

简单前馈结构控制系统的镇定*

范子彦 韩正之 刘允刚

(上海交通大学智能工程研究所·上海, 200030)

摘要: 讨论前馈结构系统 $\dot{x}_1 = Ax_1 + g(x_2, u)$, $\dot{x}_2 = f(x_2, u)$ 的反馈镇定, 应用前向设计方法给出了当系统 $\dot{x}_2 = f(x_2, u)$ 可以反馈镇定的时候, 整个系统反馈镇定的条件. 在设计中实现了输入-状态增益的最终线性, 以及状态的收敛性. 文章在此基础上探讨了应用复杂前馈结构系统的可能性.

关键词: 非线性控制; 严格前馈系统; 输入-状态稳定性; 状态反馈

文献标识码: A

Stabilization of Simple Feedforward Systems

FAN Ziyan, HAN Zhengzhi and LIU Yungang

(Institute of Intelligence Engineering, Shanghai Jiaotong University · Shanghai, 200030, P. R. China)

Abstract: This paper researches the stabilization problem of cascade systems $\dot{x}_1 = Ax_1 + g(x_2, u)$, $\dot{x}_2 = f(x_2, u)$. Using the forward-stepping, the conditions of input-state stabilization of the system is presented if the subsystem $\dot{x}_2 = f(x_2, u)$ is stabilizable. By the method, the input-state gain of system is ultimately linear and the state is convergent. It is also considered to extend the method to complex feedforward systems.

Key words: nonlinear control; strictly feedforward systems; input-state stability; state feedback

1 引言(Introduction)

由于一般非线性系统的镇定是相当困难的, 在90年代, 学者们对一些特殊结构非线性系统的镇定产生了兴趣. 例如, 用反传^[1](backstepping)方法对具有严格反馈形(strict feedback structure)系统的研究取得了较多成果. 反传方法主要用于解决这样的问题: 如果已知 $\dot{x} = f(x, u)$ 的反馈镇定律, 如何进一步得到 $\dot{x} = f(x, y)$, $\dot{y} = g(x, y, u)$ 的镇定控制律. 也许在反传设计的启发下, 积分器前传^[2](integrator forwarding)方法被提了出来, 并用于在对严格前馈形^[3](strict feedforward structure)系统的镇定中.

与严格反馈结构系统的丰硕成果相比, 前馈结构系统的成果就显得很少了. 这是因为后者的镇定设计比前者困难得多. 例如, 考虑反馈形离散系统, 在 f, g 可逆的前提下, 注意到

$$x(2) = f(f(x(0), y(0)), g(x(0), y(0), u(0))),$$

$$y(2) = g(x(1), y(1), u(1)),$$

我们总可以找到 $u(0), u(1)$ 使 $x(2), y(2)$ 为零, 然后只要让输入恒为零就可以保证状态在原点不动, 这也是文[4]的方法的本质; 而对前馈结构的离散系

统, 一般我们是不可能使状态同时全为零的.

对前馈形系统的研究成果主要有文[2, 3, 5, 6]. 文[2]通过解辅助微分方程组, 找到一种坐标变换, 由此反馈律得以递推. 文[5]设计了基于 CLF(control Lyapunov function)的动态反馈, 但是其中关于李雅普诺夫函数的存在条件是互相牵制的, 参数选择相当困难. 文[6]将文[5]的结果推广到离散系统.

本文的工作采用文[3]提出的饱和控制, 得到了镇定“二维”严格前馈结构系统的条件. 此处的“二维”, 也许称为“二块”更为贴切(见下文(4)式). 我们将通过选择控制参数使对象的最终形态是输入-状态有界稳定的, 并具有线性增益, 然后用增益收缩^[7]的方法分析状态的收敛性.

全文安排如下: 第2节给出问题的描述; 第3和第4节是本文的核心内容, 给出了“二维”严格前馈结构系统的有界镇定控制, 并给出了一种如何递推更高“维”严格前馈结构系统的思路; 第5和第6节分别是算例和结论.

2 问题的描述(Description of the problem)

考虑前馈形连续系统:

* 基金项目: 国家自然科学基金(69874025)资助项目.

收稿日期: 1999-08-02; 收修改稿日期: 2000-06-23.

$$\begin{cases} \dot{x}_i = A_i x_i + g_i(x_{i+1}, \dots, x_n, u), & i = 1, \dots, n-1, \\ \dot{x}_n = g_n(x_n, u), \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x_i \in \mathbb{R}^{n_i}$, $u \in \mathbb{R}^m$, $g_i, i = 1, \dots, n-1$ 是光滑函数, 且 $g_i(0) = 0$, $\frac{\partial g_i}{\partial u}(0) = B_i$. 假设

H1) $A_i^T P_i + P_i A_i \leq 0$, P_i 是正定对称矩阵, $|A_i, P_i B_i|$ 是可控对;

H2) $\dot{x}_n = g_n(x_n, u)$ 是 UISS-L 的 (见定义 1).

设计目标是用状态反馈去有界镇定系统 (1). 我们在文中采用下列记号:

如果 $x \in \mathbb{R}$, 定义

$$\sigma(x) = \begin{cases} x, & -1 \leq x \leq 1, \\ \text{sgn}(x), & x > 1 \text{ 或 } x < -1, \end{cases}$$

将定义扩展到向量, 当 $x = (x_1, \dots, x_n)^T \in \mathbb{R}^n$ 时, $\sigma(x) = (\sigma(x_1), \dots, \sigma(x_n))^T$.

$|x|$ 表示 x 的 Euclidean 范数, $\|x\| = \sup_{t \geq 0} |x(t)|$; $|P| = \sup_{x \neq 0} \frac{|Px|}{|x|}$ 是矩阵的算子范数; 上极限 $\limsup_{t \rightarrow \infty} |x(t)| = \lim_{t \rightarrow \infty} \sup_{\tau \geq t} |x(\tau)|$.

$\gamma: \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ 称为是 K 类函数, 如果它是连续、严格递增的, 且 $\gamma(0) = 0$. 如果它还满足 $\lim_{s \rightarrow \infty} \gamma(s) = \infty$, 则 γ 称为 K_∞ 类函数, 记 $\gamma \in K_\infty$.

$\beta: \mathbb{R}^+ \times \mathbb{R}^+ \rightarrow \mathbb{R}^+$ 称为是 KL 类函数, 记为 $\beta \in KL$: 如果对于每个固定的 t , 函数 $\beta(\cdot, t)$ 是 K 类的; 而对于每个固定的 s , 函数 $\beta(s, \cdot)$ 是严格递减的, 且 $\lim_{s \rightarrow \infty} \beta(s, t) = 0$.

系统 $\dot{x} = f(x, u)$ 称为是输入-状态稳定的^[8] (input-to-state stable), 如果存在 $\beta \in KL$ 和 $\gamma \in K_\infty$ 使得 $\forall t \geq 0, \forall x(0)$,

$$|x(t)| \leq \beta(|x(0)|, t) + \gamma(\|u\|).$$

定义 1 系统 $\dot{x} = f(x, u)$ 称为输入-状态最终稳定的 (ultimately input-to-state stable), 如果: ① 在任意有界分段连续输入下, 系统是前向完整的, 也就是系统解的最大存在区间是 $[0, \infty)$; ② 存在 $\beta \in KL$ 和 $\gamma \in K_\infty$, 使得在任意有界输入下, 总有依赖于 $x(0)$ 的时刻 $\theta \geq 0$, 使得 $\forall t \geq \theta$ 成立

$$|x(t)| \leq \beta(|x(\theta)|, t - \theta) + \gamma(\|u\|). \quad (2)$$

当上式中的 γ 是线性函数时, 我们称该系统是 UISS-L 的.

从定义 1 容易知道输入-状态最终稳定的系统具有性质: 1) 系统是有界输入-有界状态稳定的, 是收敛输入-收敛状态稳定的, 但不是全局渐近稳定的

(因为不保证稳定性); 2) 输入-状态稳定的系统是输入-状态最终稳定的 (注意到系统的定常性); 3) 渐近稳定的输入-状态最终稳定的系统是全局渐近稳定的.

3 引理 (Lemmas)

本节先给出两个引理, 它们在以后的讨论中是需要的.

引理 1 考虑线性系统 $\dot{x} = Ax + Bu$, A 是渐近稳定或临界稳定的, $|A, PB|$ 是可控对, 其中 P 是满足 $A^T P + PA \leq 0$ 的正定对称阵. 那么 $\bar{A} = A - cBB^T P$ 是 Hurwitz 的, 其中 $c > 0$.

证 考虑 $\dot{\xi} = \bar{A}\xi$, 那么

$$\frac{d}{dt}(\xi^T P \xi) \leq -2c\xi^T P B B^T P \xi \leq 0.$$

考虑到 $|A, PB|$ 的可控性, 由 LaSalle 不变原理知道 x 是收敛的.

引理 2 考虑 $\dot{x} = Ax - c_1 B \sigma(c_2 B^T P x) + v$, 其中 A, B 和 P 满足引理 1 的条件. 则存在 $c_1, c_2, d > 0$, 使得当 $\|v\| \leq d$ 时, 系统关于 v 是 UISS-L 的.

证 记 $s = c_2 B^T P x$. 将系统写成

$$\dot{x} =$$

$$Ax - c_1 B \sigma(s) + v =$$

$$Ax - c_1 c_2 B B^T P x - c_1 B (\sigma(s) - c_2 B^T P x) + v =$$

$$\bar{A}x - c_1 B (\sigma(s) - s) + v.$$

其中 $\bar{A} = A - c_1 c_2 B B^T P$. 由引理 1 知道 $\bar{A}$ 是渐近稳定的, 不妨假设 $\bar{A}^T R + R \bar{A} = -I$, 其中 R 是正定对称矩阵.

容易验证 $|\sigma(t) - t| \leq t \sigma(t)$, $t \in \mathbb{R}$, 故对 $x \in \mathbb{R}^n$ 有

$$|\sigma(x) - x| =$$

$$\sqrt{\sum_{i=1}^n (\sigma(x_i) - x_i)^2} \leq$$

$$\sum_{i=1}^n |\sigma(x_i) - x_i| \leq \sum_{i=1}^n x_i \sigma(x_i) = x^T \sigma(x).$$

定义 $V = x^T R x$, 那么

$$\dot{V} =$$

$$-x^T x - 2c_1 x^T R B (\sigma(s) - s) + 2x^T R v \leq$$

$$-|x|^2 + 2c_1 |RB| |x| s^T \sigma(s) + 2|R| |x| |v| \leq$$

$$-|x|^2 + \mu_1 |x|^2 + \mu_2 |x| |v|.$$

其中 $\mu_1 = 2c_1 c_2 \sqrt{m} |RB| |B^T P|$, $\mu_2 = 2|R|$. 选择 c_1, c_2 使 $\mu_1 < \frac{1}{2}$, 则 $\dot{V} \leq -\frac{1}{2}|x|^2 + \mu_2 |x| |v|$.

于是, 当 $|x|_P \geq 3\mu_2 \|v\| \sqrt{\bar{\lambda}(P)}$ 时,

$$\dot{V} < -\frac{1}{2} \|x\| (\|x\| - 2\mu_2 \|v\|) \leq -\frac{3}{2} (\mu_2 \|v\|)^2.$$

所以存在 $t_1 > 0$, $\|x(t_1)\| < 3\mu_2 \|v\| \sqrt{\lambda(P)}/\sqrt{\lambda(P)}$ ——称为事件 1.

记 $B = (b_1, \dots, b_m)$, $\mu = \max\{\|b_1^T P\|, \dots, \|b_m^T P\|\}$. 如果 $\|x(t_1)\| \leq \frac{1}{2}(c_2\mu)^{-1}$, 则存在 $t_2 > t_1$ 使 $\|x(t)\| < (c_2\mu)^{-1}$, $t \in [t_1, t_2]$. 在 $[t_1, t_2]$ 上, 不难发现系统是 $\dot{x} = \bar{A}x + v$, 注意到 $\bar{A}$ 是 Hurwitz 的, 所以对该线性系统, 存在 $d_1, d_2, \rho > 0$ 使

$$\|x(t)\| \leq (1 + d_1)e^{-\rho(t-t_1)} \|x(t_1)\| + d_2 \|v\|, \quad (3)$$

其中 $t \in [t_1, t_2]$.

如果 $\|x(t_1)\| < [\frac{1}{2}(c_2\mu)^{-1} - d_2 \|v\|]/(1 + d_1)$, 由式(3)可以得到 $\lim_{t \rightarrow t_2} \|x(t)\| \leq \frac{1}{2}(c_2\mu)^{-1}$. 用

反证法不难得到, 如果 $\|x(t_1)\| < [\frac{1}{2}(c_2\mu)^{-1} - d_2 \|v\|]/(1 + d_1)$ ——称为事件 2, 则其后一致地有 $\|x(t)\| < (c_2\mu)^{-1}$, $t \in [t_1, t_\infty)$, 即 t_1 之后, 系统动态总是 $\dot{x} = \bar{A}x + v$ ——称为事件 3.

总可取得 d 满足

$$d \leq \frac{1}{2}(c_2\mu)^{-1} [d_2 + (1 + d_1)3\mu_2 \sqrt{\lambda(P)}/\sqrt{\lambda(P)}]^{-1}. \quad (4)$$

则对 $\|v\| \leq d$ 有

$$3\mu \|v\| \sqrt{\lambda(P)}/\sqrt{\lambda(P)} \leq [\frac{1}{2}(c_2\mu)^{-1} - d_2 \|v\|]/(1 + d_1).$$

所以 t_1 之后, 状态由 $\dot{x} = \bar{A}x + v$ 决定, 且对 $t \in [t_1, \infty)$ 满足不等式(3), 即系统是 UISS-L 的.

上述证明的逻辑基本上是这样的: 首先保证事件 1 必然发生, 而事件 1 的发生意味着同时刻发生事件 2; 如果事件 2 在 t_1 时刻发生, 那么此时的动态是 $\dot{x} = \bar{A}x + v$, 且可以作出事件 3 发生的判断.

4 非线性系统的镇定 (Stabilization of nonlinear systems)

考虑下面的非线性前馈结构系统

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= Ax_1 + g_1(x_2, u), \\ \dot{x}_2 &= g_2(x_2, u). \end{aligned} \quad (5)$$

其中 $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, g_1, g_2 是光滑函数, $g_1(0) = 0, g_2(0) = 0$. 记 $\frac{\partial g_1}{\partial x_2}(0) = E, \frac{\partial g_1}{\partial u}(0) = B$. 假设:

H3) $A^T P + PA \leq 0$, P 是正定对称矩阵, $|A,$

$PB|$ 是可控对;

H4) x_2 -子系统是 UISS-L 的, 即存在 $t_0 > 0$, 使得

$$\|x_2(t)\| \leq \beta_2(\|x_2(t_0)\|, t - t_0) + \gamma_2 \|u^{(t_0, t)}\|, \quad t \geq t_0. \quad (6)$$

定义 $v = g_1(x_2, u) - Bu$, 则 $\frac{\partial v}{\partial u}(0) = 0$. 将式(5)重写为

$$\begin{aligned} \dot{x}_1 &= Ax_1 + Bu + v, \\ \dot{x}_2 &= g_2(x_2, u). \end{aligned}$$

采取饱和反馈 $u = -c_1 \sigma(c_2 B^T P x_1)$ 之后, 子系统之间的关系如图 1.

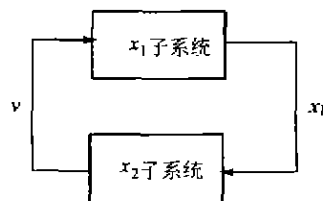


图 1 系统的关联性

Fig. 1 Connection of the systems

由于 $\|u\| \leq c_1$, 由 H4) 可以得到: 对任意取定的 $\varepsilon_1 > 0$, 存在 $t_1 > t_0$ 使 $\|x_2(t)\| \leq \gamma_2 c_1 + \varepsilon_1$, $t \geq t_1$. 所以对任意取定的 $\varepsilon_2 > 0$, 存在 (充分小的) $c_1 > 0$ 和时间 t_2 , 使

$$\|v(t)\| \leq \|E\| \|x_2\| + o(\|x_2\|) + o(\|u\|) \leq \|E\| \gamma_2 c_1 + \varepsilon_2, \quad t \geq t_2 \quad (7)$$

成立. 假设可以取得 (引理 2 的) $d \geq \|E\| \gamma_2 c_1 + \varepsilon_2$, 则按该引理有: 存在 $\tau \geq t_2$, 使

$$\|x_1\| < (c_2\mu)^{-1}, \quad t \geq \tau \quad (8)$$

和

$$\dot{x}_1 = (A - c_1 c_2 B B^T P) x_1 + v, \quad t \geq \tau. \quad (9)$$

因为 $\bar{A} = A - c_1 c_2 B B^T P$ 是 Hurwitz 的, 所以存在常数 γ_1 , 使得

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\| \leq \gamma_1 \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|v(t)\|. \quad (10)$$

由 $u = -c_1 c_2 B^T P x_1$ 和 H4) 得到

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|x_2(t)\| \leq \gamma_2 c_1 c_2 \|B^T P\| \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|x_1(t)\|.$$

将它代入式(7)的第一个不等式, 考虑到 ε_2 的任意性, 得到

$$\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|v(t)\| \leq \hat{\gamma}_2 \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|x_1(t)\|, \quad (11)$$

其中 $\hat{\gamma}_2 = \gamma_2 c_1 c_2 \|E\| \|B^T P\|$.

如果 $\hat{\gamma}_2 \gamma_1 < 1$, 则由 $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|v(t)\| \leq \hat{\gamma}_2 \gamma_1 \overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|v(t)\|$ 得到 $\overline{\lim}_{t \rightarrow \infty} \|v(t)\| = 0$. 进而有 $\lim_{t \rightarrow \infty} x_1(t) = 0$, $\lim_{t \rightarrow \infty} x_2(t) = 0$.

系统是局部 Lipschitz 的, 所以其解是存在的. 由 H4) 和控制的有界性有 $x_2 \in L_\infty$, 进而 $v \in L_\infty$; 在 $(u, v) \in L_\infty$ 的驱动下, 线性系统 $\dot{x}_1 = Ax_1 + Bu + v$ 是前向完整的. 所以整个受控系统的前向完整的.

通过上面的分析, 我们可以建立定理:

定理 1 如果存在 $c_1, c_2, d > 0$ 满足引理 2 和 $d > |E| \gamma_2 c_1$, 且 $\hat{\gamma}_2 \gamma_1 < 1$, 则 $u = -c_1 \sigma(c_2 B^T P x_1)$ 使系统 (5) 是前向完整的, 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = 0$.

需要指出的是, 满足定理条件的 c_1, c_2 并不总存在. 根据式 (4), c_1 的减小将迫使 d 减小, $d > |E| \gamma_2 c_1$ 有可能无法成立. 显然当 $E = 0$ 时, 使定理 1 成立 c_1, c_2, d 总是存在的.

下面对系统在 $u = -c_1 \sigma(c_2 B^T P x_1 + w) + v$ 作用下的情况做简单的说明, 不进行严格的推导. 类似引理 2, 存在合适的 $c_1, c_2, d, d' > 0$, 使得当 $\|v\| \leq d, \|w\| \leq d'$ 时, 存在 $\tau > 0, x_1$ 满足

$$\|x_1\| < (c_2 \mu)^{-1} (1 - d'), \quad t \geq \tau \quad (12)$$

和

$$\dot{x}_1 = (A - c_1 c_2 B B^T P) x_1 + c_1 B w + v, \quad t \geq \tau. \quad (13)$$

所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_1(t)\| \leq \alpha_1 \lim_{t \rightarrow \infty} \|w(t)\| + \gamma_1 \lim_{t \rightarrow \infty} \|v(t)\|$. 考虑式 (7), $u = -c_1 c_2 B^T P x_1 + c_1 w$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x_2(t)\| \leq \gamma_2 \lim_{t \rightarrow \infty} \|u(t)\|$, 进行和前面相仿的推导, 将得到类似 $\hat{\gamma}_2 \gamma_1 < 1$ 的小增益条件. 如果该条件被满足, 就可以得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|x(t)\|$ 和 $\lim_{t \rightarrow \infty} \|w(t)\|$ 的线性关系.

下面探讨三级串联系统 (1) 的控制设计.

重写系统为

$$\Sigma: \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + g_1(x_2, x_3, u), \\ \dot{x}_2 = A_2 x_2 + g_2(x_3, u), \\ \dot{x}_3 = g_3(x_3, u). \end{cases}$$

假设 (x_2, x_3) -子系统满足定理 1 的条件. 所以, 存在 $c_1, c_2 > 0$ 使该子系统在

$$u = -c_1 \sigma(c_2 B_2^T A_2 x_2 + u_1) \quad (14)$$

的作用下是 (关于 u_1) UISS-L 的, 其中 $B_2 = \frac{\partial g_2}{\partial u}(0)$. 将式 (14) 代入 Σ 后, 重写系统为

$$\Sigma_1: \begin{cases} \dot{x}_1 = A_1 x_1 + \tilde{g}_1(X_2, u_1), \\ \dot{X}_2 = \tilde{g}_2(X_2, u_1). \end{cases} \quad (15)$$

其中 $X_2^T = (x_2^T, x_3^T)$. 如果 (x_1, X_2) -子系统满足小增益条件, 同样地, 存在 $c'_1, c'_2 > 0$ 使 Σ_1 在

$$u_1 = -c'_1 \sigma(c'_2 B_1^T A_1 x_1) \quad (16)$$

的作用下状态是收敛的, 其中 $B_1 = \frac{\partial \tilde{g}_1}{\partial u}(0)$. 将式 (16) 代入式 (14) 就得到了镇定系统 Σ 的控制.

如果 (x_1, x_2) -子系统不满足小增益条件, 但是可以找到 $u_1(x_1)$ 镇定 Σ_1 , 那么代入式 (14) 后, Σ 的状态是收敛的. 如果 $\dot{x}_3 = A_3 x_3 + g_3(x_3, u)$, A_3 满足 H1), 但该系统不是 UISS-L 的, 则在做扩展 $\dot{x}_4 = -x_4 + u$ 之后, 仍可以进行上述设计以得到镇定系统的控制 $u(x_3, x_2, x_1)$.

5 例子 (An example)

考虑系统

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = -\frac{1}{3} x_2 + x_3^2 + u, \\ \begin{pmatrix} \dot{x}_2 \\ \dot{x}_3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} -\frac{2}{3} & 0 \\ 0 & -\frac{4}{3} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x_2 \\ x_3 \end{pmatrix} + \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix} u. \end{cases} \quad (17)$$

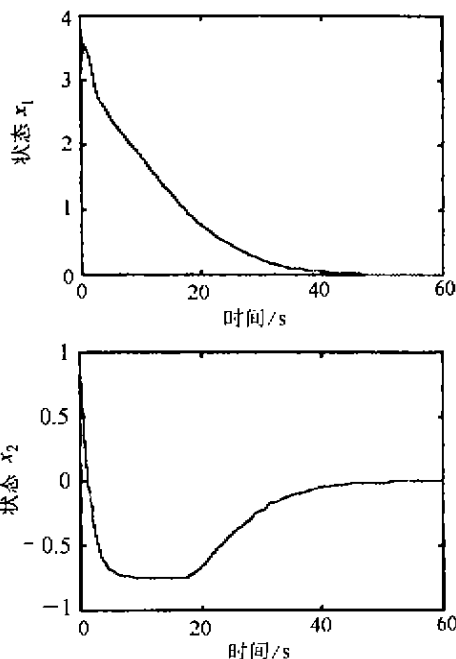
取 $u = -0.5 \sigma(x_1)$. 由

$$\|x_2(t)\| \leq \beta_2 (\|x_2(0)\|, t) + \frac{3}{2} \|u\|,$$

$$\|x_3(t)\| \leq \beta_3 (\|x_3(0)\|, t) + \frac{3}{4} \|u\| \quad (18)$$

容易验证点集 $\{x_1: \|x_1\| < 1\}$ 的吸引性和正向不变性. 进而可以算出: (x_2, x_3) -子系统中, 从 x_1 至 $(-\frac{1}{3} x_2 + x_3^2)$ 的增益小于 0.5; x_1 -子系统中, 从 $(-\frac{1}{3} x_2 + x_3^2)$ 至 x_1 的增益等于 2. 所以复合增益小于 1, 状态 (x_1, x_2, x_3) 是收敛的.

仿真结果如图 2, $x_1(0) = 3, x_2(0) = 1, x_3(0) = 2$.



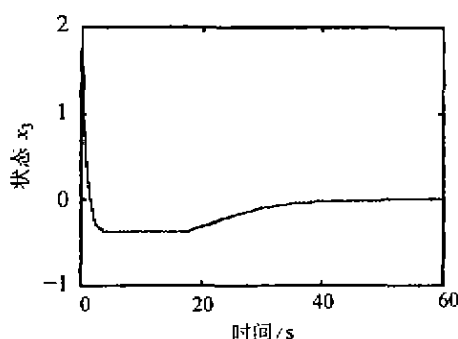


图 2 仿真结果

Fig. 2 Simulation results

6 结论(Conclusions)

本文研究严格前馈结构系统的镇定问题,设计了饱和函数形的状态反馈,并且使得输入-状态增益最终是线性的.本文采用的方法是逐步推进,先假设第一级系统是可以镇定的,然后扩展到下一级.目前的方法存在一定的局限性.如何镇定更一般的严格前馈结构系统,尚待解决.

参考文献(References)

- [1] Krstic M, Kanellakopoulos I and Kokotovic P V. Nonlinear and Adaptive Control Design [M]. New York: Wiley, 1995
- [2] Sepulchre R and Kokotovic P V. Integrator forwarding: a new recursive nonlinear robust design [J]. Automatica, 1997, 33(5): 979 - 984

- [3] Teel A R. A nonlinear small gain theorem for the analysis of the control systems with saturation [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1996, 41(9): 1256 - 1270
- [4] Simoes C, Nijmeijer H and Tsinias J. Nonsmooth stabilizability and feedback linearization of discretetime nonlinear systems [J]. Int. J. of Robust and Nonlinear Control, 1996, 6(3): 171 - 188
- [5] Mazenc F and Praly L. Adding integrations, saturated controls, and stabilization for feedforward systems [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1996, 41(11): 1559 - 1578
- [6] Mazenc F and Nijmeijer H. Forwarding in discretetime nonlinear systems [J]. Int. J. of Control, 1998, 71(5): 823 - 835
- [7] Jiang Z P, Teel A R and Praly L. Small-gain theorem for ISS systems and applications [J]. Mathematic of Control, Signals and Systems, 1994, 7(2): 95 - 120
- [8] Sontag E D. Smooth stabilization implies coprime factorization [J]. IEEE Trans. on Automatic Control, 1989, 34(4): 435 - 443

本文作者简介

范子彦 1973 年生, 2000 年于上海交通大学获工学博士学位. 现为上海量子光电科技有限公司工程师, 从事 ITS 车载信息装置的开发. Email: rovan@eastday.com

韩正之 1947 年生, 1988 年获博士学位. 现为上海交通大学教授, 博士生导师. 目前的主要研究兴趣为非线性控制系统设计理论, 计算机控制系统和智能控制理论. Email: zzhan@mail.sjtu.edu.cn

刘允刚 1972 年生. 现在上海交通大学攻读自动控制理论和应用专业的博士学位. 目前的主要研究兴趣为非线性控制系统设计理论.