

离散滞后广义系统稳定域的定量估计*

王汝凉^{1,2} 李远清¹ 刘永清²

(1. 广西师范学院信息技术系·南宁, 530001; 2. 华南理工大学自动控制工程系·广州, 510640)

摘要: 利用 Lyapunov 方法讨论离散滞后广义系统, 并给出了该类系统的零解一致稳定区域和渐近稳定区域的大小估计. 当初始扰动是在稳定区域时, 离散滞后广义系统的初始值问题的解一致稳定; 当初始扰动是在渐近稳定区域时, 离散滞后广义系统的初始值问题的解趋于零. 所举的仿真例子描述了该方法的应用.

关键词: 广义系统; 离散滞后; 一致稳定; 一致渐近稳定; 稳定区域; 渐近稳定区域

文献标识码: A

A Quantitative Estimate on the Stability Region of Discrete-Delay Singular Systems

WANG Ruliang^{1,2}, LI Yuanqing¹ and LIU Yongqing²

(1. Department of Information Technology, Guangxi Normal College · Nanning, 530001, P.R. China;

2. Department of Automatic Control Engineering, South China University of Technology · Guangzhou, 510640, P.R. China)

Abstract: This paper discusses discrete-delay singular systems by using Lyapunov's method and estimates the size of the uniformly stable region and asymptotic stability region around zero for discrete-delay singular systems. When the initial disturbance is in the stability region, the solution of the initial value problem of discrete-delay singular systems is uniformly stable; when the initial disturbance is in the asymptotic stability region, the solution of the initial value problem of discrete-delay singular systems approaches zero. A numerical simulation is given to illustrate the application of the obtained approach.

Key words: singular systems; discrete-delay; uniform stability; uniform asymptotic stability; stability region; asymptotic stability region

1 引言 (Introduction)

稳定性问题是动态系统的基本问题^[1]. 在实际应用中, 确定稳定域的大小一直是人们关注的问题^[2]. 1974 年, 广义系统的概念被 Rosenbrock^[3]首次提出之后, 人们在实际应用中所遇到的许多模型均属于广义系统的范畴. 例如: 电力系统^[4], 受限机器人模型^[5], 电子网络^[6], 控制系统^[7], 经济系统和一些人口增长模型^[8]等. 因此, 广义系统的研究引起了人们越来越多的关注. 尤其是与数字计算机紧密相联的离散系统已引起了工程、控制和科学界的重视. 但对稳定性的研究只局限于定性研究, 如文献 [9~13] 等. 在实际问题中, 时滞的影响是广泛存在的, 对正常系统, 文 [14] 对二次滞后差分系统的稳定性作了定量分析, 文 [15] 研究了无穷时滞的差分系统的稳定性. 但对离散滞后广义系统的稳定性定量研究还未见报道. 本文首先给出离散滞后广义系统

的零解稳定性的定义, 然后对其稳定性区域进行定性和定量分析, 着重描述稳定区域的大小使得只要初始扰动被限制在这个区域内, 所希望的一致稳定或一致渐近稳定能保证.

2 记号与定义 (Symbols and definitions)

A^T 表示矩阵 A 的转置, $\lambda(A)$ 表示矩阵 A 的一个特征值, $\|x\|$ 表示向量 x 的范数, $\|x\| = \left(\sum_{i=1}^n x_i^2\right)^{\frac{1}{2}}$. $\|E\|$ 表示矩阵 E 的诱导范数, $\|E\| \triangleq \max_{\|x\|=1} \|Ex\|$. $\|E\| = (\lambda_{\max}(E^T E))^{\frac{1}{2}}$. 矩阵 A 的谱范数定义为 $\|A\| \triangleq (\lambda_{\max}(A^T A))^{\frac{1}{2}}$. $\lambda_{\max}(\cdot)$ 表示对应矩阵的最大特征值.

考虑带离散滞后的广义系统:

$$Ex(k+1) = Ax(k) + Bx(k-\tau(k)), \quad (1)$$

其中 $E, A, B \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 是常数矩阵, $\text{rank}(E) = r <$

* 基金项目: 国家自然科学基金(60004004), 国家自然科学基金重点基金(69934030)和广东省自然科学基金(990584)资助项目.

收稿日期: 2000-07-20; 收修稿日期: 2001-05-22

$n, \mathbb{Z}^+$ 表示非负整数集合, $x \in \mathbb{R}^n, x_k(s) = x(k+s), s = -h, -h+1, \dots, -1, 0, h$ 是某正整数, $\tau: \mathbb{Z}^+ \rightarrow \mathbb{Z}^+, 0 \leq \tau(k) \leq h$. 系统(1)的初始条件是:

$$\begin{aligned} x(k_0 + s, k_0, \phi) &= \phi(s), \\ \phi: \{-h, -h+1, \dots, -1, 0\} &\rightarrow \mathbb{R}^n. \end{aligned} \quad (2)$$

令 $\|\phi\| = \sup\{\|\phi(s)\| : s \in \{-h, -h+1, \dots, -1, 0\}\}$, $S_h(k_0, k_h)$ 是使系统(1)有解的所有相容初始函数的全体, $D(0, \delta) = \{\phi: \{-h, -h+1, \dots, -1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}^n; \|\phi\| < \delta\}, \delta > 0$.

定义 1 若 $\forall k_0 \in \mathbb{Z}^+, \forall \varepsilon > 0$, 总存在与 k_0 无关的 $\delta(\varepsilon) > 0$, 使得 $\forall \phi \in D(0, \delta) \cap S_h(k_0, k_h)$, 系统(1)过初始条件 (k_0, ϕ) 的解 $x(k, k_0, \phi)$ 均满足: $\|x(k, k_0, \phi)\| < \varepsilon, \forall k \geq k_0$, 则称系统(1)的零解为一致稳定的.

定义 2 若系统(1)的零解为一致稳定的, 且 $\forall k_0 \in \mathbb{Z}^+$, 存在 $\delta_0 > 0$, 使得 $\forall \gamma > 0$, 存在与 k_0 无关的整数 $K(\gamma) > 0$, 使得 $\forall \phi \in D(0, \delta_0) \cap S_h(k_0, k_h)$ 时, 恒有: $\|x(k, k_0, \phi)\| < \gamma, \forall k \geq k_0 + K(\gamma)$, 则称系统(1)的零解为一致渐近稳定的.

定义 3^[14] 区域 Ω :

$$\begin{aligned} \Omega &= \{\phi: \{-h, -h+1, \dots, -1, 0\} \rightarrow \mathbb{R}^n, \\ \lim_{k \rightarrow \infty} x(k, k_0, \phi) &= 0\} \end{aligned}$$

称为系统(1)的零解的渐近稳定区域.

定义 4^[16] 对任意 $n \times n$ 常数矩阵 E, A , 矩阵对 (E, A) 称为正则、具有因果关系和渐近稳定的, 如果 $\det(zE - A) \neq 0, \deg \det(zE - A) = \text{rank}(E)$ 且 $\det(zE - A) = 0$ 的所有根位于圆盘 $D(0, 1)$ 内.

定义 5^[13] 如果 $\deg \det(zE - A) = \text{rank}(E)$ 且 $\det(zE - A) = 0$ 的所有根的模都小于 1, 那么称 A 为强稳定的.

3 主要结果(Main results)

引理 1^[9] 矩阵对 (E, A) 正则、具有因果关系和渐近稳定的充要条件是广义 Lyapunov 方程:

$$A^T H A - E^T H E = -E^T W E \quad (3)$$

对任意给定对称的 $W > 0$ 有解 $H \geq 0$, 满足 $\text{rank}(E^T H E) = \text{rank}(E) = n_1$.

我们取

$$\begin{aligned} V(x) &= V(Ex) = (Ex)^T H (Ex) = \\ x^T E^T H E x \quad (x \in \mathbb{R}^n, \|x\| < L) \end{aligned} \quad (4)$$

作为 Lyapunov 函数, 且满足: 当 $Ex = 0$ 时, $V(x) = V(Ex) = 0$; 当 $Ex \neq 0$ 时, $V(x) = V(Ex) > 0$. 那么当 $Ex \neq 0$ 时, 有

$$\tilde{\lambda}_{\min}(E^T H E) \|x\|^2 \leq V(x) \leq \tilde{\lambda}_{\max}(E^T H E) \|x\|^2. \quad (5)$$

这里 H 是方程(3)的解, $\tilde{\lambda}_{\min}(\cdot), \tilde{\lambda}_{\max}(\cdot)$ 分别是对应矩阵的最小、最大正特征值.

我们知道, 如果矩阵对 (E, A) 正则、具有因果关系, 那么一定存在可逆矩阵 $\tilde{P}, \tilde{Q}$ 使得 $\tilde{P}[E \ A] \tilde{Q} = [\text{diag}[I_1 \ 0] \ \text{diag}[A_1 \ I_2]]$, 其中 A_1 为 $n_1 \times n_1$ 阶矩阵, 其它各矩阵块分别具有相应的阶数. 这时, 对系统(1)若有 $\tilde{P} B \tilde{Q} = \begin{bmatrix} B_{11} & B_{12} \\ B_{21} & B_{22} \end{bmatrix}$, 且 $\det B_{12} \neq 0$, 则称 B 具有逆性质.

引理 2 如果矩阵对 (E, A) 正则、具有因果关系, 且 B 具有逆性质, 那么当 $Ex = 0$ 时, 必有 $x = 0$. 其中 x 是系统(1)的解.

证 由上面的分析, 作变换

$$z(k) = \begin{pmatrix} z_1(k) \\ z_2(k) \end{pmatrix} = \tilde{Q}^{-1} x(k),$$

则系统(1)受限等价于如下系统:

$$\begin{aligned} z_1(k+1) &= \\ A_{11} z_1(k) + B_{11} z_1(k-\tau(k)) + B_{12} z_2(k-\tau(k)), \\ 0 &= z_2(k) + B_{21} z_1(k-\tau(k)) + B_{22} z_2(k-\tau(k)). \end{aligned}$$

由 $Ex = 0$, 知 $z_1(k) = 0$; 再由 B 具有逆性质, 容易得到 $z_2(k) = 0$ 从而 $x = 0$.

定理 1 如果 (E, A) 正则、 A 强稳定、 B 具有逆性质, 且满足下面两个条件:

$$\text{i) } \|E\| - \varphi(H) \|B\| > 0, \text{ 这里 } \varphi(H) = \sqrt{\tilde{\lambda}_{\max}(E^T H E) / \tilde{\lambda}_{\min}(E^T H E)};$$

$$\text{ii) } P \equiv \tilde{\lambda}_{\min}(E^T W E) - 2\mu\varphi(H) \|A^T H B\| - \mu^2 \varphi^2(H) \tilde{\lambda}_{\max}(H) \|B\|^2 > 0.$$

其中 $\mu = \|A\| / (\|E\| - \varphi(H) \|B\|)$, 则

a) 系统(1)的零解 $x(k, k_0, \phi)$ 一致稳定. 而且系统(1)的零解的一致稳定域为 $S_\varepsilon = \{x \mid \text{当 } \|\phi\| < \delta(\varepsilon) \text{ 时, } \|x(k, k_0, \phi)\| < \varepsilon, \forall k \geq k_0\}$. 其中

$$\delta(\varepsilon) = \varepsilon / \varphi(H). \quad (6)$$

b) 系统(1)的零解是一致渐近稳定的. 一致渐近稳定区域 Ω 至少包含球域 S_R , 半径 R 为: $R = L / \varphi(H)$, 这里 L 取使 $\|x(k, k_0, \phi)\| < L$ 成立的最小正数.

证 a) 由 (E, A) 正则、 A 的强稳定性和引理 1 知方程(3)有解. 再由引理 2, 可选择式(4)的 $V(x)$ 作为 Lyapunov 函数和式(6)的 $\delta = \delta(\varepsilon)$. 设 $\forall \phi \in D(0, \delta) \cap S_h(k_0, k_h) (\|\phi\| < \delta), k_0 \in \mathbb{Z}^+$ 且 $x(k) = x(k, k_0, \phi)$, 那么, 由初始扰动 $\|x(k)\| < \delta (k_0 - h \leq k \leq k_0)$, 有

$$V(x(k)) \leq \tilde{\lambda}_{\max}(E^T H E) \|x\|^2 <$$

$$\bar{\lambda}_{\max}(E^T H E) \delta^2, k_0 - h \leq k \leq k_0.$$

我们证明,对所有 $k \geq k_0$ 也成立

$$V(x(k)) < \bar{\lambda}_{\max}(E^T H E) \delta^2, \quad (7)$$

假定式(7)不真,那么存在某整数 $k^* \geq k_0$,使得:

$$V(x(k)) < \bar{\lambda}_{\max}(E^T H E) \delta^2, k_0 - h \leq k \leq k^*,$$

且

$$V(x(k^* + 1)) \geq \bar{\lambda}_{\max}(E^T H E) \delta^2.$$

由假定, $V(x(k))$ 可进一步表示为

$$\bar{\lambda}_{\min}(E^T H E) \|x(k)\|^2 \leq V(x(k)) <$$

$$\bar{\lambda}_{\max}(E^T H E) \delta^2 \leq V(x(k^* + 1)) \leq$$

$$\bar{\lambda}_{\max}(E^T H E) \|x(k^* + 1)\|^2, k_0 - h \leq k \leq k^*.$$

这意味着:

$$\|x(k)\| < \varphi(H) \|x(k^* + 1)\|, k_0 - h \leq k \leq k^*.$$

由系统(1),我们有

$$\|Ex(k^* + 1)\| \leq$$

$$\|A\| \|x(k^*)\| + \|B\| \varphi(H) \|x(k^* + 1)\|.$$

因此得到

$$\begin{aligned} \Delta V(x(k^*)) &= V(x(k^* + 1)) - V(x(k^*)) = \\ &= [Ex(k^* + 1)]^T H [Ex(k^* + 1)] - [Ex(k^*)]^T H [Ex(k^*)] = \\ &= [x^T(k^*) A^T + x^T(k^* - \tau(k^*)) B^T] H [Ax(k^*) + \\ &+ Bx(k^* - \tau(k^*))] - [Ex(k^*)]^T H [Ex(k^*)] \leq \\ &= -\bar{\lambda}_{\min}(E^T W E) \|x(k^*)\|^2 + \\ &+ 2\varphi(H) \|A^T H B\| \cdot \|x(k^*)\| \cdot \|x(k^* + 1)\| + \\ &+ \varphi^2(H) \lambda_{\max}(H) \|B\|^2 \|x(k^* + 1)\|^2 \leq \\ &= -[\bar{\lambda}_{\min}(E^T W E) - 2\mu\varphi(H) \|A^T H B\| - \\ &- \mu^2 \varphi^2(H) \lambda_{\max}(H) \|B\|^2] \|x(k^*)\|^2 \leq \\ &= -P \|x(k^*)\|^2 \leq 0. \end{aligned}$$

这与假定 $V(x(k^* + 1)) \geq \bar{\lambda}_{\max}(E^T H E) \delta^2 > V(x(k^*))$ 相矛盾. 所以式(7)成立. 因此,对一切 $k \geq k_0$, 恒有 $\|x(k)\| < \epsilon$, 即,系统(1)的零解一致稳定,而且,对一切 $k \geq k_0$, 当 $\|\phi\| < \delta(\epsilon)$ 时,系统(1)的零解被吸引到球域 $S_\epsilon = \{x: \|x(k, k_0, \phi)\| < \epsilon\}$ 内.

b) 引入可调参数 $\eta > 1$ 使: $\|E\| - \eta\varphi(H) \|B\| > 0$. 令

$$\mu_0 = \|A\| / (\|E\| - \eta\varphi(H) \|B\|),$$

$$P_0 = \bar{\lambda}_{\min}(E^T W E) - 2\mu_0 \eta \varphi(H) \|A^T H B\| - \mu_0^2 \eta^2 \varphi^2(H) \lambda_{\max}(H) \|B\|^2, \quad (8)$$

容易看出:可以假定 $\eta > 1$ 充分靠近 1 使得: $\mu_0 \eta > \mu$ 且使 $P_0 > 0$. 令

$$\delta_0 = L/\varphi(H) \quad (\epsilon = L), \quad (9)$$

这里 L 取使 $\|x(k, k_0, \phi)\| < L$ 成立的最小正数. 因此,对任意解 $x(k) = x(k, k_0, \phi)$, $k_0 \in \mathbb{Z}^+$, 且 $\|\phi\| < \delta_0$. 由 a) 相同的讨论,我们得到: 当 $\eta^2 V(x(k+1)) > V(x(s))$, $\forall k_0 - h \leq s \leq k$ 时, 恒有

$$\Delta V(x(k)) \leq -P_0 \|x(k)\|^2. \quad (10)$$

现在我们着手证明系统(1)零解的一致渐近稳定性. $\forall \gamma > 0$, 我们必须找到 $N(\gamma) > 0$, 使得 $\forall k_0 \in \mathbb{Z}^+$, 且 $\phi \in D(0, \delta_0) \cap S_h(k_0, k_h)$ ($\|\phi\| < \delta_0$) 时, 有

$$\|x(k)\| = \|x(k, k_0, \phi)\| < \gamma,$$

$$\forall k \geq k_0 + N(\gamma).$$

记

$$W_1(\|x\|) = \bar{\lambda}_{\min}(E^T H E) \|x\|^2,$$

$$W_2(\|x\|) = \bar{\lambda}_{\max}(E^T H E) \|x\|^2,$$

$$W_3(\|x\|) = P_0 \|x\|^2.$$

$$\forall \gamma > 0 (W_1(\gamma) < W_2(L)).$$

而我们有:

$$V(x(k)) \leq W_2(L), \quad \forall k \geq k_0. \quad (11)$$

令 $d = \inf_{W_1(\gamma) \leq u \leq W_2(L)} (\eta^2 u - u)$, 和 n 为正整数且满足:

$$W_1(\gamma) + (n-1)d \leq W_2(L) \leq W_1(\gamma) + nd.$$

我们证明,存在 $N_1 \geq k_0 + h$, 使得

$$V(x(N_1)) \leq W_1(\gamma) + (n-1)d. \quad (12)$$

假定(12)不真,那么

$$V(x(k)) > W_1(\gamma) + (n-1)d, \quad \forall k \geq k_0 + h.$$

因此,注意到式(11)得

$$\begin{aligned} \eta^2 V(x(k+1)) &\geq \\ V(x(k+1)) + d &> W_1(\gamma) + nd \geq W_2(L) \geq \\ V(x(s)), \quad \forall k &\geq k_0 + h, k_0 - h \leq s \leq k. \end{aligned}$$

于是由式(10)和上式得

$$V(x(k+1)) \leq W_2(L) - \sum_{s=k_0+h}^k W_3(\|x(s)\|).$$

但由式(5)得: $\forall k \geq k_0 + h$, 有

$$W_2(\|x(k)\|) \geq V(x(k)) \geq W_1(\gamma),$$

即

$$\|x(k)\| \geq W_2^{-1}(W_1(\gamma)) = c > 0.$$

因此,如果 $k \geq k_0 + h + [W_2(L)/W_3(c)]$, 那么有

$$\begin{aligned} V(x(k+1)) &\leq \\ W_2(L) - W_3(c) &([W_2(L)/W_3(c)] + 1) < 0. \end{aligned}$$

这导致矛盾. 因此,存在

$$N_1 \in [k_0 + h, k_0 + h + [W_2(L)/W_3(c)]],$$

使得

$$V(x(N_1)) \leq W_1(\gamma) + (n-1)d.$$

进一步,我们可证明

$$V(x(k)) \leq W_1(\gamma) + (n-1)d, \quad \forall k \geq N_1. \quad (13)$$

假定式(13)不真,那么存在 $k^* \geq N_1$ 使得

$$V(x(k)) \leq W_1(\gamma) + (n-1)d, \quad N_1 \leq k \leq k^*,$$

且

$$V(x(k^*+1)) > W_1(\gamma) + (n-1)d. \quad (14)$$

那么,我们有

$$\eta^2 V(x(k^*+1)) \geq$$

$$V(x(k^*+1)) + d > W_1(\gamma) + nd \geq W_2(L) \geq$$

$$V(x(s)), \quad k^* \geq N_1, k_0 - h \leq s \leq k^*.$$

但由式(10)有

$$V(x(k^*+1)) \leq V(x(k^*)) \leq W_1(\gamma) + (n-1)d,$$

这与式(14)矛盾.因此,式(13)成立.

用同样的方法,我们能证明存在 $N_2, N_3, \dots, N_n$ 使得

$$N_i \in [k_0 + (i-1)(h + \lceil W_2(L)/W_3(c) \rceil), k_0 + i(h + \lceil W_2(L)/W_3(c) \rceil)],$$

且

$$V(x(k)) \leq W_1(\gamma) + (n-i)d, \quad \forall k \geq N_i, i = 1, 2, \dots, n.$$

因此

$$V(x(k)) \leq W_1(\gamma), \quad \forall k \geq N_n,$$

于是,我们最终得到

$$\|x(k)\| < \gamma, \quad \forall k \geq N_n.$$

令 $N(\gamma) = n(h + \lceil W_2(L)/W_3(c) \rceil)$, 显然与 k_0 无关,而且,恒有

$$\|x(k)\| < \gamma, \quad \forall k \geq k_0 + N(\gamma).$$

这表明零解是一致吸引的,从而系统(1)的零解是一致渐近稳定的.一致渐近稳定区域 Ω 至少包含球域 S_R , 球半径 $R = \delta_0$ 为 $R = L/\varphi(H)$.

注 若定理1的 A 不是强稳定矩阵,但 $C = A + \alpha B$ 是强稳定的,这里常数 α 满足: $0 \leq \alpha \leq 1$. 那么我们仍然建立类似于定理1的定理2. 为此,对任意给定对称的 $W > 0$ 存在 $H \geq 0$, 使得 $C^T H C - E^T H E = -E^T W E$, 如定理1一样,我们取 $V(x) = V(Ex) = (Ex)^T H (Ex) = x^T E^T H E x$ 作为 Lyapunov 函数,我们有

定理2 如果 (E, C) 正则、 C 强稳定、 B 具有逆性质,且满足下面两个条件:

$$i) \|E\| - \varphi(H) \|B\| > 0, \text{ 这里 } \varphi(H) =$$

$$\sqrt{\lambda_{\max}(E^T H E) / \lambda_{\min}(E^T H E)};$$

$$ii) P \equiv \tilde{\lambda}_{\min}(E^T W E) - 2(\mu\varphi(H) + \alpha) \|C^T H B\| - (\mu\varphi(H) + \alpha)^2 \lambda_{\max}(H) \|B\|^2 > 0.$$

其中 $\mu = \|A\| / (\|E\| - \varphi(H) \|B\|)$, 则

a) 系统(1)的零解 $x(k, k_0, \phi)$ 一致稳定,或者,当 $\|\phi\| < \delta(\epsilon)$ 时,对所有的 $k \geq k_0$, 系统(1)的解被吸引到球域 $S_\epsilon = \{x: \|x(k, k_0, \phi)\| < \epsilon\}$ 内. 其中, $\delta(\epsilon) = \epsilon/\varphi(H)$;

b) 系统(1)的零解是一致渐近稳定的. 一致渐近稳定区域 Ω 至少包含球域 S_R , 球半径 R 为: $R = L/\varphi(H)$, 其中 L 取使 $\|x(k, k_0, \phi)\| < L$ 成立的最小正数.

证 完全类似于定理1的证明,因此,在这里省略.

4 数值仿真例子(Numerical simulation example)

考虑下面三维的滞后离散广义系统:

$$Ex(k+1) = Ax(k) + Bx(k - \tau(k)). \quad (15)$$

其中

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad A = \begin{bmatrix} 0.5 & 0.0 & 0.0 \\ 4.0 & 0.0 & -1.0 \\ 0.0 & 0.2 & 0.0 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0.011 & 0.000 & 0.000 \\ 0.000 & 0.012 & 0.000 \\ 0.000 & 0.000 & -0.010 \end{bmatrix}.$$

(E, A) 正则,且矩阵 A 是强稳定的, B 具有逆性质. 对任意给定的对称正定矩阵

$$W = \begin{bmatrix} 2.5 & 1.1 & 1.2 \\ 1.1 & 2.2 & 0.5 \\ 1.2 & 0.5 & 2.0 \end{bmatrix},$$

由方程(3)可解得

$$H = \begin{bmatrix} 3.3333 & 0 & 1.3333 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1.3333 & 0 & 2.0833 \end{bmatrix},$$

H 和 $E^T H E$ 的特征值都是 0, 1.2358, 4.1808, 因此,

$\varphi(H) = \sqrt{\lambda_{\max}(E^T H E) / \lambda_{\min}(E^T H E)} = 1.8393$. 计算得到: $\|E\| = 1$, $\|A\| = 4.1516$, $\|B\| = 0.012$. 明显地, 定理1的条件 i) $\|E\| - \varphi(H) \|B\| > 0$ 被满足. 又 $E^T W E$ 的特征值是 3.4758, 1.0242 和 0, $\|A^T H B\| = 0.0199$, $\mu = 4.2453$. 从而定理1的条件 ii) $P \equiv \tilde{\lambda}_{\min}(E^T W E) - 2\mu\varphi(H) \|A^T H B\| - \mu^2\varphi^2(H) \lambda_{\max}(H) \|B\|^2 = 0.8875 > 0$ 也被满足. 因此

a) 系统(15)的零解是一致稳定的. $\forall \epsilon > 0$, 选择 $\delta(\epsilon) = \epsilon/\varphi(H) = 0.5437\epsilon$, 于是,只要初始扰动的范

数小于 $\delta = 0.5437\varepsilon$, 那么解的范数总是小于 ε .

b) 若取初始相容条件为:

$$\begin{cases} \tau(k) = 2, \phi_1(0) = 0.2, \phi_2(0) = 0.1, \\ \phi_3(0) = 0.8036, \phi_1(-1) = 0.22, \\ \phi_2(-1) = 0.3, \phi_3(-1) = 0.6, \\ \phi_1(-2) = 0.25, \phi_2(-2) = 0.3, \phi_3(-2) = 0.4, \end{cases} \quad (16)$$

并取 $L = 0.8341$, 则系统(15),(16)的零解是一致渐近稳定的. 一致渐近稳定域至少包含球域 $S_R, R = \delta_0 = L/\varphi(H) = 0.4535$. 用 Matlab, 仿真结果如图1, 图2和图3所示, 表明: 当 $k \rightarrow \infty$ 时, 系统(15),(16)的解趋于0. 这与定理1的结论一致.

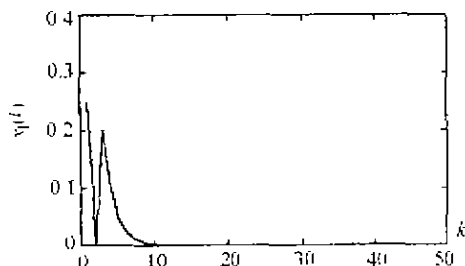


图1 状态分量 $x_1(k)$ 的轨迹

Fig. 1 State $x_1(k)$ trajectory

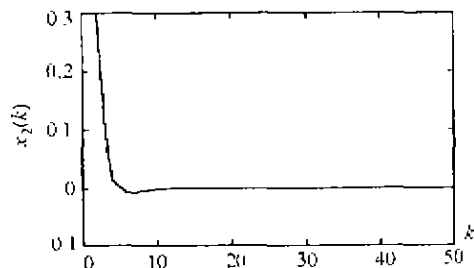


图2 状态分量 $x_2(k)$ 的轨迹

Fig. 2 State $x_2(k)$ trajectory

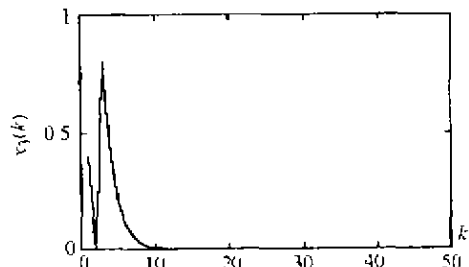


图3 状态分量 $x_3(k)$ 的轨迹

Fig. 3 State $x_3(k)$ trajectory

5 结论(Conclusion)

我们对离散滞后广义系统的零解稳定性进行了定性、定量研究并给出了零解一致稳定域和一致渐近稳定域的大小估计. 给出的判据具有容易检验的特点, 因此便于工程实践上的应用. 仿真实例说明了该方法的可行性. 但如何确定最大稳定域是一个值得探讨的问题.

参考文献(References)

- [1] Feng C B, Fei S M and Song S J. Passivity-based stability analysis for general dynamic systems [J]. Control Theory and Applications, 1999, 16(Suppl.): 27-31
- [2] Xu D Y and Xu A S. Attraction region of nonlinear functional difference systems [J]. Chinese Science Bulletin, 1998, 43(17): 1828-1831
- [3] Rosenbrock H H. Structural properties of linear dynamical systems [J]. Int. J. Control, 1974, 20(2): 191-202
- [4] Hill D J and Mareels I M Y. Stability theory for differential-algebraic systems with application to power systems [J]. IEEE Trans. Circuits & Systems, 1990, 37(11): 1416-1423
- [5] Medamroch N H and Wang D. Feedback stabilization and tracking of constrained robot [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1988, 33(5): 419-426
- [6] Newcomb R W. The semi-state description of nonlinear time variable circuits [J]. IEEE Trans. Circuits Syst., 1981, 28(1): 62-71
- [7] Verghese G C, Levy B C and Kailath T. A generalized state-space for singular systems [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1981, 26(4): 811-830
- [8] Luenberger D G. Dynamic equation in descriptor form [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1977, 22(1): 312-321
- [9] Zhang Q L, Dai G Z, Xu X H, et al. Lyapunov method of stability analysis and control for discrete singular systems [J]. Acta Automatica Sinica, 1998, 24(5): 622-628
- [10] Wang C Z and Dai L Y. Singular dynamic systems [J]. Control Theory and Applications, 1986, 3(1): 2-12
- [11] Liang J R and Ying Y R. Analysis of stability for singular discrete linear systems [J]. Journal of Shanxi Normal University, 1999, 27(4): 17-21
- [12] Liu G P and Patton R J. Robust eigenstructure assignment for descriptor systems [J]. Int. J. of Systems Science, 1998, 29(1): 75-84
- [13] Wang R L, Lu Y Q and Wang W. Robust stability for discrete uncertain singular systems with multiple time-delays [J]. Control Theory and Applications, 2000, 17(3): 461-464
- [14] Shen S S and Zhang S N. A quantitative study on the stability of quadratic delay difference systems [J]. Computers Math. Appl., 1998, 35(11): 1-16
- [15] Zhang S N. Stability of infinite delay difference systems [J]. Nonlinear Analysis, TMA, 1994, 22(9): 1121-1129
- [16] Fang C H, Lee L and Chang F R. Robust control analysis and design for discrete-time singular systems [J]. Automatica, 1994, 30(11): 1741-1750

本文作者简介

王汝凉 1963年生, 教授, 现为华南理工大学自动控制工程系在职博士生. 主要研究方向为广义系统的基本理论, 稳定性和鲁棒控制. Email: awangruliang@163.net

李远清 1966年生, 华南理工大学副教授, 博士. 主要研究方向: 广义系统的基本理论与控制, 神经网络和信号处理.

刘永清 1931年生, 华南理工大学自动控制工程系教授, 博士生导师. 主要研究领域有复杂大系统和系统工程