

基于 T-S 模糊模型的非线性预测控制策略^{*}

王 寅, 荣 冈, 王树青

(浙江大学 工业控制技术国家重点实验室, 杭州 310027)

摘要: 提出了一种新的基于 T-S 模糊模型的非线性预测控制策略. T-S 模糊模型用于描述对象的非线性动态特性, 通过将模糊模型的输出反馈回来作为模型输入, 从而构成了模糊多步预报器. 由于 T-S 模糊模型每条规则的结论部分是一个线性模型, 因此整个模糊模型可以看作一个线性时变系统, 从而将模糊预测控制器中的非线性优化问题转化为一个线性二次寻优问题, 以方便求解. pH 中和过程的仿真结果表明其性能优于传统的动态矩阵控制器.

关键词: 模糊模型; 非线性; 预测控制; pH 中和过程

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Nonlinear predictive control strategy based on T-S fuzzy model

WANG Yin, RONG Gang, WANG Shu-qing

(National Key Laboratory of Industrial Control Technology, Zhejiang University, Hangzhou 310027, China)

Abstract: A nonlinear model predictive control (NMPC) strategy based on T-S fuzzy model is proposed. T-S fuzzy model is used to approximate the dynamics of nonlinear processes. By feeding the output of the fuzzy model as the model input in a cascade way, a multi-step fuzzy predictor is derived. Since the conclusion part is linear, the T-S fuzzy model can be treated as a linear time-varying system, the nonlinear program in NMPC turns into a linear quadratic problem that can be easily solved. Simulation result on a pH neutralization process demonstrates its control performance is superior to conventional DMC controller.

Key words: fuzzy model; nonlinear; predictive control; pH neutralization process

1 引言(Introduction)

非线性模型预测控制算法通常需要在线求解非线性规划问题, 计算量非常巨大, 而且无法保证其收敛性. 1995 年, Morari 等提出先用反馈线性化方法将非线性模型转化为一个线性模型, 再利用线性预测控制策略进行优化求解^[1]. 这样可以大大减少在线计算量, 但局限于反馈可线性化系统, 而且很难将约束条件引入控制器设计. 另外一种切实可行的方法是将非线性模型在工作点附近线性化, 从而将优化问题转化为线性二次规划问题进行求解, 也就是 Biegler^[2]等提出的 Newton 方法. 若干典型问题的研究结果表明, Newton 方法比非线性规划方法(如 FSQP 方法等)快 50~100 倍^[3]. 但是, Newton 方法需要在线计算对象的雅可比矩阵, 工程实施比较复杂.

本文采用 T-S 模糊模型来描述对象的非线性动态特性, 其每条规则的结论部分是一个线性模型, 对应于对象在该工作点附近的动态特性. 这样形成的规则非常直观, 且易于检查其正确性, 因此很容易被广大工程技术人员所采用; 另一方面, 线性系统理论

可以直接应用于控制器设计^[4]. 在此基础上, 本文提出了一种新的基于 T-S 模糊模型的非线性预测控制策略. 通过将模糊模型的预报输出反馈回来作为模型的输入, 从而构成了模糊多步预报器, 以便提供长期预报. 这种模糊多步预报器可以看作一个线性时变系统, 从而将非线性预测控制策略中的非线性规划问题转化为线性二次规划问题, 大大减少了在线优化计算工作量. 本文采用的优化策略本质上也是 Newton 算法, 但无需计算雅可比矩阵, 从而方便了工程实施. 在此基础上, 本文进一步证明了这种模糊预测控制策略在闭环系统稳定、无模型失配、稳态值满足幅值约束条件时, 闭环系统无稳态跟踪误差. pH 中和过程的仿真结果表明其控制效果优于传统的动态矩阵控制器.

2 模糊多步预报器(Fuzzy multi-step predictor)

2.1 T-S 模糊模型(T-S fuzzy model)

为方便描述, 这里只讨论单输入单输出系统, 读者可以很方便地将本文的结果推广到多输入多输出系统. 对象的 T-S 模糊模型的规则基可以描述如下:

^{*} 基金项目: 国家 863 现代集成制造系统技术主题基金(2001AA411210)资助项目.

收稿日期: 1999-12-21; 收修改稿日期: 2001-03-05.

Rule 1: IF $\underline{X}_p(k)$ is F_i THEN $\hat{y}^i(k+1) = Z_i^* [\underline{X}(k) \ 1]^T$,
 $i = 1, 2, \dots, M$. (1)

这里 $\underline{X}(k) = [y(k), \dots, y(k - n_y + 1), u(k - d), \dots, u(k - d - n_u + 1)]$, $u(k)$ 和 $y(k)$ 是对象在 k 采样时刻的输入和输出, n_y 和 n_u 为模型阶次, d 是模型滞后. $\underline{X}_p(k)$ 是 $\underline{X}(k)$ 的归一化子集, F_i 是关于 $\underline{X}_p(k)$ 的模糊集合, M 是模糊规则数目, $\hat{y}^i(k+1)$ 是第 i 条模糊规则的预报输出, $Z_i = [Z_{i,1} \ Z_{i,2} \ \dots \ Z_{i,n_u+n_y+1}]$ 是第 i 条规则结论部分的参数.

给定一组输入向量 $\underline{X}(k)$, 通过模糊推理可以得到模糊模型的输出 $\hat{y}(k+1)$, 即

$$\hat{y}(k+1) = \frac{\sum_{i=1}^M \mu_i[\underline{X}_p(k)] * Z_i * [\underline{X}(k) \ 1]^T}{\sum_{j=1}^M \mu_j[\underline{X}_p(k)]}. \quad (2)$$

这里 μ_i 为属于模糊集合 F_i 的隶属度函数. 定义模糊基函数^[5]为

$$\varphi_i[\underline{X}_p(k)] = \frac{\mu_i[\underline{X}_p(k)]}{\sum_{j=1}^M \mu_j[\underline{X}_p(k)]}, \quad (3)$$

那么 $\hat{y}(k+1)$ 可以看作一组模糊基函数的组合如下:

$$\hat{y}(k+1) = \sum_{i=1}^M \varphi_i[\underline{X}_p(k)] * Z_i * [\underline{X}(k) \ 1]^T. \quad (4)$$

令

$$B(k) = \sum_{i=1}^M \varphi_i[\underline{X}_p(k)] * Z_i, \quad (5)$$

则模糊模型(2)可以看作一个线性时变系统如下

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+1) = & B(k) * [\underline{X}(k) \ 1]^T = \\ & B_1(k)y(k) + \dots + B_{n_y}(k)y(k - n_y + 1) + \\ & B_{n_y+1}(k)u(k - d) + \dots + \\ & B_{n_y+n_u}(k)u(k - d - n_u + 1) + B_{n_y+n_u+1}(k). \end{aligned} \quad (6)$$

2.2 模糊多步预报器(Fuzzy multi-step predictor)

将模糊模型(6)的输出作为模型的输入, 从而可以构成模糊多步预报器如下:

$$\begin{aligned} \hat{y}(k+j) = & \\ & B_1(k+j-1)\hat{y}(k+j-1) + \dots + \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} & B_{n_y}(k+j-1)\hat{y}(k+j-1) + \\ & B_{n_y+1}(k+j-1)u(k+j-d-1) + \dots + \\ & B_{n_y+n_u}(k+j-1)u(k+j-d-n_u) + \\ & B_{n_y+n_u+1}(k+j-1), \quad j = 2, 3, \dots, P. \end{aligned} \quad (7)$$

这里 P 为模糊非线性预测控制器的预测时域, $\hat{y}(1)$ 是模糊模型的预测输出, 且有

$$\hat{y}(1) = y(1), \quad 1 \leq k.$$

令

$$\hat{Y}(k) = [\hat{y}(k+1) \ \dots \ \hat{y}(k+P)]^T, \quad (8)$$

$$Y_0(k) = [y(k - n_y + 1) \ \dots \ y(k)]^T, \quad (9)$$

$$U_0(k) = [u(k - d - n_u + 1) \ \dots \ u(k - 1)]^T, \quad (10)$$

$$U_1(k) = [u(k) \ \dots \ u(k+P-1)]^T, \quad (11)$$

$$D(k) = [B_{n_y+n_u+1}(k) \ \dots \ B_{n_y+n_u+1}(k+P-1)]^T, \quad (12)$$

$$A_1(k) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ B_1(k+1) & & \dots & 0 & 0 \\ B_2(k+2) & B_1(k+2) & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_1(k+P-1) & 0 \end{bmatrix}, \quad (13)$$

$$A_2(k) =$$

$$\begin{bmatrix} B_{n_y}(k) & B_{n_y-1}(k) & \dots & B_1(k) \\ 0 & B_{n_y}(k+1) & \dots & B_2(k+1) \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & B_{n_y}(k+n_y-1) \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & 0 \end{bmatrix}, \quad (14)$$

$$\Phi_1(k) =$$

$$\begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_{n_y+1}(k+d) & 0 & 0 & \dots & 0 \\ B_{n_y+2}(k+d+1) & B_{n_y+1}(k+d+1) & 0 & \dots & 0 \\ B_{n_y+3}(k+d+2) & B_{n_y+2}(k+d+2) & B_{n_y+1}(k+d+2) & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \dots & \vdots \end{bmatrix}, \quad (15)$$

$$\Phi_2(k) = \begin{bmatrix} B_{n_y+n_u}(k) & B_{n_y+n_u-1}(k) & \cdots & 0 \\ 0 & B_{n_y+n_u}(k+1) & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & B_{n_y+n_u}(k+d+n_u-2) \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 0 \end{bmatrix}, \quad (16)$$

则模糊多步预报器(7)可以表述为如下矩阵形式

$$\hat{Y}(k) = A_1(k)\hat{Y}(k) + A_2(k)Y_0(k) + \Phi_1(k)U_1(k) + \Phi_2(k)U_0(k) + D(k), \quad (17)$$

由于 $\det[I - A_1(k)] = 1$, 所以 $[I - A_1(k)]^{-1}$ 存在, 从而解出 $\hat{Y}(k)$

$$\hat{Y}(k) = [I - A_1(k)]^{-1}[\Phi_1(k)U_1(k) + A_2(k)Y_0(k) + \Phi_2(k)U_0(k) + D(k)], \quad (18)$$

这里 $A_1(k), A_2(k), \Phi_1(k), \Phi_2(k)$ 和 $D(k)$ 均为 $X_p(k), X_p(k+1), \dots, X_p(k+P-1)$ 的函数.

3 基于 T-S 模糊模型的非线性预测控制策略 (Nonlinear model predictive control strategy based on T-S fuzzy model)

基于 T-S 模糊模型的非线性预测控制问题可以描述如下:

$$\begin{aligned} \min_{U(k)} J(k) &= \sum_{i=1}^P \alpha_i [\hat{y}(k+i) - y_{sp}(k+i)]^2 + \sum_{i=0}^{C-1} \beta_i [u(k+i) - u(k+i-1)]^2, \\ \text{s.t. } \hat{Y}(k) &= [I - A_1(k)]^{-1}[\Phi_1(k)U_1(k) + A_2(k) \cdot Y_0(k) + \Phi_2(k)U_0(k) + D(k)], \\ u(k+j) &= u(k+C-1), j \geq C, \\ U_L &\leq u(k+j) \leq U_U, j = 0, 1, \dots, C-1, \\ Y_L &\leq \hat{y}(k+j) \leq Y_U, j = 1, 2, \dots, P. \end{aligned} \quad (19)$$

这里 $y_{sp}(k+i)$ 为 $k+i$ 时刻的设定值, α_i 和 β_i 为跟踪误差和控制增量的加权系数, C 和 P 分别为控制时域和预测时域, U_L 和 U_U 为控制量的上下限, Y_L 和 Y_U 为对象输出的上下限. 令

$$U(k) = [u(k) \quad \cdots \quad u(k+C-1)]^T, \quad (20)$$

$$\Phi_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \\ \vdots & \vdots & \cdots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & 1 \end{bmatrix}_{P \times C}, \quad (21)$$

显然有

$$U_1(k) = \Phi_0 U(k), \quad (22)$$

再令

$$Y_1(k) = [I - A_1(k)]^{-1}[A_2(k)Y_0(k) + \Phi_2(k)U_0(k) + D(k)], \quad (23)$$

$$S(k) = [I - A_1(k)]^{-1}\Phi_1(k)\Phi_0. \quad (24)$$

这里 $Y_1(k)$ 和 $S(k)$ 为 $X_p(k), X_p(k+1), \dots, X_p(k+P-1)$ 的函数, 将(22), (23)和(24)代入(18)得

$$\hat{Y}(k) = Y_1(k) + S(k)U(k), \quad (25)$$

则优化问题(19)可转化为

$$\begin{aligned} \min_{U(k)} J(k) &= \sum_{i=1}^P \alpha_i [\hat{y}(k+i) - y_{sp}(k+i)]^2 + \sum_{i=0}^{C-1} \beta_i [u(k+i) - u(k+i-1)]^2, \\ \text{s.t. } \hat{Y}(k) &= Y_1(k) + S(k)U(k), \\ U_L &\leq u(k+j) \leq U_U, j = 0, 1, \dots, C-1, \\ Y_L &\leq \hat{y}(k+j) \leq Y_U, j = 1, 2, \dots, P. \end{aligned} \quad (26)$$

由于 $Y_1(k)$ 和 $S(k)$ 仍是 $\hat{Y}(k)$ 和 $U(k)$ 的函数, 所以(26)仍是一个非线性规划问题. 但如果采用工作点参考轨线来计算 $Y_1(k)$ 和 $S(k)$, 而非实际控制量 $U(k)$ 和模型预测输出 $\hat{Y}(k)$, (26)就变成为一个线性二次优化问题, 从而可以方便地进行求解. 同时, 由于 Hessian 矩阵半正定, 从而保证其能够找到全局最优解. 这种主法同 Biegler 的多步 Newton 方法在形式上是一致的, 但这里的系统动态矩阵 $S(k)$ 是通过(24)式直接计算得到, 无需计算雅可比矩阵, 从而方便了工程实施.

其具体实施步骤如下:

1) 在第 k 个控制周期, 若 $k \leq \max\{n_y - 1, n_u + d - 1\}$, 保持现有控制输出不变(这里 $\max$ 是取大函数, 现有控制输出是指切换到非线性预测控制器之前的控制输出, 可能是手操输出值, 也可能是 PID 控制器的输出值); 否则转第 2 步.

2) 得到过程输出测量值 $y(k)$ 和上一控制周期

的优化控制率 $U(k-1) = [u^*(k-1), u^*(k), \dots, u^*(k+C-2)]^T$.

i) 用递推最小二乘更新 T-S 模糊模型的结论部分参数;

ii) 利用 $U(k-1)$ 构造目前工作点的控制参考轨线.

$$U^0(k) = [u^*(k) \quad u^*(k+1) \quad \dots \quad u^*(k+C-2) \quad u^*(k+C-2)]^T;$$

iii) 令 $s = 0$.

3) 在第 s 步计算, 假设此时的工作点控制参考轨线为 $U^s(k)$.

i) 利用 (25) 和 $U^s(k)$ 计算模型输出 $\hat{Y}^s(k)$;

ii) $U^s(k)$ 和 $\hat{Y}^s(k)$ 形成了新的工作点参考轨线, 在新工作点参考轨线上重新计算 $Y_1(k)$ 和 $S(k)$;

iii) 求解优化问题 (26) 得到优化解 $U^{s+1}(k)$.

4) 如果 $\|U^{s+1}(k) - U^s(k)\|_2 < \epsilon$ (这里 ϵ 是预先设定的一个小正数), 执行第 5 步, 否则

$$s = s + 1,$$

执行第 3 步.

5) 令 $U(k) = U^{s+1}(k)$, 将 $U(k)$ 的第一个元素输出到实际过程.

定理 1 假设下述条件满足

i) 模糊模型没有建模误差;

ii) 闭环系统稳定;

iii) 稳态下对象的输入输出满足幅值不等式约束条件.

那么闭环系统没有稳态跟踪误差.

证 由于闭环系统是稳定的, 可定义稳态变量如下

$$\gamma_s = \lim_{k \rightarrow \infty} \gamma(k), \quad (27)$$

$$\hat{\gamma}_s = \lim_{k \rightarrow \infty} \hat{\gamma}(k), \quad (28)$$

$$u_s = \lim_{k \rightarrow \infty} u(k), \quad (29)$$

$$B_{i,s} = \lim_{k \rightarrow \infty} B_i[\underline{X}(k)] = B_i[u_s, \gamma_s], \quad (30)$$

$$i = 1, 2, \dots, n_y + n_u + 1.$$

令

$$a = \sum_{i=n_y+1}^{n_y+n_u} B_{i,s} / (1 - \sum_{i=1}^{n_y} B_{i,s}), \quad (31)$$

$$b = B_{n_y+n_u+1,s} / (1 - \sum_{i=1}^{n_y} B_{i,s}), \quad (32)$$

将式 (28), (29) 和 (30) 代入式 (7) 可得

$$\hat{\gamma}_s = au_s + b, \quad (33)$$

令设定值在稳态时趋向于一个定值, 即

$$\gamma_{SP,s} = \lim_{k \rightarrow \infty} \gamma_{SP}(k). \quad (34)$$

对于优化问题 (26), 由于稳态时控制量变化量为零, 因此性能指标函数中的控制量变化项可以忽略不计; 另外, 由于稳态下对象的输入输出满足幅值不等式约束条件, 所以也无需考虑不等式约束. 将式 (33) 代入 (26), 从而将优化问题 (26) 转化成为一个无约束优化问题:

$$\min_{u_s} J = \sum_{i=1}^P \alpha_i [au_s + b - \gamma_{SP,s}]^2. \quad (35)$$

通过使

$$dJ/du_s = 0, \quad (36)$$

可得最优解为

$$u_s = \sum_{i=1}^P \alpha_i (\gamma_{SP,s} - b) / \sum_{i=1}^P \alpha_i a. \quad (37)$$

由于模糊模型没有建模误差, 所以稳态值 γ_s 和 u_s 也同样可以用式 (33) 进行描述, 即

$$\gamma_s = au_s + b, \quad (38)$$

那么系统的稳态跟踪误差为

$$\gamma_s - \gamma_{SP,s} = a \sum_{i=1}^P \alpha_i (\gamma_{SP,s} - b) / \sum_{i=1}^P \alpha_i a + b - \gamma_{SP,s} = 0. \quad (39)$$

即系统无稳态跟踪误差. 证毕.

4 仿真研究 (Simulation)

pH 值中和过程是一个典型的非线性过程, 图 1 给出了其带控制点的简易流程示意图, 酸流、缓冲流以及碱流在反应池内发生中和反应, 其机理模型及过程正常操作参数详见文 [6]. pH 值测量存在滞后 d , 定义 $\text{pH}_{4m} = \text{pH}_4(t-d)$. 用 q_3 来控制输出流的值 pH_4 . 由于其静态增益随工作点变化相当复杂, 所以这是一个典型的强非线性过程 [7].

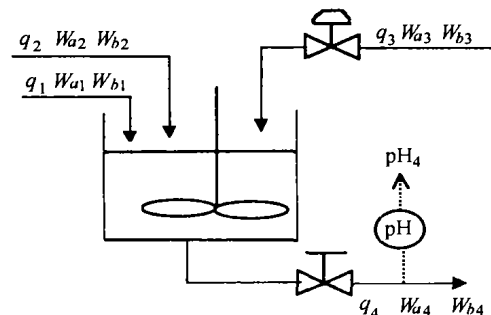


图 1 pH中和过程

Fig. 1 pH neutralization process

假设输出滞后 $d = 0.5 \text{ min}$ 已知, 取采样时间为 0.25 min . 采用高斯型隶属度函数, 模型结构为 $n_y = 3, n_u = 3$, 以白噪声信号所产生的开环响应作为学

习数据,学习样本为 1400 组.首先利用最近聚类法^[5]来确定模糊系统的规则数以及高斯型隶属度函数的中心和宽度,然后用最小二乘算法计算 T-S 模糊规则结论部分参数.然后将训练得到的模糊模型用于控制.

令预测步长为 20,控制步长为 1, $\alpha_i = 1, \beta_i = 0$,对象的输出上限为 14,下限为 0,控制量上限为 40,下限为 0, $\epsilon = 0.1$,模糊预测控制器的控制结果如图 2 所示.作为比较,本文同时给出了动态矩阵控制器的控制效果,如图 3 所示.其动态模型是通过对象在 pH = 7.0 附近的阶跃响应得到,预测步长、控制步长、性能指标加权系数与模糊预测控制器一致.在设定值为 8.0 时,系统抖动非常厉害,从而证明了模糊预测控制器的优越性.

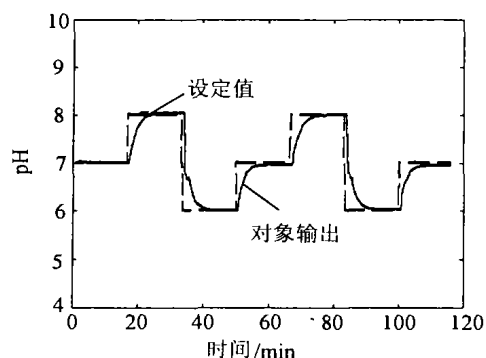


图 2 模糊非线性预测控制器控制结果

Fig. 2 Setpoint tracking performance of nonlinear model predictive control strategy based on T-S fuzzy model

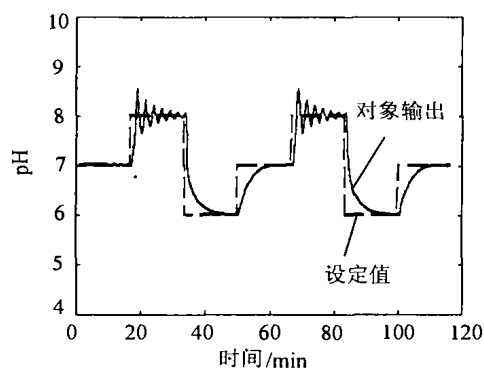


图 3 动态矩阵控制器控制结果

Fig. 3 Setpoint tracking performance of DMC controller

5 结论(Conclusion)

本文提出了一种新的基于 T-S 模糊模型的非线性预测控制器. T-S 模糊模型用于描述对象的非线

性动态特性,通过将模糊模型的输出作为模型输入,从而构成了一个模糊多步预报器.由于 T-S 模糊模型每条规则的结论部分是一个线性模型,因此整个模糊模型可以看作一个线性时变系统,从而将模糊预测控制器中的非线性优化问题转化为一个线性二次优化问题,以方便求解.本文还进一步证明了这种模糊预测控制策略在闭环系统稳定、无模型失配、稳态值满足幅值约束条件时,闭环系统无稳态跟踪误差. pH 中和过程的仿真结果表明其性能优于动态矩阵控制器.

参考文献(References)

- [1] Nevistic V and Morari M. Constrained control of feedback linearizable systems [A]. Proceedings of the European Control Conference [C]. Rome, Italy, 1995:1726 - 1731
- [2] Li W C and Biegler L T. Multistep, Newton-type control strategies for constrained, nonlinear processes [J]. Chem. Eng. Res. Des., 1989, 67(3):562 - 577
- [3] Zhao H, Guiver L, Neelakantan R, et al. A nonlinear industrial model predictive controller using integrated PLS and neural net state space model [A]. Proceedings of the 14th IFAC World Congress [C]. Beijing, China, 1999, 13 - 18
- [4] Cao S G, Rees N W and Feng G. Analysis and design for a class of complex control systems, part II: fuzzy controller design [J]. Automatica, 1997, 33(6):1029 - 1039
- [5] Wang L X. Adaptive Fuzzy Systems and Control, Design and Stability Analysis [M]. Englewood: Prentice-Hall Inc., 1994
- [6] Nahas E P, Henson M A and Seborg D E. Nonlinear internal model control strategy for neural network models [J]. Computers Chemical Engineering, 1992, 16(12):1039 - 1057
- [7] Wang Y, Rong G and Jin X M. The application of nonlinear internal model control strategy for fuzzy models on pH neutralization process control [J]. Journal of Chemical Industry and Engineering, 1997, 48(3):347 - 353

本文作者简介

王 寅 1974 年生.浙江大学控制科学与工程系博士研究生.主要研究方向为模糊系统,数据校正及其工业应用.

荣 冈 1963 年生.教授,博士生导师.1989 年于浙江大学获工业博士学位,主要研究方向为故障诊断,智能系统,数据校正,流程工业综合自动化.

王树青 1939 年生.教授,博士生导师.现为中国生化过程模型化与控制学会理事长.主要研究方向为生化过程模型化与控制,流程工业综合自动化.