

非线性不确定时滞混沌系统的鲁棒控制*

关新平 范正平 龙承念 王益群

(燕山大学电气工程学院·河北秦皇岛, 066004)

摘要: 针对非线性不确定时滞混沌系统中不稳定不动点的控制需求, 应用线性矩阵不等式(LMI)的方法, 得到了系统存在时滞反馈控制器的充分条件, 同时利用该控制器对系统中存在的不稳定的周期轨道的跟踪问题进行了研究, 数值仿真说明了该方法的有效性。

关键词: 非线性系统; 不确定性; 时滞混沌系统; 不动点控制; 跟踪控制

文献标识码: A

Robust Control of Nonlinear Uncertain Chaotic System with Delay

GUAN Xinping, FAN Zhengping, LONG Chengnian and WANG Yiqun

(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Hebei Qinhuangdao, 066004, P. R. China)

Abstract: An LMI-based control method is presented to meet the requirement of controlling unstable fixed point of nonlinear uncertain time-delay chaotic systems. Sufficient conditions for the existence of the time-delay feedback controller have been obtained. Similarly, we discuss the tracking problem by applying the time-delay feedback control. Finally, numerical examples are provided to show the effectiveness of our results.

Key words: nonlinear systems; uncertainty; time-delay chaotic systems; fixed point control; tracking control

1 引言(Introduction)

自 Ott 等人^[1]创造性地提出利用反馈方法控制系统中的混沌(OGY 方法)以来, 关于混沌系统控制的研究引起了人们的广泛关注. 近年来, 人们提出了各种控制混沌的方法^[2~7]. 文[8]通过反馈的方法对激光系统中的混沌进行了控制, 文[9]运用了自适应方法实现了混沌系统的控制, 文[10]使用自适应反演方法也完成了混沌系统的控制. 然而, 文[8]没有考虑系统在扰动存在时的控制问题, 文[9]的控制方法虽不需知道混沌系统的平衡点, 但也没有考虑存在扰动时的情况, 文[10]的控制方法尽管无需知道系统的精确参数, 但同样没有考虑系统存在扰动时的控制情况. 因此, 在实际系统的控制中, 文[8~10]的方法都会受到一定的限制. 另外, 文[8~10]所考虑的系统都是非时滞的混沌系统, 对于时滞的混沌系统均没有考虑. 由于时滞系统具有无穷维状态空间使得时滞混沌系统的分析和控制变得十分困难, 因此, 目前相关的结果并不多见.

本文基于时滞反馈的方法, 研究了一类仿射非线性不确定时滞混沌系统的不动点控制与不稳定周

期轨道的追踪问题. 由于所给的控制器设计仅要求解一个 LMI 就可得到, 求解起来比较方便, 因此, 在实际应用中更具有实用价值. 最后我们通过仿真来说明所给方法的有效性. 仿真结果表明, 控制器具有很强的鲁棒性.

2 不稳定不动点控制(Unstable fixed point control)

考虑如下非线性不确定时滞混沌系统:

$$\dot{x}(t) = f(x(t), t) + \Delta A(t)x(t) + g(x(t-\tau), t) + (B + \Delta B(t))u(t), \quad (1)$$

其中, f, g 为光滑映射, 且 (f, B) 能控, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 为系统的控制向量, $\Delta A(t), \Delta B(t)$ 为系统中的时变不确定性, 且满足以下条件限制:

$$\Delta A(t) = H_1 F(t) E_1,$$

$$\Delta B(t) = H_2 F(t) E_2.$$

其中 $\|F^T(t)F(t)\| \leq 1$.

下面讨论系统(1)不确定不动点的控制问题:

采用如下线性时滞反馈控制器

$$u(t) = K(x(t) - x(t-\tau)). \quad (2)$$

* 基金项目: 国家自然科学基金(69872031)和河北省自然科学基金(601225)资助项目.

收稿日期: 2000-07-03; 收修稿日期: 2001-04-09.

其中 K 为控制参数矩阵, τ 为控制时滞. 不妨设系统(1)存在不稳定不动点 $\bar{x}(t) = \text{常数}$, 且 $\bar{x}(t) = \bar{x}(t - \tau)$, 则

$$\dot{\bar{x}}(t) = f(\bar{x}(t), t) + \Delta A(t)\bar{x}(t) + g(\bar{x}(t - \tau), t) + (B + \Delta B(t))K(\bar{x}(t) - \bar{x}(t - \tau)). \quad (3)$$

定义系统的误差为 $e(t) \triangleq x(t) - \bar{x}(t)$, 则我们可得如下的误差系统:

$$\dot{e}(t) = F(e(t)) + \Delta A(t)e(t) + G(e(t - \tau)) + (B + \Delta B(t))K(e(t) - e(t - \tau)). \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} e(t) &= x(t) - \bar{x}(t), \\ e(t - \tau) &= x(t - \tau) - \bar{x}(t - \tau), \\ F(e(t)) &= f(x(t)) - f(\bar{x}(t)) = \\ & \quad f(e(t) + \bar{x}(t)) - f(\bar{x}(t)), \\ G(e(t - \tau)) &= \\ & \quad g(x(t - \tau)) - g(\bar{x}(t - \tau)) = \\ & \quad g(\bar{x}(t - \tau) + e(t - \tau)) - g(\bar{x}(t - \tau)). \end{aligned}$$

设 $F(0) + G(0) = 0$, 那么在零点对 $F(e(t)) + G(e(t - \tau))$ 进行泰勒展开, 得到

$$F(e(t)) + G(e(t - \tau)) = \alpha e(t) + [\text{HOD}]|_{e(t)} + \beta e(t - \tau) + [\text{HOD}]|_{e(t - \tau)}.$$

其中 $\alpha = \frac{dF}{de}$, $\beta = \frac{dG}{de(t - \tau)}$, $[\text{HOD}]|_{e(t)}$ 和 $[\text{HOD}]|_{e(t - \tau)}$ 分别为 $e(t)$ 和 $e(t - \tau)$ 的高阶项. 函数 $\alpha e(t) + \beta e(t - \tau)$ 通常称为函数 $f(x(t)) + g(x(t - \tau))$ 关于参考态(定态) $\bar{x}$ 的线性化方程, 在 $e(t)$ 非常小的情况下, 它能较好地近似非线性函数 $f(x(t)) + g(x(t - \tau))$.

注 1 如果 $f(x(t))$ 和 $g(x(t - \tau))$ 均为分段线性奇函数, 例如文[3,4]中研究的时滞分段线性函数. 则泰勒展开式中无高阶项, 在 $e(t)$ 非常小的情况下, 我们称函数 $\alpha e(t) + \beta e(t - \tau)$ 为函数 $f(x(t)) + g(x(t - \tau))$ 关于参考态(定态) $\bar{x}$ 的完美线性化方程.

由以上分析, 误差系统(4)可写为

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \\ & (\alpha + \Delta A + BK + \Delta BK)e(t) + \\ & (\beta - BK - \Delta BK)e(t - \tau) + [\text{HOD}]|_{e(t)} + [\text{HOD}]|_{e(t - \tau)}. \end{aligned} \quad (5)$$

对系统(5), 若 $t \rightarrow \infty$ 时, $e(t) \rightarrow 0$, 则系统(5)渐近稳定, $x(t)$ 渐近收敛于 $\bar{x}(t)$.

定理 1 对误差系统(5), 若存在对称正定矩阵 P , 使得以下线性不等式(LMI)

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & P \\ P & R \end{bmatrix} < 0 \quad (6)$$

成立, 其中

$$\bar{A} = \alpha^T P + P\alpha + I + E_1^T E_1,$$

$$R = -(\beta\beta^T + H_1 H_1^T + 2H_2 H_2^T + 4BB^T + 2BE_2^T E_2 B^T).$$

如果 $\|e(t)\|$ 充分小, 那么由系统(1), (2), (3)组成的闭环系统渐近稳定, 即当 $t \rightarrow \infty$, $x(t)$ 被控制到系统的不稳定不动点 $\bar{x}(t)$, 且时滞反馈控制律如(2)式所示, 其中 $K = B^T P$.

证 对于误差系统(5)取 Lyapunov 函数为

$$V(e(t)) = e^T(t)Pe(t) + \int_{t-\tau}^t e^T(\sigma)Qe(\sigma)d\sigma. \quad (7)$$

为方便起见, 在不产生歧义的前提下, 我们将在以后的叙述中省略自变量 t , 并将 $e(t - \tau)$ 简写为 e_τ . 对(7)式求导, 可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &= e^T[(\alpha + \Delta A + BK + \Delta BK)^T P + \\ & \quad P(\alpha + \Delta A + BK + \Delta BK)]e + \\ & \quad 2e^T P(\beta - BK - \Delta BK)e_\tau + e^T Qe - \\ & \quad e_\tau^T Qe_\tau + 2[\text{HOD}|_e + \text{HOD}|_{e_\tau}]Pe. \end{aligned}$$

运用不等式

$$\begin{aligned} X^T Y + Y^T X &\leq X^T X + Y^T Y, \\ \pm 2XY &\leq X^T X + Y^T Y, \end{aligned}$$

并令 $K = B^T P$, 则有

$$\begin{aligned} \dot{V}(e) &\leq e^T[\alpha^T P + P\alpha + PH_1 H_1^T P + PH_2 H_2^T P + \\ & \quad E_1^T E_1 + PB(2I + E_2^T E_2)B^T P]e + \\ & \quad e^T P\beta\beta^T Pe + e_\tau^T e_\tau + e^T PBB^T Pe + \\ & \quad e_\tau^T PBB^T Pe_\tau + e^T PH_2 H_2^T Pe + \\ & \quad e_\tau^T PBE_2^T E_2 B^T Pe_\tau + e^T Qe - e_\tau^T Qe_\tau + \\ & \quad 2[\text{HOD}|_e + \text{HOD}|_{e_\tau}]Pe. \end{aligned}$$

令 $Q = I + PBB^T P + PBE_2^T E_2 B^T P$, 若 $\|e(t)\|$ 充分小, 我们可以省略高阶项 $[\text{HOD}]|_e + [\text{HOD}]|_{e_\tau}$, 可得 $\dot{V}(e) \leq e^T M e$. 其中

$$\begin{aligned} M &= \alpha^T P + P\alpha + P(\beta\beta^T + H_1 H_1^T + 2H_2 H_2^T + \\ & \quad 4BB^T + 2BE_2^T E_2 B^T)P + I + E_1^T E_1, \end{aligned}$$

则由 Lyapunov 稳定性理论知, 若 $M < 0$, 则系统(5)鲁棒稳定. 由 Schur 补定理, 我们可知 $M < 0$ 等价于定理 1 中的(6). 所以若(6)式满足, 且 $\|e\|$ 充分小, 那么由系统(1), (2), (3)组成的闭环系统渐近稳定, 即 $x(t) \rightarrow \bar{x}(t)$, $t \rightarrow \infty$. 证毕.

3 跟踪控制(Tracking control)

Chen, G 和 Yu^[11] 基于反馈控制器研究了非时

滞混沌系统的稳定和追踪问题. 现在我们利用时滞反馈控制, 研究系统(1)中不稳定周期轨道的追踪控制问题. 设系统(1)具有不稳定周期轨道 $\bar{x}$, 其周期为 $t_p > 0$. 我们的目的是: 利用时滞反馈控制器

$$u = K(x - x_r), \quad (8)$$

使得 $\lim_{t \rightarrow \infty} |x(t) - \bar{x}(t)| = 0$. 因为 $\bar{x}(t)$ 是系统(1)的不稳定周期轨道, 则

$$\dot{\bar{x}} = f(\bar{x}) + \Delta A \bar{x} + g(\bar{x}_\tau), \quad (9)$$

并且

$$\begin{aligned} \dot{\bar{x}}(t - t_p) = \\ f(\bar{x}(t - t_p)) + \Delta A \bar{x}(t - t_p) + g(\bar{x}(t - \tau - t_p)). \end{aligned}$$

类似前面的分析, 我们有如下的误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}' = F(e') + \Delta A e' + G(e'_\tau) + (B + \Delta B)K(x - x_r). \end{aligned} \quad (10)$$

其中:

$$\begin{aligned} e' &= x - \bar{x}(t - t_p), \quad e'_\tau = x_\tau - \bar{x}(t - \tau - t_p), \\ F(e') &= f(x) - f(\bar{x}(t - t_p)), \\ G(e') &= g(x_\tau) - g(\bar{x}(t - t_p - \tau)). \end{aligned}$$

引理 1^[11] 对混沌系统 $\dot{x} = f(x)$, 采用控制器 $u = K(x - x_r)$, 当 $t \rightarrow \infty$, 如果受控轨迹 x 追踪不稳定周期轨迹 $\bar{x}$, 且矩阵 K 非奇异, 那么时滞 τ 等于 t_p 或 t_p 的整数倍.

推论 1 对非线性时滞混沌系统 $\dot{x} = f(x) + g(x_\tau)$, 采用控制器 $u = K(x - x_r)$, 当 $t \rightarrow \infty$, 如果受控轨迹 x 追踪不稳定周期轨迹 $\bar{x}$, 且矩阵 K 非奇异, 那么时滞 τ 等于 t_p 或 t_p 的整倍数.

推论的证明类似于引理 1 在文[11]中的证明, 略去.

由推论, 得 $\bar{x} = \bar{x}(t - t_p) = x_r$, 则误差系统(10)成为

$$\begin{aligned} \dot{e}' &= F(e') + \Delta A e' + G(e'_\tau) + (B + \Delta B)K e' = \\ &F(e') + (\Delta A + (B + \Delta B)K) e' + G(e'_\tau). \end{aligned}$$

设 $F(0) + G(0) = 0$, 对 $F(e') + G(e'_\tau)$ 在零点处泰勒展开为:

$$\begin{aligned} F(e') + G(e'_\tau) &= \alpha e' + [\text{HOD}]|_{e'} + \beta e'_\tau + [\text{HOD}]|_{e'_\tau}, \end{aligned}$$

其中 $[\text{HOD}]|_{e'}$ 和 $[\text{HOD}]|_{e'_\tau}$ 为高阶项. 则得到如下误差系统:

$$\begin{aligned} \dot{e}' &= (\alpha + \Delta A + (B + \Delta B)K) e' + \\ &\beta e'_\tau + [\text{HOD}]|_{e'} + [\text{HOD}]|_{e'_\tau}. \end{aligned} \quad (11)$$

定理 2 对误差系统(11), 若存在对称正定矩阵 P , 使得以下线性不等式(LMI)

$$\begin{bmatrix} \bar{A} & P \\ P & R \end{bmatrix} < 0 \quad (12)$$

成立, 其中

$$\bar{A} = \alpha^T P + P \alpha + I + E_1^T E_1,$$

$$R = -(HH^T + 2BB^T + CC^T + \beta\beta^T).$$

如果 $\|e\|$ 充分小, 那么由系统(1), (8), (9)组成的闭环系统渐近稳定, 即当 $t \rightarrow \infty$, x 追踪系统的不稳定周期轨道 $\bar{x}$.

证 定理 2 的证明类似于定理 1 的证明, 略去.

注 2 为了实现对不稳定周期轨道 $\bar{x}$ 的追踪控制, 不稳定周期轨道 $\bar{x}$ 的周期 t_p 应在追踪控制前被预先知道, Chen.G 和 Yu^[11] 给出了一个估计 t_p 的方法.

4 仿真结果(Simulation result)

考虑如下具有结构参数扰动的不确定时滞 Logistic 方程^[2]:

$$\dot{x} = (-\lambda + \Delta A)x + rx_\tau(1 - x_\tau). \quad (13)$$

由文[2]可知, 当 $\lambda = 26$, $r = 104$, $\Delta A = 0$ 及 $\tau = 0.5$ 时, 系统为混沌系统, 且系统含有两个不稳定的不动点:

$$\bar{x}_0 = 0, \quad \bar{x}_1 = 1 - \frac{\lambda}{r} = 0.75.$$

系统的混沌行为如图 1 所示.

为考察所给控制方法的有效性, 我们不妨假设系统中的结构参数扰动 $\Delta A(t) = H_1 F(t) E_1$, 其中 $H_1 = 0.1$, $F(t) = \sin t$, $E_1 = 0.1$; $\Delta B(t) = H_2 F(t) E_2$, $H_2 = 0.3$, $E_2 = 0.2$, $B = 1.8$, 且将 $F(e)$, $G(e_\tau)$ 分解, 我们可得到 $\alpha = 0$, $\beta = -11$. 根据定理 1, 解 LMI(6) 可得: $P = 59.021$. 所以 $K = B^T P = 106.2378$. 由图 2 可以看出, 系统中的混沌被控制到了不稳定的不动点. 控制器从 $t = 20$ 时开始加入, 仿真结果表明, 该控制器有很好的控制效果.

下面我们考虑对不确定时滞混沌系统的追踪控制问题, 运用文[11]中提出的参数估计方法, 我们知道系统有一个周期 $t_p = 0.9999$ 的不稳定周期 3 轨道. 根据推论 1 及定理 2 得到 $t_p = \tau_2$, $P = 57.576$, 我们可得 $K = 103.6365$. 仿真结果如图 3 所示(控制器从 $t = 20$ 时开始加入, 从图中我们可以看出, 混沌系统快速地趋于一个稳定的周期). 为了更好地显示控制效果, 我们把 $t = 25 \sim 50$ 部分进行了局部放大, 如图 4 所示. 可以看出, 系统最后的震荡周期近似为 1, 基本上达到了我们的控制要求.

另外, 如果 $\Delta A(t) = H_1 F(t) E_1 = 0$, 系统的其它参数保持不变, 则我们可以得到系统(13) 标称系

统的控制图,图 5 给出了实现不动点控制时的状态的变化图,图 6 给出了实现跟踪控制时, $e = x(t) -$

$\bar{x}(t)$ 随时间的变化图.由图知,所给的控制方法很好地实现了控制.

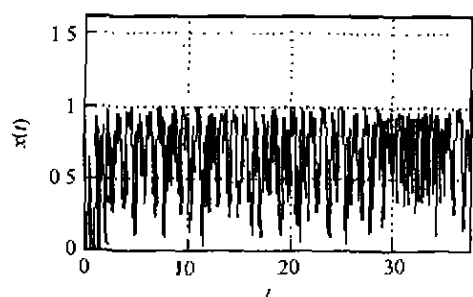


图 1 系统状态变化图

Fig. 1 The dynamic curve of the system state

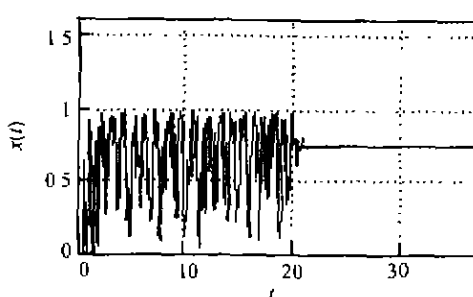


图 2 控制状态到不动点

Fig. 2 Controlling state to fixed point

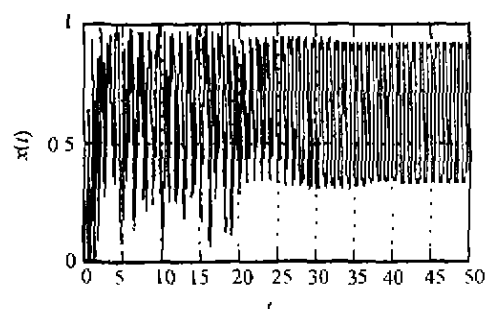


图 3 跟踪控制图

Fig. 3 The curve of tracking control

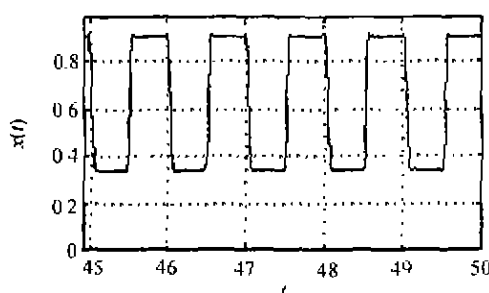


图 4 控制局部放大图

Fig. 4 The local amplify of control curve

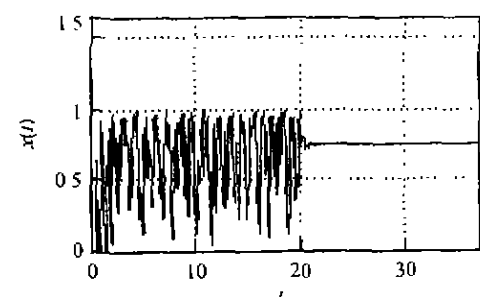


图 5 不动点控制时的状态变化图

Fig. 5 The state curve of fixed point control

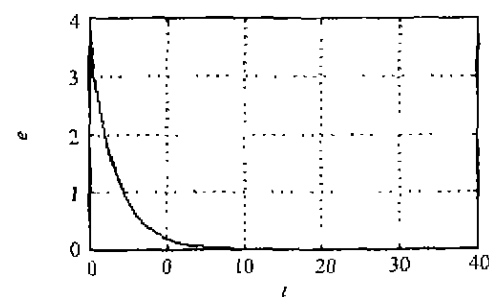


图 6 跟踪控制时误差曲线图

Fig. 6 Error curve of tracking control

5 结论(Conclusion)

本文研究了一类具有时变不确定性的非线性时滞混沌系统的不动点的控制与跟踪问题,所给控制器的存在性依赖于相应的 LMI 的解.尽管 LMI 中含有多个未知参数,但利用 Matlab 软件中 LMI 工具箱可一次性求出,无需调整参数.因此求解非常方便、有效.由于该方法具有较好的鲁棒性能,因此我们所给的方法更适于实际工程中的应用.

参考文献(References)

- [1] Ott E and Grebogi C. Controlling chaos [J]. Phys Rev. Lett., 1990, 22(3): 292 - 294
- [2] Tian Y C and Gao F R. Adaptive control of chaotic continuous-time system with delay [J]. Physica, 1998, 117(1): 1 - 9
- [3] Lu H and He Z. Chaotic behavior in first-order autonomous continuous-time systems with delay [J]. IEEE Trans. Circ. Syst., 1996, 43(1): 70
- [4] Lu H, He Y and He Z. A chaos-generator: analyses of complex dynamical of a cell equation in delayed cellular neural networks [J]. IEEE Trans. Circ. syst., 1998, 45(2): 287 - 291
- [5] Farmer J D. Chaotic attractors of infinite dimensional dynamical systems [J]. Physica, 1982, 48(4): 366 - 372
- [6] Li X and Souza C E D. Criteria for robust stability and stabilization of uncertain linear systems with state delay [J]. Automatica, 1997, 33(9): 1657 - 1662
- [7] Lien C H, Hsieh J G and Sun Y J. Robust stabilization for a class of uncertain systems with multiple time delays via linear control [J]. J. Mathematical Analysis and Applications, 1998, 218(2): 369 - 378

(下转第 219 页)

- [4] Menna G and Patrao P. Area traffic control: A decentralized approach [A]. Proc. European Conf. on Applied Information Technology of IFIP [C]. London, 1979, 303 - 311
- [5] Mavleod C J and McCartney. Multi-level control of road traffic networks using microprocessors [J]. Trends on on-Line Computer Control System [M]. New Jersey: Piscataway, 1979, 126 - 131
- [6] Zhou P and Shi Zh K. A new control method of urban traffic [D]. Xi'an: North Polytechnic University, 1998
- [7] Liu Y and Kong L S. Non-numerical Algorithm-The Genetic Algorithm Part II [M]. Beijing: Science Press, 2000
- [8] Ding C M and Liu C S and Liu H. Discussions on some issues in ge-

netic algorithm [J]. Information and Control, 1997, 26(1): 40 - 47

本文作者简介

周 鹏 1974 年生, 硕士研究生, 研究兴趣为智能控制、智能优化理论及其在空中交通流量管理、城市交通网络优化控制中的应用。
Email: zkesu@nwpu.edu.cn

史忠科 1956 年生, 毕业于西北工业大学, 获博士学位, 现为西北工业大学自动控制系教授, 博士生导师, 目前的研究领域为: 估计、辨识方法, 鲁棒控制, 智能控制, 交通控制等。

陈小锋 1974 年生, 在读博士研究生, 研究兴趣为计算机控制、智能控制及其在城市交通网络信号控制中的应用。

(上接第 214 页)

- [8] Glorieux P. Control of chaos in lasers by feedback and nonfeedback methods [J]. Int. J. Bifu. Chaos, 1998, 8(9): 1749 - 1758
- [9] Tian Y P and Yu X. Adaptive control of chaotic dynamical systems using invariant manifold approach [J]. IEEE Trans. Circ. Syst., 2000, 47(10): 1537 - 542
- [10] Ge S S, Wang C and Lee T H. Adaptive backstepping control of a class of chaotic systems [J]. Int. J. Bifu. Chaos, 2000, 10(5): 1149 - 1158
- [11] Chen G and Yu X. On time-delayed feedback control of chaotic systems [J]. IEEE Trans. Circ. Syst., 1999, 46(6): 767 - 775

本文作者简介

关新平 见本刊 2002 年第 1 期第 130 页。Email: xpguan@ysu.edu.cn

范正平 1977 年生, 现为燕山大学控制理论与控制工程专业硕士研究生, 主要研究方向为混沌系统的控制及其应用。

龙承念 1978 年生, 现为燕山大学控制理论与控制工程专业硕士研究生, 主要研究方向为时滞系统的鲁棒控制, ATM 网络拥塞控制等。

王益群 1938 年生, 教授, 博士生导师, 已在国内外重要学术期刊及会议上发表论文 40 余篇, 目前的主要研究方向为混沌系统的参数辨识, 机械系统的故障诊断, 液压系统的控制等。