

双线性检测滤波器及其故障可检测条件*

宝音贺西, 李俊峰

(清华大学 工程力学系, 北京 100084)

摘要: 研究了双线性检测滤波器的故障可检测条件. 设计了一种检测滤波器, 并得到了其故障完全可检测的严格条件. 结果表明要使检测滤波器故障完全可检测, 系统独立的传感器和独立的状态数至少和系统故障种类相同. 这个结果符合线性空间的性质. 最后利用所构造的滤波器分析了算例.

关键词: 双线性系统; 检测滤波器; 故障可检测性

中图分类号: TP277

文献标识码: A

Bilinear detection filter and its fault detectability condition

BAOYIN He-xi, LI Jun-feng

(Department of Engineering Mechanics, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The fault detectability condition of bilinear detection filter, a class of nonlinear system, is investigated. A detection filter is designed, and its fault complete detectability condition is obtained. The result indicates that, to make the system faults completely detectable, the system must be of the same number of sensors and independent system states as that of system faults. According to linear space characters, the result is correct. An example is presented for detection filter at last.

Key words: bilinear system; detection filter; fault detectability;

1 引言(Introduction)

双线性系统是一类特殊的非线性系统, 对它的研究具有广泛的应用价值, 如对生态系统、核反应堆系统、气体燃烧炉和水利系统等^[1]. 这种系统具有很多良好的性质, 对它的研究带来了很多方便. 古德温研究了双线性系统的一致能观测性^[2], Yu^[1,3]和Yang^[4]等人研究了双线性状态观测器和检测滤波器. 本文主要扩展了 Yu 和 Shields 的工作, 设计了一个类似的检测滤波器, 并得到了双线性检测滤波器故障完全可检测的严格条件. 从 Yu 和 Shields 的结果直接推出的可检测条件是不严格的, 存在冗余的部分. 本文中并没有考虑模型不匹配问题, 如考虑问题变得更复杂, 必须考虑强跟踪滤波器方法等鲁棒性方法. 这方面的研究可参考文献[5].

2 系统描述(Description of system)

考虑如下离散的双线性系统

$$x(k+1) = Ax(k) + u(k)Nx(k) + bu(k), \quad (1a)$$

$$y(k) = Cx(k). \quad (1b)$$

其中, $x \in \mathbb{R}^n$ 的状态向量, $y \in \mathbb{R}^m$ 的输出向量, $u \in \mathbb{R}$

的输入向量, A, b, C, N 是相应维数的系数矩阵.

本文把系统的故障分为输入性和输出性两类故障, 输入性故障一般代表执行机构或部件的故障, 输出性故障一般代表传感器的故障. 因此, 考虑故障的系统可表示为

$$x(k+1) = Ax(k) + u(k)Nx(k) + bu(k) + F_{in}f_{in}(k), \quad (2a)$$

$$y(k) = Cx(k) + F_{out}f_{out}(k). \quad (2b)$$

其中, $f_{in} \in \mathbb{R}^p$ 代表执行机构或部件的故障; $f_{out} \in \mathbb{R}^q$ 代表传感器的故障; F_{in}, F_{out} 为相应维的系数矩阵.

3 双线性滤波器的故障可检测性条件(Fault detectability of bilinear system)

对系统(2)构造如下形式的双线性观测器

$$z(k+1) = \hat{A}z(k) + u(k)Kx(k) + \hat{B}y(k) + hu(k) + \hat{N}u(k)y(k), \quad (3a)$$

$$\epsilon(k) = L_1z(k) + L_2y(k), \quad (3b)$$

$$\xi(k) = \epsilon(k) - L_1\hat{A}L_3\epsilon(k-1), \quad (3c)$$

$$z(k) = T\xi(k). \quad (3d)$$

* 基金项目: 清华大学基础研究基金(JC2000038), 中国博士后科学基金[(2001)31]资助项目.

收稿日期: 2000-05-23; 收修改稿日期: 2001-05-28.

其中, $z \in \mathbb{R}^p, \epsilon \in \mathbb{R}^p, \xi \in \mathbb{R}^p, \hat{A}, \hat{B}, h, \hat{N}, L_1, L_2, L_3, K$ 和 T 为要设计的相应维数矩阵. 如满足以下 3 个条件:

① 当 $f_{in}(k) = 0, f_{out}(k) = 0$ 时, $\lim_{k \rightarrow \infty} (z(k) - Tx(k)) = 0$, 保证观测器渐近稳定;

② 当 $f_{out}(k-1) = 0, f_{in}(k-1) = 0$ 时, $\xi(k) = 0$, 保证无故障时观测的器残差渐近趋于零;

③ 当 $f_{out}(k-1) \neq 0$ 或 $f_{in}(k-1) \neq 0$ 时, $\xi(k) \neq 0$, 保证发生故障时观测器的残差不等于零, 即保证故障能被检测到. 称观测器(3)为系统(2)的故障检测滤波器.

观测器估计误差满足方程

$$e(k+1) = z(k+1) - Tx(k+1), \quad (4)$$

因此, 当取

$$TN - \hat{N}C = K, TA - \hat{A}T = \hat{B}C, h = Tb, K = 0 \quad (5)$$

时, 式(4)变为

$$e(k+1) = \hat{A}e(k) - TF_{in}f_{in}(k) + (\hat{B} + u(k)\hat{N})F_{out}f_{out}(k). \quad (6)$$

上式表明, 当取 $|\lambda_i(\hat{A})| < 1$ 时, 满足 ①, 即无故障时观测器误差渐近趋于零. $\lambda_i(A)$ 表示 A 的第 i 个特征值. 再取

$$L_1T + L_2C = 0, \quad (7)$$

代入式(3b)得

$$\epsilon(k) = L_1e(k) + L_2F_{out}f_{out}(k). \quad (8)$$

式(8)说明, 当满足式(6), (7)时, ①和②同时成立.

实际中 $f_{out}(k)$ 和 $f_{out}(k-1)$ 一般不是独立的, 也就是说, 故障总是有发展过程, 可表示成 $f_{out}(k) = G(f_{out}(k-1))$, $G: \mathbb{R}^q \rightarrow \mathbb{R}^q$. 这个映射往往很复杂, 本文中假设为线性映射, 即

$$F_{out}f_{out}(k) = E_f(t)F_{out}f_{out}(k-1). \quad (9)$$

其中矩阵 E_f 代表故障的发展规律, 一般为满秩. 非满秩表明某些故障会自动消失的情况, 这里不加讨论. 把式(8), (9)代入式(3c), 再令 $L_1\hat{A}L_3L_1 = L_1\hat{A}$, 得

$$\xi(k) = F \begin{bmatrix} f_{in}(k-1) \\ f_{out}(k-1) \end{bmatrix}. \quad (10)$$

其中

$$F = [-L_1TF_{in} \mid L_1(\hat{B} + u(t)\hat{N})F_{out} + L_1\hat{A}L_3L_2F_{out} + L_2E_f(t)F_{out}].$$

从上式可知, 要满足③, 必须有

$$\text{rank}(F) = p + q. \quad (11)$$

检测滤波器采用文献[1, 2]类似的结构. 首先从

选择适当的矩阵 $\hat{A}$ 开始, 逐步推导式(5)的各矩阵. 简单起见取 $\hat{A} = \sigma I$, 其中 $|\sigma_i| < 1$, 则从(5)式得

$$T(A - \sigma I) = \hat{B}C. \quad (12)$$

再利用矩阵 C 的奇值分解可得

$$T(A - \sigma I)V_{c2}^T = 0, \hat{B} = T(A - \sigma I)V_{c1}^T\Delta_c^{-1}U_c^{-1}, \quad (13)$$

$$TNV_{c2}^T = 0, \hat{N} = TNV_{c1}^T\Delta_c^{-1}U_c^{-1}, \quad (14)$$

$$T[(A - \sigma I)V_{c2}^T \quad NV_{c2}^T] = 0. \quad (15)$$

其中 $C = U_c[\Delta_c \quad 0][V_{c1} \quad V_{c2}]^T$, $U_c \in \mathbb{R}^{m \times m}$, $\Delta_c = \mathbb{R}^{m \times m}$, $V_{c1} \in \mathbb{R}^{m \times n}$, $V_{c2} \in \mathbb{R}^{(n-m) \times n}$. 如记 $M = [(A - \sigma I)V_{c2}^T \quad NV_{c2}^T]$, 从上式可知, 当 $\text{rank}(M) < n$ 时存在非零矩阵 T , 满足(5)式. 根据 M 的奇值分解 T 可以表示为

$$T = WU_{m2}^T. \quad (16)$$

其中, $M = [U_{m1} \quad U_{m2}]\begin{bmatrix} \Delta_m & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}\begin{bmatrix} V_{m1} \\ V_{m2} \end{bmatrix}$, $W \in \mathbb{R}^{p \times p}$, 任意矩阵, 显然有 $\text{rank}(T) \leq p = n - \text{rank}(M)$.

类似文献[1, 2], 我们还有

$$\begin{aligned} L_1\hat{A}L_3L_1 &= L_1\hat{A}, \sigma L_1L_3L_1 = \sigma L_1, \\ L_1L_3L_1 &= L_1 \Rightarrow L_3 = L_1^{-1}. \end{aligned} \quad (17)$$

其中, L_1^{-1} 表示矩阵 L_1 的广义逆矩阵. 这样, 通过 W , L_2 和 L_1 的设计, 只要满足式(7)和式(11), 即完成检测滤波器的设计. 根据矩阵 C 的奇值分解, L_2, L_1 满足

$$L_1TV_{c2}^T = 0, L_1TV_{c1}^T + L_2U_c\Delta_c = 0, \quad (18)$$

$$L_1WU_{m2}^TV_{c2}^T = 0, L_2 = -L_1WU_{m2}^TV_{c1}^T\Delta_c^{-1}U_c^{-1}. \quad (19)$$

其中, $U_{m2}^TV_{c2}^T \in \mathbb{R}^{(n-m) \times (n-m)}$. 这样, 实际上检测滤波器的设计已经完成.

最后一个是, 这样设计的滤波器在什么条件下才有可能满足条件(11). 下面讨论这个问题.

式(13), (14), (17), (18)代入式(10)得

$$F = L_1T[-I \quad AV_{c1}^T\Delta_c^{-1}U_c^{-1} + NV_{c1}^T\Delta_c^{-1}U_c^{-1}u(k) - V_{c1}^T\Delta_c^{-1}U_c^{-1}E_f]\begin{bmatrix} F_{in} \\ F_{out} \end{bmatrix}. \quad (20)$$

从上式可知, 严格的检测滤波器存在首先要满足

$$\text{rank}(F_{in}) = p, \text{rank}(F_{out}) = q. \quad (21)$$

如满足上面的条件, 则进一步有

$$\text{rank}(F) \leq \min\{\text{rank}(L_1T), n, p + q\}. \quad (22)$$

由式(18)可知, 矩阵 L_1T 的秩最大可以取 m , 因此

$$\text{rank}(F) \leq \min\{m, n, p + q\}. \quad (23)$$

上式说明,故障完全可检测的条件为

$$m \geq p + q, n \geq p + q. \quad (24)$$

式(24)说明,要做到理论上严格的检测滤波器,至少有 $p + q$ 个的独立的传感器;同时系统还必须至少有相同数量的独立状态.式(21),(24)是双线性检测滤波器故障完全可检测的条件.从文献[1]的结论可以推出 $n, m \geq p + 2q$ 的结果,但从线性空间的角度来讲,描述 $p + q$ 个独立的向量,只要有相同维数的线性空间即可,很显然 Yu 的理论有冗余的部分.

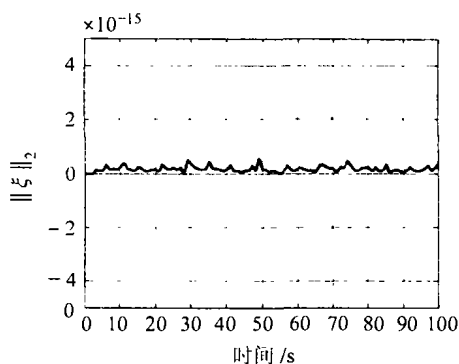
4 算例(Simulations)

设系统(2)的各个系数矩阵为:

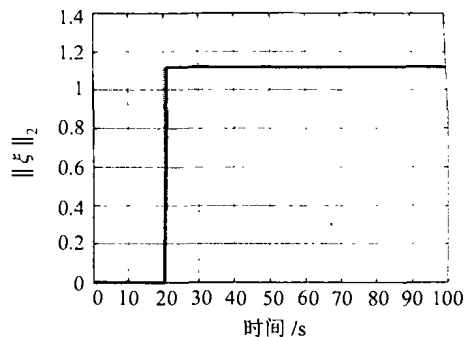
$$C = I_{4 \times 4}, b = [1 \ 1 \ 1 \ 1]^T,$$

$$A = \begin{bmatrix} -0.5 & 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & -0.6 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & -0.7 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & -0.8 \end{bmatrix},$$

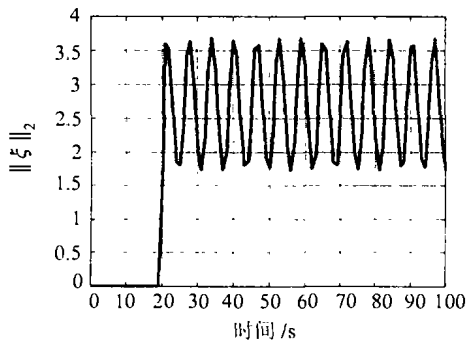
$$N = \begin{bmatrix} 1 & 0.5 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0.5 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0.5 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$



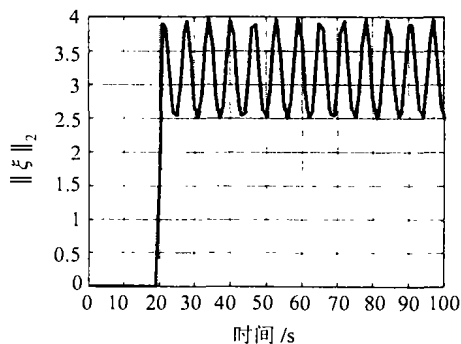
(a) 系统无故障时残差曲线
(a) Residual curve for fault-free system



(b) 发生执行机构故障时残差曲线
(b) Residual curve for actuator fault



(c) 发生传感器故障时的残差曲线
(c) Residual curve for sensor fault



(d) 同时发生传感器和执行机构故障时残差曲线
(d) Residual curve for actuator and sensor faults

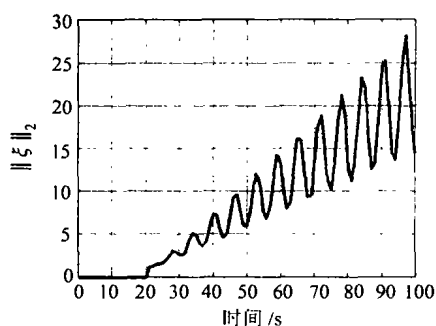
$$F_{in} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}, F_{out} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 1 \\ 0 & 0 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

从上面的各系数矩阵得:

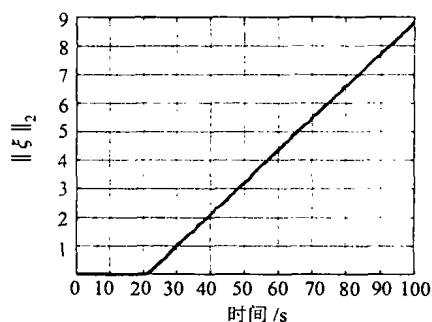
$$\text{rank}(A) = 4, \text{rank}(B) = 4,$$

$$\text{rank}(F_{in}) = 2, \text{rank}(F_{out}) = 2,$$

满足严格的检测滤波器存在条件.设计步骤为:①选 $\hat{A} = 0.5I$;②选 $T = I$;③根据式(12), $\hat{B} = (A - 0.5I)C^{-1}$;④ $\hat{N} = N$;⑤选 $L_1 = I$;⑥由式(7), $L_2 = -C^{-1}$;⑦根据式(17), $L_3 = L^- = I$.仿真结果如图1所示.图(a)为正常时的残差曲线;图(b)发生故障 $f_{in} = [1 \ 0.5]^T$ 时的残差曲线;图(c)为发生故障 $f_{out} = [1 \ 1]^T$ 时的残差曲线;图(d)为同时发生故障 $f_{in} = [1 \ 0.5]^T, f_{out} = [1 \ 1]^T$ 时的残差曲线;图(e)为发生故障 $f_{out} = [0.1 \ 0.1]^T k$ 时的残差曲线;图(f)为发生故障 $f_{in} = [0.1 \ 0.05]^T k$ 时的残差曲线.



(e) 传感器发生缓变故障
(e) Residual curve for sensor slow fault



(f) 执行机构发生缓变故障
(f) Residual curve for actuator slow fault

图 1 发生故障时的残差曲线

Fig. 1 Residual curves for faulted system

5 结论(Conclusion)

设计了一种双线性检测滤波器,并得到了检测滤波器故障完全可检测的严格条件.要使检测滤波器能检测到系统所有的故障,则必须至少有相同数量的独立传感器和独立的系统状态,并要求故障系数矩阵为列满秩.

参考文献(References)

- [1] Yu D L, Shields D N. A bilinear fault detection filter [J]. Int. J. Control, 1997, 68(3): 417 - 430
- [2] Goodwin G, Sin K. Adaptive Filtering, Prediction and Control [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1985

- [3] Yu D L, Shields D N, Daley S. A bilinear fault detection observer and application to a hydraulic drive system [J]. Int. J. Control, 1996, 64(6): 1023 - 1047
- [4] Yang H L, Saif M. State observation, failure detection and isolation (FDI) in bilinear systems [J]. Int. J. Control, 1997, 67(6): 901 - 920
- [5] Zhou Donghua, Sun Youxian. Fault Detection and Diagnosis Techniques for Control System [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1994, 105 - 156 (in Chinese)

本文作者简介

宝音贺西 1972 年生.博士.研究领域为:航天器动力学,控制与故障诊断. Email: baoyin@iwate-u.ac.jp

李俊峰 1964 年生.教授,博士生导师.研究领域:航天器动力学与控制.