

文章编号: 1000-8152(2002)02-0239-05

# 一类动态不确定系统的自适应模糊控制

刘立祥 谢剑英

(上海交通大学自动化系·上海, 200030)

**摘要:** 针对一类不确定性系统, 用 back-stepping 设计方法设计了一种新的模糊控制器, 并在所有信号一致有界的意义上证明了系统的稳定性, 仿真结果表明本文所设计的控制器能达到预定的目的.

**关键词:** 模糊控制; 反推; 跟踪; 图影算法

**文献标识码:** A

## Adaptive Fuzzy Control of a Class of Dynamics Uncertain System

LIU Lixiang and XIE Jianying

(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai, 200030, P. R. China)

**Abstract:** A new fuzzy controller is designed based on the back-stepping approach. We prove that the final closed-loop system must be globally stable in the sense that all signals involved must be uniformly bounded and simulation results shows that the adaptive fuzzy controllers can successfully track a given trajectory.

**Key words:** fuzzy control; back-stepping; tracing; projection algorithm

### 1 引言(Introduction)

近几年来, 模糊控制成功地解决了许多实际的问题, 然而系统的模糊控制理论在许多方面还存在问题有待解决, 其中模糊控制系统的稳定性问题就是一个根本性的问题. Langari 和 Tornizuka<sup>[1]</sup>曾对模糊控制器的稳定性进行过一些研究, 但是其结果过分依赖于大量的条件, 这就严重的影响了模糊控制器设计的灵活性. 王在文献[2]中提出了一套监督控制理论, 这套理论的优点是不用改变现有的模糊控制器而又能保证整个系统的全局稳定性, 然而王所研究的系统过于特殊化, 很难运用于实际的系统. 本文运用 back-stepping 设计方法, 可以设计出实用性更强的一类系统的模糊控制器.

### 2 系统描述及基本假设(System descriptions and basic assumption)

考虑如下的  $n$  阶动态不确定系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = x_3, \\ \vdots \\ \dot{x}_{n-1} = x_n + f_1(x_1, x_2, \dots, x_{n-1}), \\ \dot{x}_n = f(x_1, x_2, \dots, x_n) + g(x_1, x_2, \dots, x_n)u, \\ y = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中  $X = (x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbb{R}^n$  为系统的状态且假设可以通过量测得到, 式中  $f_1, f$  和  $g$  为未知的连续函数且一阶可导,  $u \in \mathbb{R}$  和  $y \in \mathbb{R}$  分别为系统的输入和输出. 由于  $g(X)$  为连续函数, 我们假设对  $x \in U$ , 有  $g(X) > 0$ . 我们的控制任务是要强迫输出  $y$  跟踪一个给定的有界参考信号  $y_r(t)$ , 其约束条件是所有信号必须是有界的.

对系统(1)作如下的假设 1:

1) 我们可以找到这样的一个函数  $f_1^*(X_1)$ , 使得

$$|f_1(X_1)| \leq f_1^*(X_1).$$

其中  $X_1 = (x_1, x_2, \dots, x_{n-1})$ , 且  $f_1^*(X_1) < \infty$ .

2) 我们可以找到这样三个函数  $f^*(X)$ ,  $g^u(X)$ ,  $g_L(X)$ , 使得

$$|f(X)| \leq f^*(X) \text{ 且 } g_L(X) \leq g(X) \leq g^u(X).$$

式中

$$f^*(X) < \infty, g^u(X) < \infty, g_L(X) > 0.$$

3) 设有若干条未知函数  $f_1(X_1), f(X)$  和  $g(X)$  的语言描述规则, 形式如下:

$$\begin{aligned} R_1^r: & \text{ 如果 } x_1 \text{ 是 } A_1^r, \text{ 且 } \dots, \text{ 且 } x_{n-1} \text{ 是 } A_{n-1}^r, \\ & \text{ 则 } f_1(X_1) \text{ 是 } D^r. \end{aligned} \quad (2)$$

$$\begin{aligned} R_j^s: & \text{ 如果 } x_1 \text{ 是 } B_1^s, \text{ 且 } \dots, \text{ 且 } x_n \text{ 是 } B_n^s, \\ & \text{ 则 } f(X) \text{ 是 } E^s. \end{aligned} \quad (3)$$

$R_g^i$ : 如果  $x_1$  是  $C_1^i$ , 且,  $\dots$ , 且  $x_n$  是  $C_n^i$ .  
则  $f(X)$  是  $F^i$ . (4)

### 3 自适应模糊控制器的设计及稳定性分析 (Design and stability analysis of adaptive fuzzy controller)

将 back-stepping 设计方法应用于系统(1)中, 在前  $i$  ( $i = 1, 2, \dots, n-1$ ) 步我们有:

令

$$\begin{aligned} z_{i+1} &= x_{i+1} - \alpha_i \Rightarrow \\ \dot{x}_i &= x_{i+1} = z_{i+1} + \alpha_i (z_i = x_i - y_r) \Rightarrow \\ \dot{z}_i &= \dot{x}_i - \dot{\alpha}_{i+1} = z_{i+1} + \alpha_i - \dot{\alpha}_{i-1} = \\ z_{i+1} + \alpha_i - \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_j} x_{j+1} - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(j)}} y_r^{(j+1)}. \end{aligned}$$

令

$$V_i = V_{i-1} + \frac{1}{2} z_i^2 \quad (i = 1, 2, \dots, n-1) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_i &= - \sum_{k=1}^{i-1} c_k z_k^2 + z_i (z_{i-1} + \alpha_i + z_{i+1} - \\ &\sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_j} x_{j+1} - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(j)}} y_r^{(j+1)}). \end{aligned}$$

令

$$\alpha_i = -z_{i-1} - c_i z_i + \sum_{j=1}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{j-1}}{\partial x_j} x_{j+1} - \sum_{j=0}^{i-1} \frac{\partial \alpha_{i-1}}{\partial y_r^{(j)}} y_r^{(j+1)} \Rightarrow$$

$$\dot{V}_i = \dot{V}_{i-1} + z_i \dot{z}_i = - \sum_{j=1}^i c_j z_j^2 + z_i z_{i+1}$$

$$(i = 1, 2, \dots, n-1).$$

在第  $n$  步得到

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &= \dot{V}_{n-1} + z_n \dot{z}_n \leq \\ &- \sum_{j=1}^{n-1} c_j z_j^2 + k_1 + z_n [z_{n-1} + f + g u - \\ &\sum_{j=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} x_{j+1} - \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} (x_n + f_1) - \sum_{j=0}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(j)}} y_r^{(j+1)}]. \end{aligned} \quad (5)$$

式中  $k_1$  为一有界量,

$$\begin{aligned} \alpha_{n-1} &= -z_{n-2} - c_{n-1} z_{n-1} - f_1 + \\ &\sum_{i=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial x_i} x_{i+1} + \sum_{i=0}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-2}}{\partial y_r^{(i)}} y_r^{(i+1)}. \end{aligned}$$

如果  $f_1, f$  和  $g$  已知, 取控制律

$$\begin{aligned} u &= \frac{1}{g} [-f - c_n z_n - z_{n-1} + \sum_{j=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} x_{j+1} + \\ &\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} (x_n + f_1) + \sum_{j=0}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(j)}} y_r^{(j+1)}]. \end{aligned} \quad (6)$$

但由于  $f_1, f$  和  $g$  未知, 我们用模糊系统  $\hat{f}_1, \hat{f}$  和  $\hat{g}$  代替上式中的  $f_1, f$  和  $g$  得到

$$\begin{aligned} u_c &= \frac{1}{\hat{g}} [-f - c_n z_n - z_{n-1} + \sum_{j=1}^{n-2} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_j} x_{j+1} + \\ &\frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} (x_n + f_1) + \sum_{j=0}^{n-1} \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial y_r^{(j)}} y_r^{(j+1)}]. \end{aligned} \quad (7)$$

将上式代入(5), 经过几步直接的运算后得到:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k_1 + z_n [(f - \hat{f}) + \\ &u_c (g - \hat{g}) + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} (\hat{f}_1 - f_1)]. \end{aligned} \quad (8)$$

由上式可知, 为使  $z_j$  有界 ( $j = 1, 2, \dots, n$ ),  $V_n$  必须是有界的, 但是, 要设计这样的一个  $u_c$  使  $V_n$  有界是十分困难的, 为解决这个问题, 我们为  $u_c$  增加另一个控制项  $u_s$ , 这样最后的控制

$$u = u_c + u_s. \quad (9)$$

这一附加项  $u_s$  的目的是要保证  $V_n$  小于一个有界值  $\bar{V}$ . 将式  $u$  代入式(5), 并利用上面的假设, 我们就得到下面新的关于  $V_n$  的方程

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k_1 + z_n [(f - \hat{f}) + \\ &u_c (g - \hat{g}) + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} (\hat{f}_1 - f_1) + g u_s]. \end{aligned} \quad (10)$$

显然有:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n &\leq - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k_1 + |z_n| [ |f| + |\hat{f}| + \\ &(|g| + |\hat{g}|) |u_c| + \left| \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} \right| (|f_1^u| + |f_1|) ] + z_n g u_s. \end{aligned} \quad (11)$$

将  $f^u, g^u$  和  $g_L$  与式(10)对照以后, 我们把控制项  $u_s$  选为如下的形式:

$$\begin{aligned} u_s &= -I_1^* \operatorname{sgn}(z_n) \left\{ \frac{1}{g_L(X)} [ |\hat{f}(X)| \theta_f + \right. \\ &|f^u(X)| + \hat{g}(X) | \theta_g | u_c + |g^u(X)| u_c + \\ &\left. \left| \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} f_1^u \right| + \left| \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} \hat{f}_1(X) | \theta_{f_1} \right| \right\}. \end{aligned} \quad (12)$$

上式中当  $V_n > \bar{V}$  时,  $I_1^* = 1$ , 否则  $I_1^* = 0$ , 将上式代入式(8), 并考虑  $V_n > \bar{V}$  的情况, 我们有

$$\dot{V}_n \leq - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k_1. \quad (13)$$

我们下一个任务是, 用模糊逻辑系统的数学表达式来代替  $f_1, f$  和  $g$ , 同时提出一种自适应律来调

节逻辑系统的参数,以达到迫使跟踪误差尽可能小的目的.为此,我们定义:

$$\begin{cases} \theta_{f_1}^* = \arg \min_{\theta_{f_1} \in \Omega_{f_1}} [\sup_{x \in U_c} | -\hat{f}_1(X_1 | \theta_{f_1}) + f_1(X) |], \\ \theta_f^* = \arg \min_{\theta_f \in \Omega_f} [\sup_{x \in U_c} | -\hat{f}(X | \theta_f) + f(X) |], \\ \theta_g^* = \arg \min_{\theta_g \in \Omega_g} [\sup_{x \in U_c} | -\hat{g}(X | \theta_g) + g(X) |], \end{cases} \quad (14)$$

式中  $\Omega_{f_1}$ ,  $\Omega_f$  和  $\Omega_g$  分别为  $\theta_{f_1}$ ,  $\theta_f$  和  $\theta_g$  的约束集.

定义最小近似误差为

$$\omega = [f(X) - \hat{f}(X | \theta_f^*)] + \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} [f_1(X_1) - \hat{f}_1(X_1 | \theta_{f_1}^*)] + [g(X) - g(X | \theta_g^*)] u_c. \quad (15)$$

我们采用的模糊逻辑系统为

$$f(X) = \sum_{i=1}^M \theta_i \xi_i(X) = \theta^T \xi(X). \quad (16)$$

式中  $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_M)$ ,  $\xi(X) = (\xi_1(X), \xi_2(X), \dots, \xi_M(X))$ ,  $\xi_i(X) (i = 1, 2, \dots, M)$  为模糊基函数,其定义为

$$\xi_i(X) = \frac{\prod_{l=1}^n \mu_{F_l^i}(x_l)}{\sum_{i=1}^M \prod_{l=1}^n \mu_{F_l^i}(x_l)}.$$

其中,  $\mu_F$  可由前面的假设得到,这样式(10)可重写如下:

$$\begin{aligned} V_n \leq & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k_1 + z_n g u_s + z_n [(\hat{f}(x | \theta_f^*) - \hat{f}(x | \theta_f) + (\hat{g}(x | \theta_g^*) - \hat{g}(x | \theta_g))) u_c + \\ & \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} ((f_1(X_1 | \theta_{f_1}^*) - \hat{f}_1(X_1 | \theta_{f_1})) + \omega)]. \end{aligned}$$

将  $\hat{f}_1$ ,  $\hat{f}$  和  $\hat{g}$  选为式(16)的形式,则上式可重写如下:

$$\begin{aligned} \dot{V}_n \leq & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k_1 + z_n g u_s + z_n \omega + \\ & z_n \left[ \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} \phi_{f_1}^T \xi_1(X_1) + \phi_f^T \xi_2(X) + \phi_g^T \xi_3(X) \right]. \end{aligned} \quad (17)$$

现选取

$$V = V_n + \frac{1}{2r_1} \phi_{f_1}^T \phi_{f_1} + \frac{1}{2r_2} \phi_f^T \phi_f + \frac{1}{2r_3} \phi_g^T \phi_g. \quad (18)$$

式中  $r_1, r_2, r_3$  都为正常数,  $V$  沿式(17)的时间导数为

$$\dot{V} \leq - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + (k_1 + z_n g u_s) + z_n \omega +$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{r_1} \phi_{f_1}^T [\dot{\phi}_{f_1} + r_1 z_n \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} \xi_1(X_1)] + \frac{1}{r_2} \phi_f^T [\dot{\phi}_f + \\ & r_2 z_n \xi_2(X)] + \frac{1}{r_3} \phi_g^T [\dot{\phi}_g + r_3 z_n \xi_3(X)]. \end{aligned} \quad (19)$$

式中用到了  $\dot{\phi}_{f_1} = -\dot{\theta}_{f_1}$ ,  $\dot{\phi}_f = -\dot{\theta}_f$ ,  $\dot{\phi}_g = -\dot{\theta}_g$ , 由  $g(X) > 0$  和式(12)可知  $z_n g u_s < 0$ , 这样式(19)可以写成以下形式:

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k_1 + z_n \omega + \frac{1}{r_1} \phi_{f_1}^T [\dot{\phi}_{f_1} + \\ & r_1 z_n \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} \xi_1(X_1)] + \frac{1}{r_2} \phi_f^T [\dot{\phi}_f + \\ & r_2 z_n \xi_2(X)] + \frac{1}{r_3} \phi_g^T [\dot{\phi}_g + r_3 z_n \xi_3(X)]. \end{aligned} \quad (20)$$

现选自适应律如下:

$$\begin{cases} \dot{\theta}_{f_1} = r_1 z_n \frac{\partial \alpha_{n-1}}{\partial x_{n-1}} \xi_1(X_1) - l_1 \theta_{f_1}, \\ \dot{\theta}_f = r_2 z_n \xi_2(X) - l_2 \theta_f, \\ \dot{\theta}_g = r_3 z_n \xi_3(X) - l_3 \theta_g. \end{cases} \quad (21)$$

上式中的  $l_i$  均大于零,由式(20),我们得出:

$$\dot{V} \leq -2\lambda V + z_n \omega + k_1 + k_2. \quad (22)$$

这就是我们希望得到的最好结果,因为  $z_n$  具有最小近似误差  $\omega$  的阶,如果  $\omega = 0$ ,即  $f_1, f$  和  $g$  的寻优空间可以扩展的很大,足以将  $f_1, f$  和  $g$  包括进去,于是我们可以得到

$$\dot{V} \leq -2\lambda V + k_1 + k_2. \quad (23)$$

又根据万能逼近定理,如果  $\omega$  不为0,则只要采用足够复杂(可调参数数目增多)的  $\hat{f}_1, \hat{f}$  和  $\hat{g}$ , 我们仍然可以希望得到很小的  $\omega$ . 同理,我们也可以得到很小的  $k_1$  和  $k_2$ .

为了使  $\theta_{f_1}, \theta_f$  和  $\theta_g$  分别限制在集合  $\Omega_{f_1}, \Omega_f$  和  $\Omega_g$  中,我们可采用投影算法<sup>[3]</sup>,即如果参数向量  $\theta_{f_1}, \theta_f$  和  $\theta_g$  在约束集合内或处在约束边界上并向集合内移动,则可以直接运用自适应律式(21);反之,如果参数向量在集合边界上并向集合外移动,采用投影算法来修正自适应律式(21),以使得参数向量仍然处于约束集合内.

**定理** 考虑式(1)所描述的对象,其中控制对象为式(9),  $u_c$  取式(7),  $u_s$  取式(12),  $\hat{f}_1, \hat{f}$  和  $\hat{g}$  取式(16)的形式,设参数向量  $\theta_{f_1}, \theta_f$  和  $\theta_g$  由自适应式(21)来调节,同时假设1成立,则总体控制方案保证具有如下的性能:

$$1) |\theta_{f_1}(t)| \leq M_{f_1}, |\theta_{f_2}(t)| \leq M_{f_2}, |\theta_g| \leq M_g.$$

2)  $X(t), u_s(t)$  和  $u_i(t)$  均有界, 且跟踪误差  $e(t) = y_r - y$  可以达到预先给定的精度.

证 性质 1 易证, 下面我们证明性质 2.

由式(20)我们有:

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \dot{V}_n + \frac{1}{r_1} \phi_{f_1}^T \dot{\phi}_{f_1} + \frac{1}{r_2} \phi_{f_2}^T \dot{\phi}_{f_2} + \frac{1}{r_3} \phi_g^T \dot{\phi}_g \leq \\ & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 + k_1 + z_n \omega + \frac{l_1}{r_1} \phi_{f_1}^T (\theta_{f_1}^* - \phi_{f_{11}}) + \\ & \frac{l_2}{r_2} \phi_{f_2}^T (\theta_{f_2}^* - \phi_{f_2}) + \frac{l_3}{r_3} \phi_g^T (\theta_g^* - \phi_g) \leq \\ & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 - \frac{l_1}{2r_1} \phi_{f_1}^T \phi_{f_1} - \frac{l_2}{2r_2} \phi_{f_2}^T \phi_{f_2} - \frac{l_3}{2r_3} \phi_g^T \phi_g + \\ & \frac{l_1}{2r_1} |\theta_{f_1}^*|^2 + \frac{l_2}{2r_2} |\theta_{f_2}^*|^2 + \frac{l_3}{2r_3} |\theta_g^*|^2 + k_1 + z_n \omega. \end{aligned}$$

令

$$k_2 = \frac{l_1}{2r_1} |\theta_{f_1}^*|^2 + \frac{l_2}{2r_2} |\theta_{f_2}^*|^2 + \frac{l_3}{2r_3} |\theta_g^*|^2.$$

则

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & - \sum_{j=1}^n c_j z_j^2 - \frac{l_1}{2r_1} \phi_{f_1}^T \phi_{f_1} - \frac{l_2}{2r_2} \phi_{f_2}^T \phi_{f_2} - \\ & \frac{l_3}{2r_3} \phi_g^T \phi_g + k_1 + k_2 + z_n \omega. \end{aligned}$$

令

$$M = k_1 + k_2 + z_n \omega, \lambda = \min c_j (j = 1, 2, \dots, n) \Rightarrow$$

$$\begin{aligned} \dot{V} \leq & -2\lambda \left[ \frac{1}{2} \sum_{j=1}^n z_j^2 + \frac{l_1}{4r_1 \lambda} \phi_{f_1}^T \phi_{f_1} + \right. \\ & \left. \frac{l_2}{4r_2 \lambda} \phi_{f_2}^T \phi_{f_2} + \frac{l_3}{4r_3 \lambda} \phi_g^T \phi_g \right] + M. \end{aligned}$$

其中

$$l_1 = l_2 = l_3 = 2\lambda \Rightarrow \dot{V} \leq -2\lambda V + M.$$

又

$$\begin{aligned} \frac{d}{dt}(e^{2\lambda t} V) = & 2\lambda e^{2\lambda t} V + e^{2\lambda t} \dot{V} \leq \\ 2\lambda e^{2\lambda t} V + & e^{2\lambda t} (-2\lambda V + M) = M e^{2\lambda t} \Rightarrow \\ e^{2\lambda t} V(t) \leq & V(0) + \int_0^t M e^{2\lambda u} du = V(0) + \frac{M}{2\lambda} (e^{2\lambda t} - 1) \Rightarrow \\ V(t) \leq & \frac{V(0)}{e^{2\lambda t}} + \frac{M}{2\lambda} - \frac{M}{2\lambda e^{2\lambda t}}. \end{aligned}$$

由上式我们可以看出, 当  $t$  趋向于无穷大时,  $V(t)$  将趋向于  $\frac{M}{2\lambda}$ . 显然, 这是一个有界量, 而  $V(t)$  有界意味着  $V_n$  有界, 因此,  $z_1, z_2, \dots, z_n$  和  $a_1, a_2, \dots, a_{n-1}$

有界, 这样, 我们就得到  $X, u_c$  有界, 由此可知  $u_s$  有界. 另外, 由万能逼近定理(见文献[4], 第 32 页) 和  $M$  的表达式可知, 只要我们取足够复杂的  $\hat{f}_1, \hat{f}_2$  和  $\hat{g}$  (可调参数数目增多),  $\frac{M}{2\lambda}$  的值就可以小于任何预先给定的精度.

### 4 仿真实例 (Simulation instance)

我们将前面设计的自适应模糊控制器用于一实际系统中, 研究它在跟踪一条正弦轨迹的控制问题中的应用.

考虑如下不确定的动态系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= x_2, \\ \dot{x}_2 &= x_3 + f_1(x_1, x_2), \\ \dot{x}_3 &= f(x_1, x_2, x_3) + g(x_1, x_2, x_3)u. \end{aligned}$$

在仿真中取

$$\begin{aligned} f_1(x_1, x_2) &= x_1^2 \sin x_2, \\ f(x_1, x_2, x_3) &= x_1 \sin x_3 + x_2^2, \end{aligned}$$

$g(x_1, x_2, x_3) = 1 + x_3^2$ , 式中  $u$  为外作用力(控制量). 显然, 上式具有式(1)的形式, 因此我们的自适应控制器可以用于这个系统. 在仿真中, 在本例中, 我们假设不存在任何如式(2), 式(3)和式(4)的语言规则, 且选  $m_1 = m_2 = 6$ , 由于对  $i = 1, 2, 3$  来说, 均有  $|x_i| \leq 3$ , 因此我们在区间  $[-3, 3]$  上定义了六个模糊集合, 分别记为  $N3, N2, N1, P1, P2, P3$ . 相应的隶属函数如下, 隶属函数值见图 1. 这种选择显然覆盖了  $[-3, 3]$  整个区间.

$$\begin{aligned} \mu_{N3} &= 1/(1 + \exp(5(x + 2))), \\ \mu_{N2} &= \exp(-(x + 1.5)^2), \\ \mu_{N1} &= \exp(-(x + 0.5)^2), \\ \mu_{P1} &= \exp(-(x - 0.5)^2), \\ \mu_{P2} &= \exp(-(x - 1.5)^2), \\ \mu_{P3} &= 1/(1 + \exp(-5(x - 2))). \end{aligned}$$

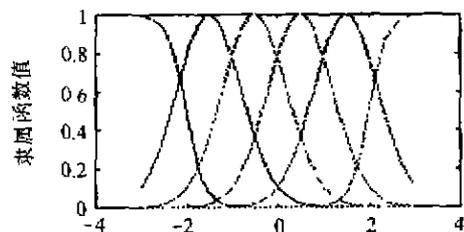


图 1 隶属函数值  
Fig. 1 Membership value

图 2~图 4 给出了初始条件  $X(0) = [-0.5, 0, 3, 1]^T$  时的仿真结果, 其中图 2 给出的是状态  $x_1(t)$ (实线) 和其期望值  $y_r(t) = \sin(t)$ (虚线) 的曲线图, 图 3 给出了相应的跟踪误差, 图 4 给出的是状态  $x_2(t)$ (实线) 和其期望值  $\cos(t)$ (虚线) 的曲线图, 初始参数  $\theta_{f_1}(0)$  和  $\theta_f(0)$  可在  $[-3, 3]$  的区间内随机选取. 从图 1~图 3 中可以得出如下结论: 我们在前面设计的自适应模糊控制器在没有任何语言规则的情况下, 能控制系统以极小的误差跟踪上期望的轨迹.

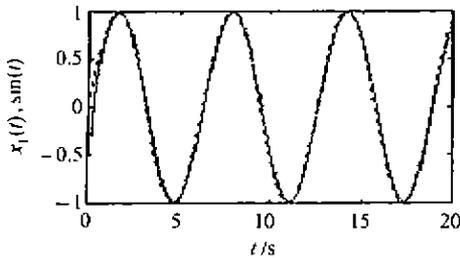


图 2 状态  $x_1(t)$  曲线  
Fig. 2 state  $x_1(t)$  curve

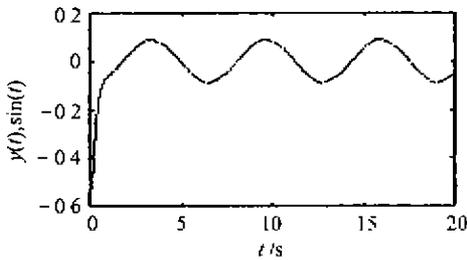


图 3 输出误差  
Fig. 3 Output error

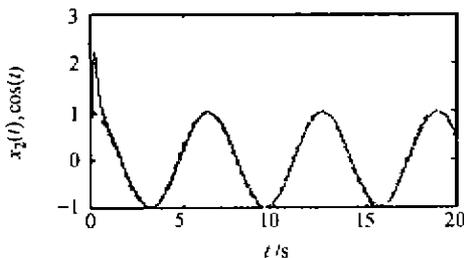


图 4 状态  $x_2(t)$  曲线  
Fig. 4 state  $x_2(t)$  curve

## 5 结论(Conclusion)

自适应模糊系统是具有学习算法的模糊系统, 而模糊逻辑系统是由一系列的模糊“如果-则”规则组成的, 学习算法则是依靠数据型输入-输出对来调整模糊逻辑系统的参数. 从概念上讲, 模糊逻辑系统是将语言信息与数据信息统一起来了. 本文中, 我们提出了一种自适应模糊逻辑系统, 并用 back-stepping 设计方法设计了一种自适应模糊控制器, 其特点是:

- 1) 不要求被控系统有准确的数学模型;
- 2) 控制器可以直接利用描述系统的模糊“如果-则”规则;
- 3) 所有信号在一致有界的意义上保证最终的闭环系统具有全局稳定性.

仿真结果表明这种模糊控制器确实能达到理想的控制效果.

## 参考文献(References)

- [1] Langari G and Tomizuka M. Stability of fuzzy linguistic control system [A]. Proc. IEEE Conf. on Decision and Control [C], New York: Hilton Hawaiian Village, 1990:2185-2190
- [2] Wang Lixin. Stable adaptive fuzzy controllers with application to inverted pendulum tracking [J]. IEEE Trans. Systems, Man and Cybernetics (Part B: Cybernetics), 1996, 26(5):677-691
- [3] Luenberger D G. Linear and Nonlinear Programming [M]. Reading Mass: Addison-Wesley Publishing Company Inc., 1984
- [4] Wang Lixin. Adaptive Fuzzy System and Control - Design and Stability Analysis [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1995
- [5] Krstic M I, Kanellakopoulos and Kokotovic P V. Adaptive nonlinear control without over-parametrization [J]. System & Control Letters, 1992, 19(1):177-185

## 本文作者简介

刘立祥 1973年生. 于1999年在曲阜师范大学自动化研究所获得硕士学位. 现在上海交通大学自动化系攻读博士学位. 主要研究方向为智能控制, 信号处理. Email: lulx@263.net

谢剑英 1940年生. 上海交通大学自动化系控制工程与网络技术实验室主任, 教授, 博士生导师. 主要研究方向有: 智能控制, 计算机网络应用.