本文给出了系统辨识相关分析的一种改进试验及计算方法,所用的M序列长度和待辨识系统脉冲传递函数离散样值个数的选取相互独立,M序列长度可以大于脉冲传递函数离散样值个数,随着M序列长度的增大,辨识结果中的恒偏大大减小,M序列更接近于最优试验信号,在不增加计算复杂性的前提下,提高了辨识精度,增加了参数选择的灵活性. 对一个二阶系统的辨识结果表明,这种改进方法可以明显改善系统的辨识精度.

参考文献(References)

[1] Hill J D and McMurty G J. An application of digital computers to linear system identification [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1964, 9(10):536-538

[2] Wu Guangyu. System Identification and Adaptive Control [M]. Harbin: The HIT Press, 1987,61-64 (in Chinese)

[3] Li Beinan. Pseudo Random Binary Sequence and Correlation Analysis in System Identification [M]. Beijing: Science Press, 1987 (in Chinese)

本文作者简介

赵正敏　1965年生. 副教授. 主要研究兴趣包括:系统辨识及模式识别,信号与信息处理. 主持或参加过多个研究课题,并获得授权专利两项,已在国内相关领域的学术期刊上发表论文20余篇. Email: h3660681@pub.hy.jsinfo.net 或 lf@sohu.com

任贵勇　1973年生. 分别于1995年和1997年毕业于哈尔滨工业大学控制工程系自动控制专业,获得工学学士和工学硕士学位,1997年9月开始攻读哈尔滨工业大学控制科学与控制工程博士学位至今. 其主要研究方向为:自适应控制,智能控制、神经网络等. 曾参加多个科研项目,并已在国内外学术期刊上发表论文数篇.