

非线性系统的迭代学习控制及其算法实现*

谢胜利¹ 谢振东¹ 田森平²

(1. 华南理工大学无线电与自动控制研究所·广州, 510640; 2. 华南理工大学自动化系·广州, 510640)

摘要: 研究了非线性系统的学习控制方法. 首先, 对学习控制方法在目前发展中所存在的一些问题进行了分析; 在此基础上, 通过引进新的 (λ, ξ) -范数及新的算法, 克服了这一理论研究所存在的一些困难, 避免了以上问题的出现, 获得了控制算法全局收敛和目标跟踪精度较高的结果. 而且对所给算法的可实现性问题进行了分析.

关键词: 非线性系统; 迭代学习控制; (λ, ξ) -范数; 新算法

文献标识码: A

Iterative Learning Control and Algorithm Realization of Nonlinear Systems

XIE Shengli¹, XIE Zhendong¹ and TIAN Senping²

(1. Institute of Radio Engineering and Automatic Control, South China University of Technology · Guangzhou, 510640, P. R. China;

2. Department of Automation, South China University of Technology · Guangzhou, 510640, P. R. China)

Abstract: A discussion is made on the learning control method for the nonlinear systems. First, it analyses some problems in the learning control method. Then, by introducing new (λ, ξ) -norm and new algorithm, it surmounts some difficulty in the research and obtains the globe convergence of the control algorithm and the target tracking of higher accuracy. The realizability of the new algorithm is discussed.

Key words: nonlinear systems; iterative learning control; (λ, ξ) -norm; new algorithm

1 引言(Introduction)

学习控制方法是控制理论中近年产生的一种新方法, 它在一类具有较强的非线性耦合和较高的位置重复精度的动力学系统(例如工业机器人、数控机床等)的控制中有着很好的应用, 如 Arimoto^[1], Park^[2], Toshiharu^[3], Dusko^[4]等. 这种控制方法, 只是利用控制系统先前的控制经验, 根据测量系统的实际输出信号和期望信号, 来寻找一个理想的输入特征曲线, 使被控对象产生期望的运动. “寻找”的过程就是学习控制的过程. 而且在该学习过程中, 只需要测量实际输出信号和期望信号, 对被控对象的动力学描述和参数估计的复杂计算均可简化和省略. 因这一方法已在控制理论领域引起了广泛的关注, 其应用不仅限制于机器人控制领域(如 Kuc^[5], Wang^[6], Soh^[7]等), 而且在非线性系统的鲁棒控制上也有了较大的发展(如 Ishihara^[8], Chien^[9], Lee^[10]等), 此外, 在离散系统、分布参数系统及广义系统上有了相应的应用(如 Hwang^[11], Amann^[12],

Zheng^[13], 谢振东^[14], 谢胜利^[15,16]等). 这一控制方法正在逐步形成控制理论领域中的一个新方向. 正是因为该控制方法的基本理论还未完全建立, 故目前的研究中还存在着这样或那样的缺陷或不足, 主要表现在以下几个方面, 其一: 学习控制不收敛, 而导致目标跟踪精度太差, 例 Danwei^[6], Danwei 和 Soh^[7], Greg^[17]等; 其二: 学习控制过程不是全局而只是局部收敛, 例 Tomohe^[18], Tea-Yong Kuc^[5], Pasquale^[19]等; 其三: 学习控制过程依赖于看起来似乎已知, 但实际上是未知的 $u_d(t)$ 的一些信息, 例 Tac-Jeong Jang^[20], Tea-Yong Kuc^[5], Greg^[17], Hyun-Sik Ahn^[21], Daoying^[22]等; 其四: 学习控制过程的收敛性依赖于非线性函数的 Lipschitz 常数, 而该常数一般来说只是定性条件, 而不是定量条件, 例 Sun^[23], Chiang-Ju Chien^[24]等; 其五: 如何充分利用控制系统先前控制经验的所有信息, 以及这些信息利用与学习控制过程收敛的关系.

从上述可知, 对学习控制理论的深入研究是摆

* 基金项目: 国家自然科学基金(60174006), 教育部重点科研基金及广东省自然科学基金资助项目.

收稿日期: 2000-01-10; 收修改稿日期: 2001-05-20

在人们面前而有价值的课题,它有助于控制理论中这一新方向的发展和其相应基本理论的丰富和完善.我们便是针对这一问题进行尝试性的探讨.

在本文中,我们主要就以上不足进行了研究,在概念上,引进了新的 (λ, ξ) -范数;在方法上,不是分别考虑 $u_k(t)$ 和 $y_k(t)$,而是将它们作为一个整体 $(u_k(t), y_k(t))$ 来研究;在算法上,充分利用了系统以前控制经验的信息,从而获得了控制算法的全局收敛性及理想的目标跟踪效果,而且也收敛条件的可实现性进行了分析,给出了具体的设计步骤.

2 问题与引理(Problem and lemma)

考虑如下形式的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = f(x, u, t), \\ y(t) = C(x, t) + B(t)u(t), \end{cases} \quad (2.1)$$

及初始条件

$$x(0) = x_0. \quad (2.2)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n, u \in \mathbb{R}^m, y \in \mathbb{R}^l, B \in \mathbb{R}^{m \times l}, f$ 与 C 是相应维数的向量函数,且都是Lipschitz连续的,

$$\|f(x_1, u_1, t) - f(x_2, u_2, t)\| \leq L_f(\|x_1 - x_2\| + \|u_1 - u_2\|), \quad (2.3)$$

$$\|C(x_1, t) - C(x_2, t)\| \leq L_C \|x_1 - x_2\|. \quad (2.4)$$

其中 L_f, L_C 不是具体知道的.

其问题为:对给定的目标输出 $y_d(t)$,要寻找输入控制 $u_k(t)$,使得它所对应的系统输出 $y_k(t)$ 满足 $e_k(t) = y_k(t) - y_d(t) \rightarrow 0, k \rightarrow \infty, t \in [0, T]$,
(2.5)

且输入控制 $u_k(t)$ 是可根据学习确定的.

在讨论问题之前,我们要给出如下一些定义和引理.

对 n 维向量 $w = (w_1, w_2, \dots, w_n)$,其范数定义

为: $\|w\| = \sqrt{\sum_{i=1}^n w_i^2}$,而相对应的 $n \times n$ 矩阵 A 的范数为: $\|A\| = \sqrt{\lambda_{\max}(A^T A)}$,其中 $\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示最大特征值.

函数 $f: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ 的 λ -范数为

$$\|f\|_{\lambda} = \sup_{0 \leq t \leq T} \|f(t)\| e^{-\lambda t},$$

而函数 $g_k: [0, T] \rightarrow \mathbb{R}^n$ 的 $\lambda(\xi)$ -范数为: $\|g_k\|_{(\lambda, \xi)} = \sup_{0 \leq t \leq T} \{\|g_k(t)\| e^{-\lambda t} \xi^k\}$,显然有 $\|g_k\|_{(\lambda, 1)} = \|g_k\|_{\lambda}$.

在后面的讨论中,我们将用到如下引理,其证明从略.

引理 2.1 设 $(v, \rho) \in (0, 1)^2$,且 $\frac{a\rho^N}{1-\rho} \in (0, 1)$,其中 a 是正常数, N 是正整数.则对任意的正常数 b, c ,存在 $(\xi, \eta) \in \Omega$ 使得 $(v\xi, f(\xi, \eta)) \in (0, 1)^2$,其中

$$\Omega = \{(x, y) \mid x > 1, y > 0\},$$

$$f(x, y) = \frac{(\rho x)^N}{1 - \rho x} [x^{N+1}(a + cy) + bxy].$$

引理 2.2 若存在常数 $M > 0, \xi > 1$ 使得

$$\|u_{k+1}(t) - u_k(t)\| \leq M\xi^{-k}, \quad \forall t \in [0, T],$$

则序列 $\{u_k(t)\}$ 于 $[0, T]$ 上一致收敛.

3 算法及问题的转化(Algorithm and transformation of problem)

对系统(2.1),我们的学习控制算法如下:

$$u_{k+1}(t) = u_{ka}(t) + u_{kb}(t), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (3.1a)$$

其中

$$u_{ka}(t) = \Gamma(t)u_k(t) + D(t)e_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (3.1b)$$

$$u_{kb}(t) = \begin{cases} \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t)u_{k-i}(t), & k = N+1, N+2, \dots, \\ 0, & k = 1, 2, \dots, N, \end{cases} \quad (3.1c)$$

$$\sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) = I - \Gamma(t),$$

$$e_k(t) = y_k(t) - y_d(t),$$

$$y_k(t) = C(x_k(t), t) + B(t)u_k(t).$$

我们还假定,系统相应于每次输入的状态 $x_k(t)$ 都过系统给定的初始点,即 $x_k(0) = x_0, k = 1, 2, \dots$;或者

$$\|x_{k+1}(0) - x_k(0)\| \leq b^k, \quad v \in (0, 1).$$

其目的是要确定算法中学习系数 $\Gamma(t), \Gamma_i(t), D(t)$ 使得:

1) 算法收敛,即 $u_k(t) \rightarrow u_d(t), k \rightarrow \infty, t \in [0, T]$;

2) 目标跟踪,即 $y_k(t) \rightarrow y_d(t), k \rightarrow \infty, t \in [0, T]$.

对以上问题,我们将转化成某一系统的渐近稳定性问题.因将考虑的是 $\{u_k(t)\}, \{e_k(t)\}$ 对 k 的收敛性,故只须考虑 $k > N$ 的情形.

定理 3.1 记 $\Delta u_k(t) = u_k(t) - u_{k-1}(t)$,和

$$A(t) = \begin{pmatrix} I + B(t)D(t) & B(t)(\Gamma(t) - I) \\ D(t) & \Gamma(t) - I \end{pmatrix},$$

$$Q_k(t) = \begin{pmatrix} e_k(t) \\ \Delta u_k(t) \end{pmatrix},$$

$$F_k(t) =$$

$$\begin{pmatrix} C(x_{k+1}(t), t) - C(x_k(t), t) - B(t) \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \sum_{j=1}^{i-1} \Delta u_{k-j}(t) \\ - \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \sum_{j=1}^{i-1} \Delta u_{k-j}(t) \end{pmatrix},$$

则有如下等式成立:

$$Q_{k+1}(t) = A(t)Q_k(t) + F_k(t), \quad k \geq N. \quad (3.2)$$

证 由式(3.1), 对 $k \geq N$ 有

$$u_{k+1} = \Gamma(t)u_k(t) + D(t)e_k(t) + \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t)u_{k-i}(t), \quad (3.3)$$

再由 $\sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) = I - \Gamma(t)$ 有

$$\begin{aligned} u_{k+1}(t) - u_k(t) &= (\Gamma(t) - I)u_k(t) + \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t)u_{k-i}(t) + D(t)e_k(t) = \\ &= (\Gamma(t) - I)(u_k(t) - u_{k-1}(t)) - \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t)(u_{k-1}(t) - u_{k-i}(t)) + D(t)e_k(t) = \\ &= (\Gamma(t) - I)\Delta u_k(t) - \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \sum_{j=1}^{i-1} \Delta u_{k-j}(t) + D(t)e_k(t). \end{aligned} \quad (3.4)$$

另外

$$\begin{aligned} e_{k+1}(t) &= e_k(t) + y_{k+1}(t) - y_k(t) = \\ &= (I + B(t)D(t))e_k(t) + C(x_{k+1}(t), t) - C(x_k(t), t) + \\ &= B(t)(\Gamma(t) - I)\Delta u_k(t) - B(t) \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \sum_{j=1}^{i-1} \Delta u_{k-j}(t), \end{aligned} \quad (3.5)$$

从而由式(3.4)和式(3.5)有

$$\begin{pmatrix} e_{k+1}(t) \\ \Delta u_{k+1}(t) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} I + B(t)D(t) & B(t)(\Gamma(t) - I) \\ D(t) & \Gamma(t) - I \end{pmatrix} \begin{pmatrix} e_k(t) \\ \Delta u_k(t) \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} C(x_{k+1}(t), t) - C(x_k(t), t) - B(t) \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \sum_{j=1}^{i-1} \Delta u_{k-j}(t) \\ - \sum_{i=1}^N \Gamma_i(t) \sum_{j=1}^{i-1} \Delta u_{k-j}(t) \end{pmatrix}, \quad (3.6)$$

即

$$Q_{k+1}(t) = A(t)Q_k(t) + F_k(t), \quad t > N.$$

4 稳定性分析(Analysis of stability)

从上节中可知, 要使算法收敛和目标跟踪, 我们只要证明

$$1) \lim_{k \rightarrow \infty} \|Q_k(t)\| = 0, \quad t \in [0, T];$$

$$2) \{u_k(t)\} \text{ 于 } [0, T] \text{ 上一致收敛.}$$

为将问题进一步转化, 我们首先给出如下引理:

引理 4.1 若存在 $M > 0$ 及 $\xi > 1$, 使得

$$\|Q_k(t)\| \leq M\xi^{-k}, \quad \forall t \in [0, T], \quad (4.1)$$

则上面的 1) 和 2) 均满足.

事实上, 在式(4.1)之下, 1) 是显然满足的. 另外有

$$\|\Delta u_k(t)\| \leq \|Q_k(t)\| \leq M\xi^{-k},$$

则由引理 4.1 知, 2) 也满足.

从而由引理 4.1 知, 要使算法收敛和目标跟踪, 我们又只要证明如下事实:

存在常数 $M > 0, \xi > 1$, 使得

$$\|Q_k(t)\| \leq M\xi^{-k}, \quad \forall t \in [0, T]. \quad (4.2)$$

注意 $Q_k(t)$ 满足式(4.2), 则

$$Q_k(t) = A^{k-N}(t)Q_N(t) + \sum_{i=N}^{k-1} A^{k-i-1}(t)F_i(t), \quad k > N, \quad (4.3)$$

从而有

$$\begin{aligned} \|Q_k(t)\| &\leq \|A^{k-N}(t)\| \|Q_N(t)\| + \sum_{i=N}^{k-1} \|A^{k-i-1}(t)\| \|F_i(t)\| \leq \\ &= (\rho(A(t)))^{k-N} \|Q_N(t)\| + \sum_{i=N}^{k-1} (\rho(A(t)))^{k-i-1} \|F_i(t)\|. \end{aligned} \quad (4.4)$$

下面, 我们先对 $\|F_i(t)\|$ 进行估计.

定理 4.1 在定理 3.1 中所定义的 $F_i(t)$ 满足如下估计:

$$\begin{aligned} \|F_k\|_{(\lambda, \xi)} &\leq \sum_{i=1}^N [\|B(t)\Gamma_i(t)\| + \|\Gamma_i(t)\| + \\ &\quad \frac{L_C L_f}{\lambda(\lambda - L_f)} \|\Gamma_i(t)\|] \sum_{j=1}^{i-1} \xi^j \|Q_{k-j}\|_{(\lambda, \xi)} + \\ &\quad \frac{L_C L_f}{\lambda(\lambda - L_f)} (\|D(t)\| + \|\Gamma(t) - I\|) \|Q_k\|_{(\lambda, \xi)}. \end{aligned} \quad (4.5)$$

证 由 $F_k(t)$ 的定义知

$$\|F_k(t)\| \leq \sum_{i=1}^N \|B(t)\Gamma_i(t)\| \sum_{j=1}^{i-1} \|\Delta u_{k-j}(t)\| +$$

$$L_C \|x_{k+1}(t) - x_k(t)\| + \sum_{i=1}^N \| \Gamma_i(t) \| \sum_{j=1}^{i-1} \| \Delta u_{k-j}(t) \| = \sum_{i=1}^N (\|B(t)\Gamma_i(t)\| + \| \Gamma_i(t) \|) \sum_{j=1}^{i-1} \| \Delta u_{k-j}(t) \| + L_C \|x_{k+1}(t) - x_k(t)\|, \quad (4.6)$$

因 $x_k(0) = x_0, k = 1, 2, \dots$, 则

$$\begin{aligned} & \|x_{k+1}(t) - x_k(t)\| = \\ & \|x_{k+1}(0) - x_k(0)\| + \\ & \int_0^t (f(x_{k+1}(s)) - f(x_k(s))) ds \leq \\ & \int_0^t L_f (\|x_{k+1}(s) - x_k(s)\| + \|u_{k+1}(s) - u_k(s)\|) ds. \end{aligned} \quad (4.7)$$

由熟知的 Bellman-Gronwall 不等式有

$$\begin{aligned} & \|x_{k+1}(t) - x_k(t)\| \leq \\ & \int_0^t L_f e^{L_f(t-s)} \int_0^s \|u_{k+1}(\tau) - u_k(\tau)\| d\tau ds, \end{aligned} \quad (4.8)$$

则有

$$\begin{aligned} & (\|x_{k+1}(t) - x_k(t)\| \xi^k) e^{-\lambda t} \leq \\ & \int_0^t L_f e^{-(\lambda-L_f)(t-s)} \int_0^s e^{-\lambda(s-\tau)} (\|u_{k+1}(\tau) - \\ & u_k(\tau)\| \xi^k) e^{-\lambda \tau} d\tau ds \leq \\ & \frac{L_f}{\lambda(\lambda - L_f)} \|\Delta u_{k+1}\|_{(\lambda, \xi)}. \end{aligned} \quad (4.9)$$

由式(4.9)有

$$\|x_{k+1} - x_k\|_{(\lambda, \xi)} \leq \frac{L_f}{\lambda(\lambda - L_f)} \|\Delta u_{k+1}\|_{(\lambda, \xi)}. \quad (4.10)$$

而由式(3.4)知

$$\begin{aligned} & \|\Delta u_{k+1}(t)\| \leq \\ & \|D(t)\| \|e_k(t)\| + \|\Gamma(t) - I\| \|\Delta u_k(t)\| + \\ & \sum_{i=1}^N \| \Gamma_i(t) \| \sum_{j=1}^{i-1} \| \Delta u_{k-j}(t) \|. \end{aligned} \quad (4.11)$$

将式(4.10), (4.11)代入式(4.6)有

$$\begin{aligned} & \|F_k\|_{(\lambda, \xi)} \leq \\ & \sum_{i=1}^N (\|B(t)\Gamma_i(t)\| + \| \Gamma_i(t) \|) \sum_{j=1}^{i-1} \xi^j \|\Delta u_{k-j}\|_{(\lambda, \xi)} + \\ & \frac{L_C L_f}{\lambda(\lambda - L_f)} (\|D(t)\| \|e_k\|_{(\lambda, \xi)} + \\ & \|\Gamma(t) - I\| \|\Delta u_k\|_{(\lambda, \xi)} + \\ & \sum_{i=1}^N \| \Gamma_i(t) \| \sum_{j=1}^{i-1} \xi^j \|\Delta u_{k-j}\|_{(\lambda, \xi)}) \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & \sum_{i=1}^N (\|B(t)\Gamma_i(t)\| + \| \Gamma_i(t) \| + \\ & \frac{L_C L_f}{\lambda(\lambda - L_f)} \| \Gamma_i(t) \|) \sum_{j=1}^{i-1} \xi^j \|Q_{k-j}\|_{(\lambda, \xi)} + \\ & \frac{L_C L_f}{\lambda(\lambda - L_f)} (\|D(t)\| + \|\Gamma(t) - I\|) \|Q_k\|_{(\lambda, \xi)}. \end{aligned} \quad (4.12)$$

这便是我们要证明的结果.

有了 $F_i(t)$ 的估计后, 将其代入式(4.4), 可得到本节的主要结果:

定理 4.2 若 $\rho(A(t)) \leq \rho < 1$, 且 $\frac{N\rho^N}{1-\rho} \sum_{j=1}^N b_j < 1$, 则式(3.2) 成立, 进而(由引理 4.1) 有

- 1) $\{u_k(t)\}$ 于 $[0, T]$ 上一致收敛;
- 2) $\lim_{k \rightarrow \infty} e_k(t) = 0, \forall t \in [0, T]$.

证 由定理 4.2 所给条件及引理 4.1 知, 存在常数对 (ξ, η) 使得

$$0 < \frac{N(\rho\xi)}{1-\rho\xi} \left[\xi^{N+1} \sum_{j=1}^N (b_j + \eta \hat{\Gamma}_j L_C) + \xi \eta d L_C \right] < 1. \quad (4.13)$$

其中 $\eta > 0, \xi > 1$, 且

$$\begin{aligned} \hat{\Gamma}_j &= \sup_{0 \leq t \leq T} (\| \Gamma_j(t) \|), \\ d &= \sup_{0 \leq t \leq T} (\|D(t)\|). \end{aligned}$$

再取 λ 使得

$$L_f [\lambda(\lambda - L_f)]^{-1} < \eta,$$

则有

$$\begin{aligned} 0 < h = & \frac{N(\rho\xi)^N}{1-\rho\xi} \left[\xi^{N+1} \sum_{j=1}^N (b_j + \right. \\ & \left. \frac{L_C L_f \hat{\Gamma}_j}{\lambda(\lambda - L_f)} + \xi \frac{L_C L_f d}{\lambda(\lambda - L_f)} \right] < 1. \end{aligned} \quad (4.14)$$

对上述选定的 ξ, λ , 由式(4.4)有

$$\begin{aligned} & (\|Q_k(t)\| \xi^k) e^{-\lambda t} \leq \\ & (\rho\xi)^k \rho^{-N} \|Q_N(t)\| e^{-\lambda t} + \\ & \sum_{i=N}^{k-1} (\rho\xi)^{k-i-1} \xi (\|F_i(t)\| \xi^i) e^{-\lambda t} \leq \\ & \rho^{-N} \|Q_N\|_{\lambda} + \sum_{i=N}^{k-1} (\rho\xi)^{k-i-1} \xi \|F_i\|_{(\lambda, \xi)}. \end{aligned} \quad (4.15)$$

记 $M = \sup_{0 \leq t \leq T} (\|\Gamma(t) - I\| + \|D(t)\|)$, 再由定理 4.1 有

$$(\|Q_k(t)\| \xi^k) e^{-\lambda t} \leq$$

$$\begin{aligned}
& \rho^{-N} \|Q_N\|_{\lambda} + \sum_{i=N}^{k-1} (\rho \xi)^{k-i-1} \sum_{j=1}^N \left(b_j + \frac{L_c L_f \Gamma_j}{\lambda(\lambda - L_f)} \right) \cdot \\
& \xi^{N+1} N \sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) + \\
& \sum_{i=N}^{k-1} (\rho \xi)^{k-i-1} \xi \frac{L_c L_f M}{\lambda(\lambda - L_f)} \sup_{1 \leq i \leq k} \|Q_i\|_{(\lambda, \xi)} = \\
& \rho^{-N} \|Q_N\|_{\lambda} + \sum_{i=N}^{k-1} (\rho \xi)^{k-i-1} \left[N \xi^{N+1} \sum_{j=1}^N \left(b_j + \frac{L_c L_f \Gamma_j}{\lambda(\lambda - L_f)} \right) + \right. \\
& \left. \frac{L_c L_f \xi M}{\lambda(\lambda - L_f)} \right] \sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) \leq \\
& \rho^{-N} \|Q_N\|_{\lambda} + \frac{(\rho \xi)^N}{1 - \rho \xi} \left[N \xi^{N+1} \sum_{j=1}^N \left(b_j + \frac{L_c L_f \Gamma_j}{\lambda(\lambda - L_f)} \right) + \right. \\
& \left. \frac{L_c L_f \xi M}{\lambda(\lambda - L_f)} \right] \sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) = \\
& \rho^{-N} \|Q_N\|_{\lambda} + h \sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}), \quad k > N. \quad (4.16)
\end{aligned}$$

由于式(4.16)的右端关于 t 无关,且关于 k 是不减的,则

$$\sup_{N \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) \leq \rho^{-N} \|Q_N\|_{\lambda} + h \sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}), \quad (4.17)$$

从而

$$\begin{aligned}
& \sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) \leq \\
& \sup_{1 \leq i \leq N} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) + \sup_{N \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) \leq \\
& \sup_{1 \leq i \leq N} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) + \rho^{-N} \|Q_N\|_{\lambda} + h \sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}). \quad (4.18)
\end{aligned}$$

记

$$m = \sup_{1 \leq i \leq N} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) + \rho^{-N} \|Q_N\|_{\lambda}.$$

由式(4.18)可得

$$\sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) \leq \frac{m}{1 - h}, \quad (4.19)$$

从而

$$\begin{aligned}
& \|Q_k(t)\| = \xi^{-k} e^{\lambda t} (\|Q_k(t)\| \xi^k) e^{-\lambda t} \leq \\
& \xi^{-k} e^{\lambda t} \|Q_k\|_{(\lambda, \xi)} \leq \\
& \xi^{-k} e^{\lambda t} \sup_{1 \leq i \leq k} (\|Q_i\|_{(\lambda, \xi)}) \leq \frac{m}{1 - h} e^{\lambda t} \xi^{-k}. \quad (4.20)
\end{aligned}$$

这便是要证明的式(4.20).

5 讨论(Discussion)

从前几节中可看出,我们不仅实现了精度较高的目标跟踪(而不是 $e_k(t) \rightarrow \varepsilon, k \rightarrow \infty$),而且算法的收敛也是全局性的.另外,为了说明我们所给的算法包含了一些通常的算法,以及算法的可实现性,特做如下讨论:

讨论 1 若在算法(3.1)中,取 $\Gamma(t) = I$,则相应的有 $\Gamma_i(t) = 0$,从而算法(3.1)为

$$u_{k+1}(t) = u_k(t) + D(t) e_k(t), \quad k = 1, 2, \dots. \quad (5.1)$$

此时定理 4.2 中保证算法收敛及目标跟踪的条件为

$$\rho(I + B(t)D(t)) < 1, \quad t \in [0, T], \quad (5.2)$$

但目前对应于式(5.1)而保证算法收敛及目标跟踪的条件为

$$\|I + B(t)D(t)\| < 1, \quad t \in [0, T]. \quad (5.3)$$

由于 $\rho(G) \leq \|G\|$,则条件(5.2)略优于条件(5.3).

讨论 2 若在算法(3.1)中,取 $\Gamma(t) = \alpha I, 0 < \alpha < 1, N = 1$,从而相应算法为

$$\begin{aligned}
u_{k+1}(t) &= \alpha u_k(t) + (1 - \alpha) u_{k-1}(t) + \\
& D(t) e_k(t), \quad k = 1, 2, \dots. \quad (5.4)
\end{aligned}$$

此时定理 4.2 中保证算法收敛及目标跟踪的条件为

$$\rho(A(t)) \leq \beta < 1,$$

$$\frac{\beta}{1 - \beta} [(1 - \alpha)(\|B\| + 1)] < 1.$$

其中

$$A = \begin{pmatrix} I + BD & (\alpha - 1)B \\ D & (\alpha - 1)I \end{pmatrix},$$

而目前,相应于式(5.4)这种形式的算法都不是全局收敛的,且跟踪也只是在 $y_d(t)$ 的某一邻域里实现的.

6 数值仿真(Numerical simulations)

为说明该算法的有效性,特给如下仿真例子,其系统为

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = 5x(t) + \sin x - u(t), \\ y(t) = x(t) - u(t), \end{cases} \quad t \in [0, 2], \quad (6.1)$$

理想输出为

$$y_d(t) = 7 \sin 3t. \quad (6.2)$$

若在算法(3.1)中,取 $\Gamma(t) = \alpha I, 0 < \alpha < 1, N = 1$.则相应的算法转化为讨论 2 中的算法(5.4),即

$$\begin{aligned}
u_{k+1}(t) &= \alpha u_k(t) + (1 - \alpha) u_{k-1}(t) + \\
& D(t) e_k(t), \quad k = 1, 2, \dots, \quad (6.3)
\end{aligned}$$

在算法(6.3)中,取 $\alpha = 0.9, D(t) = 1.2$ 有

$$u_{k+1}(t) = 0.9 u_k(t) + 0.1 u_{k-1}(t) + 1.2 e_k(t). \quad (6.4)$$

系统(6.1)在算法(6.4)之下跟踪理想输出(6.2)的仿真见图 1 和图 2.其中图 1 是第 10 步到第 16 步的跟踪误差图;而图 2 则分别为第 11 步、第 13 步以及第 15 步的跟踪图.从图 1 和图 2 中可看出,第 14 步基本实现了跟踪,而第 15 步完全达到了跟踪.

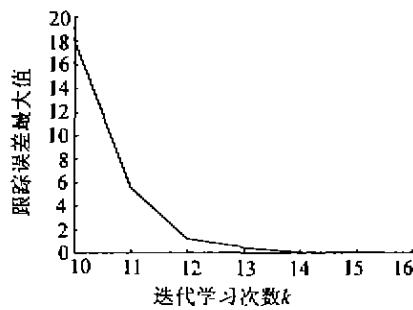


图1 跟踪误差最大值的变化曲线

Fig. 1 The maximum tracking error curve

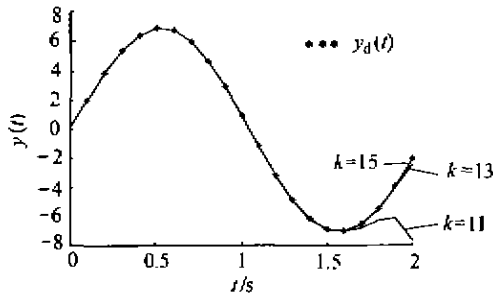


图2 学习控制系统的输出

Fig. 2 The output of the learning control system

7 小结(Conclusions)

我们对连续非线性系统的迭代学习控制进行了研究,在概念上引进了新的 (λ, ξ) -范数;在方法上充分利用了系统以前控制经验的信息,以及不是分别考虑 $u_k(t)$ 和 $y_k(t)$,而是将它们作为一个整体 $(u_k(t), y_k(t))$ 来研究;这样使得控制算法不是局部而是全局收敛,且有理想的目标跟踪.另外,我们还与已有算法进行了比较,而且也对收敛条件的可实现性及设计步骤进行了研究.从而克服了目前对这一理论研究中存在的一些困难,为相应问题的研究提供了一条新的途径.当然,我们的研究也只是初步的,还有待进一步去丰富和完善.

参考文献(References)

- [1] Arimoto S, Kawamura S and Miyazaki F. Bettering operation of robotics by learning [J]. *J. Robotic Syst.*, 1984, 1(2): 123 - 140
- [2] Park B H, Kuc T Y and Lee J S. Adaptive learning control of uncertain robotic systems [J]. *Int. J. Control*, 1996, 65(5): 725 - 744
- [3] Sugie T and Ono T. An iterative learning control law for dynamical systems [J]. *Automatica*, 1991, 27(4): 729 - 732
- [4] Kacic D M and Vukobratovic M K. Highly efficient robot dynamics learning by decomposed connectionist feedforward control structure [J]. *IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics*, 1995, 25(1): 145 - 158
- [5] Kuc T Y, Lee J S and Nam K. An iterative learning control theory for a class of nonlinear dynamic systems [J]. *Automatica*, 1992, 28

- (6): 1215 - 1221
- [6] Wang Danwei. A simple iterative learning controller for manipulators with flexible joints [J]. *Automatica*, 1995, 31(9): 1341 - 1344
- [7] Wang Danwei, Soh Y C and Cheah C C. Robust motion and force control of constrained manipulators by learning [J]. *Automatica*, 1995, 31(2): 257 - 262
- [8] Ishihara T, Abe K and Takeda H. A discrete-time design of robust iterative learning controllers [J]. *IEEE Tran. Systems, Man, and Cybernetics*, 1992, 22(1): 74 - 84
- [9] Chien C J and Liu J S. A P-type iterative learning controller for robust output tracking of nonlinear time-varying systems [J]. *Int. J. Control*, 1996, 64(2): 319 - 334
- [10] Lee H S and Bien Z. Study on robustness of iterative learning control with non-zero initial error [J]. *Int. J. Control*, 1996, 64(3): 345 - 359
- [11] Hwang D H, Bien Z and Oh S R. Iterative learning control method for discrete-time dynamic systems [J]. *IEE Proceedings-D: Control Theory and Applications*, 1991, 138(2): 139 - 144
- [12] Amann N, Owens D H and Rogers E. Iterative learning control for discrete-time systems with exponential rate of convergence [J]. *IEE Proc. - D: Control Theory and Applications*, 1996, 143(2): 217 - 224
- [13] Zheng G, Carroll R and Xie J. Two-dimensional model and algorithm analysis for a class of iterative learning control systems [J]. *Int. J. Control*, 1990, 52(4): 833 - 862
- [14] Xie Shengli, Xie Zhendong and Wei Gang. Learning algorithm for tracking control of nonlinear distributed parameter systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1999, 25(5): 627 - 632
- [15] Xie Zhendong, Xie Shengli and Liu Yongqing. Learning algorithm and convergence of tracking control for discrete systems [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 1998, 20(10): 45 - 48
- [16] Xie Shengli and Xie Zhendong. Learning control algorithm for state tracking of singular systems with delay [J]. *Systems Engineering and Electronics*, 1999, 21(5): 10 - 16
- [17] Grey H, Fenwick D, Paden B, et al. Stability of learning control with disturbances and uncertain initial conditions [J]. *IEEE Trans. Automat. Contr.*, 1992, 37(1): 110 - 114
- [18] Tomohide N and Arimoto S. Learning control for robot tasks under geometric endpoint constraints [J]. *IEEE Trans. Robotics and Automation*, 1995, 11(3): 432 - 441
- [19] Pasquale L. State steering by learning for a class of nonlinear control system [J]. *Automatica*, 1994, 30(9): 1463 - 1468
- [20] Jang T J, Cho C H and Aha H S. Iterative learning control in feedback systems [J]. *Automatica*, 1995, 31(2): 243 - 248
- [21] Ahn H S, Choi C H and Kim K B. Iterative learning control for a class of nonlinear systems [J]. *Automatica*, 1993, 29(6): 1575 - 1578
- [22] Pi Daoying and Sun Youxian. On the convergence of open-closed-loop P-type iterative learning control scheme for nonlinear discrete systems [J]. *Control Theory and Applications*, 1997, 14(2): 157 - 161
- [23] Sun M X. Robustness of Ingher-order P-type learning control [J]. *Control Theory and Applications*, 1997, 14(1): 12 - 18

(下转第 177 页)

和现象,同时避免了单独使用磁力矩器姿态收敛时间过长的弊端。

参考文献(References)

- [1] Kim B J, Lee H and Choi S D. Three-axis reaction wheel attitude control system for KITSAT-3 micro-satellite [J]. Space Technology, 1996, 16(5):291-296
- [2] Michele C. Attitude determination and control for a small remote sensing satellite [J]. Acta Astronautica, 1997, 40(9):675-681
- [3] Jon S J, Martin S and Stephen H M. UoSAT and other European activities in small satellite attitude control [J]. Advances in the Astronautical Science, 1994, 86(2):359-370
- [4] Zumbelman, Wilnot D J and Evangelista S. The attitude control system design for the transition region and coronal explorer mission

[A]. Processings of the 10th Annual AIAA/USU Conference on Small Satellites [C], Logan, Utah, 1996, 1-23

- [5] Roberto A, Pablo A and Ricardo S P. SAC-A attitude control design [J]. Advances in the Astronautical Science, 1998, 100(1):99-110
- [6] Arduini C and Baiocco P. Active magnetic damping attitude control for gravity gradient stabilized spacecraft [J]. Journal of Guidance, Control, and Dynamics, 1997, 20(1):117-122

本文作者简介

孙兆伟 1963 年生,教授,主要研究方向有:非线性动力学研究,大型挠性航天器动力学与控制耦合问题研究,小卫星总体设计技术研究等。Email:xbcao@hope.hit.edu.cn

杨旭 1970 年生,讲师,主要研究方向:大型挠性卫星姿态控制问题控制,小卫星姿态控制技术研究等。

杨淦 1937 年生,博士生导师,主要研究方向:导弹控制系统设计,航天器姿态动力学与控制耦合问题,小卫星总体设计技术等。

(上接第 172 页)

- [24] Chien C J and Liu J S. A P-type iterative learning controller for robust output tracking of nonlinear time-varying systems [J]. Int. J. Control, 1996, 64(2): 319-334
- [25] Gao Weibing. The Theory and Design Method of Variable Construction Control [M]. Beijing: Science Press, 1996

本文作者简介

谢胜利 1958 年生,控制理论与控制工程博士,曾做过通信与电子学博士后研究,华南理工大学无线电与自动控制研究所教授,博士生导师,一直从事非线性系统的稳定性理论、振动性理论、周期运动、变结构控制、迭代学习控制及自适应回波信号消除领域的教学和

科研工作,在国内外学术刊物上发表论文 70 篇,出版专著(国家九五重点图书)一部,目前感兴趣的领域为非线性系统迭代学习控制理论,自适应多回路信号消除理论,数字预测及信号等。

谢振东 1966 年生,控制理论与控制工程专业博士,曾在华南理工大学通信与信息工程博士后流动站做博士后研究,在国内外学术期刊上发表论文 20 多篇,曾获省、部级自然科学奖二等奖两项,三等奖一项,目前感兴趣的领域是迭代学习控制理论,智能交通系统。

田森平 1961 年生,副教授,华南理工大学工学博士,现为华南理工大学自动化系副教授,在非线系统的稳定性理论,定性理论,迭代学习控制理论等方面发表了近 10 篇论文,目前感兴趣的领域是非线性系统的迭代学习控制理论。