

文章编号: 1000-8152(2002)02-0302-02

关于一类混合动态系统能控性与镇定的研究: 一个例子*

谢广明 郑大钟

(清华大学自动化系·北京, 100084)

摘要: 线性切换系统是一类重要的混合动态系统模型. 线性切换系统的镇定是一个基本研究问题. 针对一个线性切换系统的具体例子, 分析能控性和可镇定性关系, 指出能控的线性切换系统是可以经过定常状态反馈镇定的.

关键词: 混合动态系统; 能控性; 镇定

文献标识码: A

Research on the Controllability and Stabilization of a Class of Hybrid Dynamic Systems: An Example

XIE Guangming and ZHENG Dazhong

(Department of Automation, Tsinghua University · Beijing, 100084, P. R. China)

Abstract: Linear switched systems are an important class of hybrid dynamic systems. The Stabilization is a basic problem for linear switched systems. To an example of linear switched systems, the relation of controllability and stabilization is discussed. It is shown that a controllable linear switched system can be stabilized by constant state feedback.

Key words: hybrid systems; controllability; stabilization

1 引言(Introduction)

混合动态系统(HDS)同时包含了离散事件动态和连续过程动态, 主要被用于通讯网络系统、交通管理系统和生产制造系统等由计算机和物理过程组成的复杂动态系统的建模、分析和控制. 近年来, 国内外对 HDS 的研究取得了初步的进展, 许多学者根据不同的出发点提出的混合动态系统的模型很多, 如混合自动机模型, 混合 Petri 网模型, 切换系统模型等等, 还没有一个比较统一的模型.

切换系统模型可以看成是变结构系统的一种推广, 被很多学者用来分析系统的渐近稳定性. 文[1]利用 Multiple Lyapunov 函数方法给出了判定系统在某一已知切换序列下稳定的充分条件, 这是一个比较有代表性的结果.

一般来说, 切换系统模型具有如下形式

$$\begin{aligned} \dot{x} &= A_{\alpha(t)}x + B_{\alpha(t)}u, \\ y &= C_{\alpha(t)}x, \end{aligned} \quad (1)$$

其中, x 为 n 维状态向量, u 为 p 维输入向量, y 为 q 维输出向量, $\alpha(t): [0, +\infty) \mapsto \{1, 2, \dots, N\}$ 为分段常值函数, A_i, B_i, C_i 均为相应维数的常阵, 一组实

现 (A_i, B_i, C_i) 称为一个切换模式, N 为全部切换模式的总数.

关于切换系统的研究主要集中于系统渐近稳定性的分析. 而对于系统能控性的研究, 由于难度较大, 结果很少. 文[2]给出了周期型切换系统在一个周期之内能控性和能观性的判定条件. [3]严格定义了系统的能控性、能达性和能控集、能达集, 导出了能控性的一个必要条件, 给出了 3 维单输入双切换系统能控性的充分必要条件.

分析系统的各种性质最终是为了控制系统, 达到为人类生产生活服务的目的. 系统镇定是一个重要的控制目标. 对于定常线性系统, 可以通过线性定常负反馈实现系统镇定, 已经形成了比较成熟的算法. 而对于切换系统, 由于切换介入, 使情况变得复杂起来. 可以用来控制的因素有两大方面, 一方面是反馈矩阵的选择, 比如是定常反馈还是非定常反馈; 另一方面是切换规则的选择, 比如是周期型切换或状态反馈型切换等等.

对于定常系统, 当系统的不可控部分是衰减的时候, 就可以实现镇定. 然而对于切换系统而言, 当

* 基金项目: 国家自然科学基金(60074012), 攀登计划预研项目(970211017), 国家“九七三”基础研究基金(G1998020305)和清华大学“九八五”基金基础研究基金资助项目.

收稿日期: 2000-02-02; 收修改稿日期: 2000-08-16.

系统的不可控部分是衰减的时候,如果切换规则选择不当,有可能使系统不稳定.本文分析一个具体例子,研究了在切换系统完全能控的条件下系统镇定的实现问题.这个系统的镇定是这样实现的,首先选择恰当的反馈矩阵,然后确定一个时间片段作为切换周期,每一个周期开始,根据系统状态所在空间中的某个区域选择恰当的切换模式,有时发生切换,有时不切换.

2 主要结果(Main result)

本节先给出具体例子,指出该系统是完全能控的.然后给出反馈矩阵,再给出切换规则,最后给出系统仿真结果.

例 设切换系统有 2 个切换模式,分别为

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, B_1 = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & -10 \end{bmatrix}, B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}.$$

计算矩阵 $[B_1 \ A_2 B_1] = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -10 \end{bmatrix}$, 可以令其满秩.根据[3]中定理 7 可知系统完全能控.

由于 B_2 为 0, 所以只选反馈矩阵 K_1 即可.取 $K_1 = [3 \ -2]$, 则

$$A_1 - B_1 K_1 = \begin{bmatrix} -3 & 2 \\ -3 & 2 \end{bmatrix}.$$

考虑状态空间中的区域,记

$$\Omega_1 =$$

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} < 0 \text{ 且 } x^T \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} > 0 \right\} \cup$$

$$\left\{ x \in \mathbb{R}^2 \mid x^T \begin{bmatrix} 1 \\ 2 \end{bmatrix} \geq 0 \text{ 且 } x^T \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} \leq 0 \right\},$$

$$\Omega_2 = \mathbb{R}^2 \setminus \Omega_1.$$

规定系统遵循如下切换规则:

记 $T = 0.1$, 以 T 为周期, 每经过一个周期之后, 若状态处于区域 Ω_1 时, 就切换到模式 1, 并加入负反馈; 若状态处于区域 Ω_2 时, 就切换到模式 2.

任取初值 $x = \begin{bmatrix} 10000 \\ 10 \end{bmatrix}$, 经过计算机仿真, 如图

1、图 2 所示, 系统状态迅速趋向原点, 实现镇定.

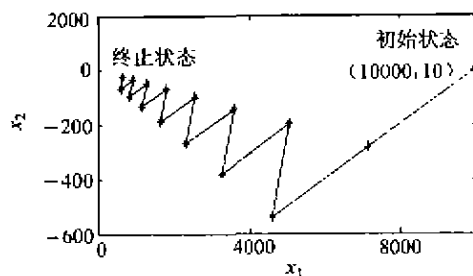


图 1 系统状态演变图

Fig. 1 Evolvement of system state

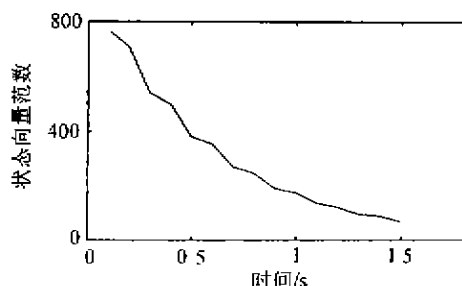


图 2 状态范数演变图

Fig. 2 Evolvement of norm of state

观察图 3 切换模式—时间演变图, 发现一个有趣的现象, 即系统经过有限时间之后立即进入周期循环切换. 在对大量不同初值的仿真后, 除了对特别的初值 $x = \begin{bmatrix} 0 \\ c \end{bmatrix}$, c 为某一常数时不发生切换以外, 其余初值均出现这个现象.

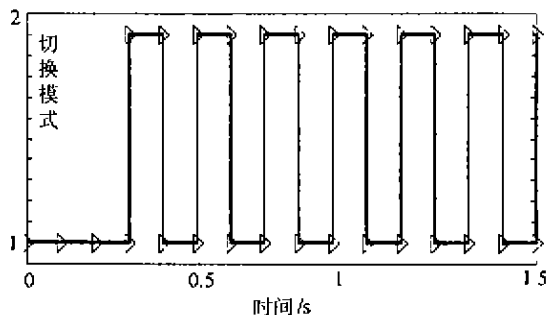


图 3 切换模式演变图

Fig. 3 Evolvement of switching model

3 结论(Conclusion)

对切换系统的控制来自两个方面, 一个是输入部分, 一个是切换模式. 这一方面为系统的镇定提供了更丰富的选择, 另一方面也增加了实现镇定的复杂性. 本文通过一个例子分析了一类混合动态系统完全能控与系统镇定的关系, 为研究混合动态系统的镇定提供了一种思路. 这为深入研究混合动态系统的镇定带来了一定的启示和帮助. 作者将继续这一方向上的探索.

参考文献(References)

- [1] Branicky M S. Multiple Lyapunov functions and other analysis tools for switched and hybrid systems [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1998, 43(4): 475-482
- [2] Ezzine J and Haddad H H. Controllability and observability of hybrid systems [J]. Int. J. Contr., 1989, 49(6): 2045-2055
- [3] Xie Guangming and Zheng Dazhong. Controllability and observability of linear switching systems [J]. Control Theory and Applications, 1999, 16(Suppl.): 135-140

本文作者简介

谢广明 见本刊 2002 年第 1 期第 142 页.

郑大钟 见本刊 2002 年第 1 期第 33 页.