

一种基于 Volterra 模型的非线性系统 具有全解耦结构的递阶式自适应辨识方法

魏瑞轩 韩崇昭

(西安交通大学电子信息工程学院·西安, 710049)

摘要: 研究了在输入输出观测数据均含有噪声时如何对基于 Volterra 级数描述的非线性系统进行解耦自适应辨识的问题. 按照 Volterra 级数模型的伪线性组合结构, 采用总体最小二乘辨识技术的原理, 导出了一种总体全解耦辨识的思想. 从而建立了一种具有全解耦结构的递阶式自适应辨识算法, 给出了该算法的结构图. 相比于部分解耦辨识算法, 该算法的优点在于它能够在全噪声数据环境下得到更高的收敛速度和精度. 仿真研究的结果证明了本文方法的有效性.

关键词: 非线性系统; Volterra 级数; 总体最小二乘; 总体全解耦辨识

文献标识码: A

A Staged Adaptive Identification Method with Fully Decoupled Structure for Nonlinear System Based on Volterra Model

WEI Ruixuan and HAN Chongzhao

(School of Electronic and Information Engineering, Xi'an Jiaotong University, Xi'an, 710049, P.R. China)

Abstract: The decoupled adaptive identification problem for nonlinear system based on Volterra series is discussed in allusion to the corrupted input and output observation data. According to the pseudo-linear combination structure of Volterra series model, by applying the principle of the total least squares identification, a total fully decoupled identification idea is revealed. And then a staged adaptive identification algorithm with fully decoupled structure is built, and its framework diagram is shown. The advantage of the presented algorithm is that it possesses higher convergence speed and precision than the partly decoupled identification algorithm under a complete noise data environment. Finally simulation results indicate that the presented algorithm in this paper is efficient.

Key words: nonlinear system; Volterra series; total least squares; total fully decoupled identification

1 引言(Introduction)

由于 Volterra 级数能够完全描述一大类非线性系统的输入输出特性, 因而, 基于 Volterra 模型对非线性系统进行一次完成辨识和自适应辨识是近年来正在广泛开展的一项研究^[1-4]. 就自适应辨识而言, 传统的自适应辨识方法是基于把 Volterra 模型整体地作为一个线性算子而直接类比线性系统的 LMS 算法建立起来的, 这种辨识算法是一种全耦合形式的算法, 未能有效地克服辨识过程中各阶非线性因素之间的耦合影响, 从而会降低自适应辨识的性能. 为此, 文[4]利用约束优化问题的分析方法在最小均方准则下提出了一种部分解耦的自适应滤波算

法. 应用这一算法, 即可构造出部分解耦的 Volterra 自适应辨识方法. 但这一方法是一种最小二乘类方法. 它隐含地假设干扰只存在于输出观测数据中, 因此, 对于输入输出观测数据均会被噪声污染的辨识问题, 这类算法的鲁棒性能将会变差, 而总体最小二乘(TLS)方法此时则可得到无偏的辨识结果^[5]. 本文基于 Volterra 模型的伪线性组合结构, 在近似总体最小二乘意义下, 导出了一种对 Volterra 模型的总体全解耦辨识的思想, 从而建立了一种适用于输入输出观测信号均受噪声污染的具有全解耦结构的 Volterra 模型的递阶式自适应辨识算法.

2 Volterra 模型的全解耦递阶式自适应辨识算法 (A fully decoupled staged adaptive identification algorithm of the Volterra model)

考虑 SISO 时不变因果非线性系统, 其 N 阶 Volterra 级数模型描述为

$$y(k) = \sum_{n=1}^N y_n(k) = \sum_{n=1}^N \sum_{m_1=0}^{M-1} \cdots \sum_{m_{n-1}=0}^{M-1} h_n(m_1, m_2, \cdots, m_n) \prod_{i=1}^n u(k - m_i). \quad (1)$$

称 $h_n(m_1, m_2, \cdots, m_n)$ 为第 n 阶 Volterra 核或第 n 阶脉冲响应序列, M 为 Volterra 核记忆长度. 下面考虑输入输出观测数据均受噪声干扰时基于 Volterra 模型的非线性系统的辨识问题.

2.1 Volterra 模型的伪线性组合结构 (The pseudo-linear combination structure of Volterra model)

Volterra 时域核具有对称性, 且对称核是唯一^[8]. 因此, 对于 Volterra 模型的第 n 阶级数, 可以唯一地重构其输入观测向量 $\tilde{X}_k^n$ 和核向量 H_n , 则输出 y_k^n 就是这两个向量的内积, 即 $y_k^n = H_n^T \tilde{X}_k^n$, 其中, $\tilde{X}_k^n = X_k^n + \Delta X_k^n$, ΔX_k^n 是叠加在输入向量 X_k^n 上的噪声向量. 从而可把 N 阶 Volterra 模型看作是一个线性子系统和 $N-1$ 个伪线性子系统的唯一组合, 并定义第 n 阶 Volterra 子系统在 k 时刻的误差为

$$\epsilon_k^n = y_k^n + \sum_{i=1, i \neq n}^N y_i^{i*} - \tilde{d}_k = y_k^n - \tilde{d}_k, (n = 1, 2, \cdots, N) \quad (2)$$

其中, y_k^{i*} 为第 n 阶子系统的核向量达到真实值时的输出, $\tilde{d}_k = d_k + \Delta d_k$ 为 k 时刻对未知系统输出的观测值, Δd_k 是输出观测噪声.

2.2 全解耦递阶式自适应辨识算法 (Fully decoupled staged adaptive identification algorithm)

基于总体最小二乘辨识原理分析对 Volterra 模型的辨识. 重构增广 Volterra 核向量为 $W_V = [W_1^T, H_2^T, \cdots, H_N^T]^T$, 其中 $W_1 = [H_1^T, -1]^T$. 按照 Volterra 模型的伪线性组合结构, 把基于 Volterra 模型的满足总体最小二乘准则的自适应辨识问题看作是在使低阶 Volterra 子系统满足总体最小二乘准则的条件下, 使高阶子系统亦满足该准则的约束优化问题. 设系统的输入和输出均是平稳的, 并设 y_k^{i*} 在短时间内是平稳的. 强制第一阶子系统已达到最优, 先考察在总体最小二乘准则下 2 阶 Volterra 模型的辨识问题, 将其看作是求解如下的约束优化问题:

$$\min E\{\|[(\Delta X_k^2)^T \mid \Delta d_k^2]\|^2 \text{ s.t. } R_1 W_1 = \lambda_1 W_1\}. \quad (3)$$

其中 $R_1 = E\{\tilde{Z}_k^1(\tilde{Z}_k^1)^T\}$, $\tilde{z}_k^1 = [(\tilde{X}_k^1)^T, d_k^1]^T$. 上式等价于如下的最近似一致的 LS 优化问题:

$$\min E\{|(X_k^2)^T H_{2-\text{PLS}} - \tilde{d}_k^2|^2 \text{ s.t. } R_1 W_1 = \lambda_1 W_1\}. \quad (4)$$

求解上式的约束优化问题, 可导出(3)式须近似满足的一组矩阵方程. 基于这一方程, 应用数学归纳方法, 可为 N 阶 Volterra 模型的辨识导出具有全解耦形式的分块对角型矩阵方程为:

$$\begin{bmatrix} R_1 & & & \\ & R_2 & & \\ & & \ddots & \\ & & & R_N \end{bmatrix} \begin{bmatrix} W_1 \\ H_2 \\ \vdots \\ H_N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \lambda_1 W_1 \\ P_2 \\ \vdots \\ P_N \end{bmatrix}. \quad (5)$$

其中

$$\begin{cases} R_n = E\{\tilde{X}_k^n(\tilde{X}_k^n)^T\}, n = 2, \cdots, N, \\ P_n = E\{\tilde{d}_k^n \tilde{X}_k^n\}, n = 2, \cdots, N. \end{cases} \quad (6)$$

方程(6)实际上揭示了一种在输入输出观测数据均含有噪声的情况下进行总体全解耦辨识的思想和原理. 据此, 我们设计了一种针对输入输出观测数据均受噪声污染的具有全解耦结构的递阶式 Volterra 自适应辨识算法, 算法结构如图 1 示. 辨识过程是根据 Volterra 子系统的阶次逐阶递进的, 在每一阶段, 只对一个子系统进行辨识, 故称此算法具有全解耦结构. 算法按照短周期滚动循环的方式实施. 按照最速下降原理建立各阶子系统的核向量修正公式为

$$\begin{cases} W_1(k+1) = W_1(k) - 2\mu_1 \epsilon_k^1 [Z_k^1 - \epsilon_k^1 W_1(k)] \|W_1(k)\|^{-2}, \\ H_n(k+1) = H_n(k) - 2\mu_n \epsilon_k^n X_k^n, n = 2, \cdots, N. \end{cases} \quad (7)$$

2.3 算法的收敛性 (The convergence of the presented algorithm)

根据全解耦辨识算法的原理可知, 只要各阶子系统逐阶均收敛, 则全解耦辨识算法就将是收敛的. 设在辨识过程中核向量与观测向量是互不相关的. 对于第一阶 Volterra 子系统, 根据随机近似理论^[7], 在一些合理的假设条件下, 第一阶 Volterra 核参数的修正公式的收敛特性可近似用如下的微分方程来描述, 即:

$$\frac{dW_1(t)}{dt} = [-R_1 W_1(t) + W_1^T(t) R_1 W_1(t) W_1(t)] \|W_1(t)\|^{-2}.$$

设 $W_1^T(0)c_1 \neq 0$, 这里 c_1 是 R_1 的最小特征值对应的规范化特征向量. 基于上式, 参照文献[6] 定理 1 的证明方法, 可以证明当 $t \rightarrow \infty$ 时, 第一阶 Volterra 子系统的核向量 $W_1(t)$ 将能够收敛到它的 TLS 解.

对于第 $n(n \geq 2)$ 阶 Volterra 子系统, 核参数是

按照梯度下降原理修正的, 故可容易地导出当 $0 < \mu_n < \frac{1}{\lambda_{n-\max}}$ 时, 第 n 阶 Volterra 子系统的辨识是收敛的, 其中 $\lambda_{n-\max}$ 是第 n 阶子系统的输入相关矩阵 R_n 的最大特征值.

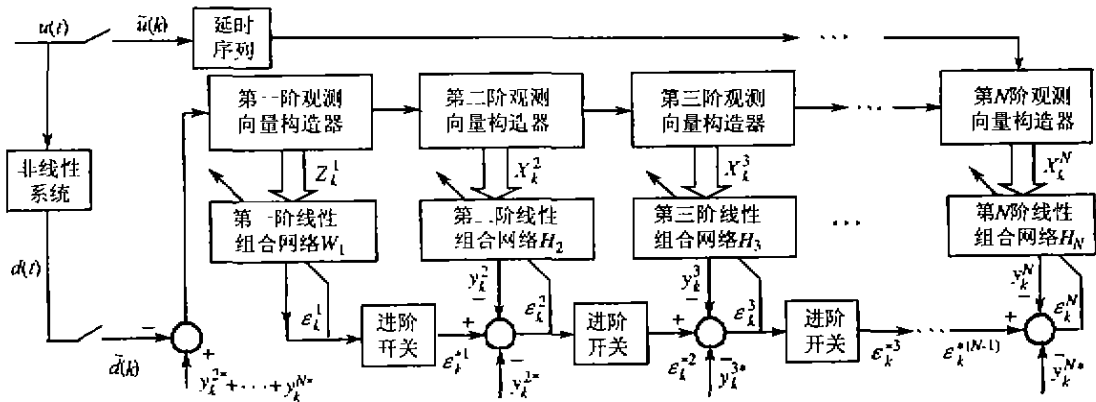


图 1 全解耦结构递阶式 Volterra 自适应辨识的示意图

Fig. 1 Schematic of the staged Volterra adaptive identification with fully decoupled structure

3 仿真研究(Simulation study)

仿真研究分别使用文[4]的部分解耦 Volterra 自适应辨识(PDAI)方法和本文提出的针对全噪声环境的具有全解耦结构的递阶式 Volterra 自适应辨识(AFDAI)方法对非线性系统进行辨识, 考察在不同信噪比情况下两种方法的收敛性能. 非线性系统由下式描述:

$$y(k) = 0.62u(k) - 0.25u(k-1) + 0.64u(k-2) + 0.82u^2(k) - 1.84u(k-1)u(k-2).$$

系统输入使用高斯白噪声信号, 输出端叠加方差为 0.5 的白噪声扰动, 使用 2 阶 Volterra 模型建模, 设定输入输出信噪比相同. 两种方法的学习因子均为: $\mu_1 = 0.1, \mu_2 = 0.03$. 对各阶 Volterra 核的辨识结果示于表 1、表 2 中, 图 2(a)、(b) 则分别给出了信噪比 $SNR = 20\text{dB}$ 和 $SNR = 5\text{dB}$ 时两种方法的学习曲线. 仿真实验的结果显示出本文提出的方法在全噪声数据环境下的收敛速度和精度明显优于部分解耦辨识方法, 算法呈现出良好的鲁棒抗噪声性能.

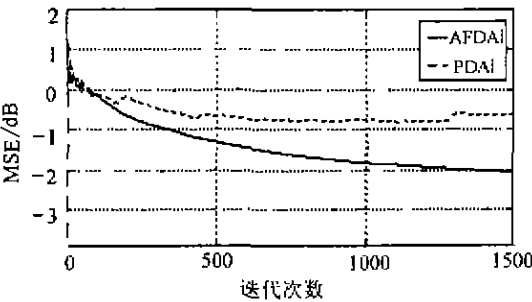


图 2(a) SNR=20dB 时自适应辨识的学习曲线

Fig. 2(a) The learning curve (SNR=20dB)

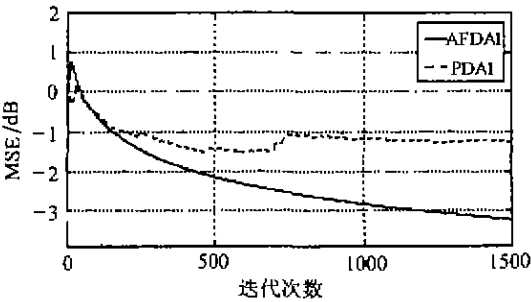


图 2(b) SNR=5dB 时自适应辨识的学习曲线

Fig. 2(b) The learning curve (SNR=5 dB)

表 1 1 阶 Volterra 核的辨识结果

Table 1 The identification results of 1st Volterra kernel

1 阶 Volterra 核辨识: 真值 $H_1^T = [h_0 \ h_1 \ h_2] = [0.64 \ -0.25 \ 0.62]$		
	全解耦结构递阶式辨识 (AFDAI) 方法	部分解耦的辨识 (PDAI) 方法
SNR = Inf	[0.6435 -0.2552 0.6165]	[0.6681 -0.2315 0.6402]
SNR = 20	[0.6306 -0.2407 0.6372]	[0.7168 -0.2785 0.5852]
SNR = 10	[0.6117 -0.2381 0.5987]	[0.5126 -0.2005 0.7096]
SNR = 5	[0.7142 -0.2210 0.6961]	[0.9606 -0.4103 0.8636]

表 2 2 阶 Volterra 核的辨识结果

Table 2 The identification results of 2nd Volterra kernel

2 阶 Volterra 核辨识:真值 $H_1^T = [h_{00} \ h_{01} \ h_{02} \ h_{11} \ h_{12} \ h_{22}] = [0.84 \ 0.00 \ 0.00 \ 0.00 \ -1.84 \ 0.00]$											
全解耦结构递阶式辨识(AFDAI)方法						部分解耦的辨识(PDAI)方法					
SNR = Inf	[0.8418	-0.0010	-0.0006	-0.0028	-1.8362	-0.0016]	[0.8506	0.0911	0.0140	0.0007	-1.8672 0.0031]
SNR = 20	[0.8298	-0.0300	-0.0108	0.0016	-1.8539	0.0031]	[0.8021	-0.1632	-0.1561	-0.0099	-1.8732 0.0075]
SNR = 10	[0.7900	-0.1502	-0.0631	0.1771	-1.8301	-0.0052]	[0.6712	-0.0542	0.0218	-0.0053	-1.7915 0.2101]
SNR = 5	[0.7521	-0.0822	0.1059	-0.1216	-1.9010	0.0246]	[1.1102	-0.2105	-0.0321	0.4001	-1.5600 0.1060]

4 结论(Conclusions)

本文针对输入输出观测数据均受到噪声污染的非线性 Volterra 系统的辨识问题建立了一种具有全解耦结构的递阶式 Volterra 自适应辨识算法,解决了在全噪声数据环境下 Volterra 模型辨识的全解耦问题,从而提高了自适应辨识算法的鲁棒抗噪声性能.仿真实验验证了本文方法的有效性.本文的研究对非线性系统在现场环境下的自适应建模、在线故障监测等有一定的参考意义.

参考文献(References)

[1] Powers E J, Nam S W and Kim S B. Adaptive algorithms for the frequency-domain identification of a second-order Volterra system with random input [A]. Fifth ASSP Workshop on Spectrum Estimation and Modeling [C], Rochester, 1990,25 - 29

[2] Han Chongzhao, Wang Liqi, Tang Xiaoquan, et al. Identification of nonparametric GFRF model for a class of nonlinear dynamic systems [J]. Control Theory and Applications, 1999,16(6):816 - 819

[3] Widrow B and Walach E. Adaptive Inverse Control [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1996

[4] Griffith D W and Arce G R. Partially decoupled Volterra filters: formulation and LMS adaptation [J]. IEEE Trans. on Signal Processing, 1997,45(6):1485 - 1494

[5] Golub G H and Loan C F V. An analysis of total least squares problem[J]. SIAM Numer. Anal., 1980,17(6):883 - 893

[6] Xu L, Oja E and Suen C Y. Modified hebbian learning for curve and surface fitting [J]. Neural Networks, 1992,5(3):441 - 457

[7] Ljung L. Analysis of recursive stochastic algorithms [J]. IEEE Trans. Automat. Contr., 1977,22(8):551 - 574

[8] Schetzen M. The Volterra and Wiener Theories of Nonlinear Systems [M]. New York: Wiley, 1980

本文作者简介

魏瑞轩 1970 年生,博士研究生.研究方向为非线性频谱分析理论及应用,自适应信号处理. Email:r.x.wei@263.net

韩崇昭 1946 年生,教授,博士生导师.研究领域为非线性频谱分析理论及其应用,非线性系统辨识与控制,信息融合理论及应用,故障诊断,智能决策系统.