

永磁同步电动机的混沌模型及其模糊建模*

张 波¹, 李 忠², 毛宗源²

(1. 华南理工大学 电力学院, 广州 510640; 2. 华南理工大学 自动化科学与工程学院, 广州 510640)

摘要: 推导出永磁同步电动机(PMSM)的数学模型, 讨论了常输入电压、常外部转矩条件下系统的稳态特性. 该模型在适当的参数选择和外部输入下, 可以呈现出非常复杂的极限环或混沌行为. 基于 Takagi-Sugeno 模糊建模方法, 给出了永磁同步电动机的 TS 模糊模型, 这为进一步研究模糊和混沌理论的内在联系, 及利用基于模糊模型的控制方法控制混沌现象提供了一条途径. 计算机仿真结果表明 TS 模糊系统的吸引子与原系统的混沌吸引子是拓扑等价的.

关键词: 永磁同步电机(PMSM); 模糊建模; TS 模糊模型; 混沌; 奇异吸引子

中图分类号: TM39.2

文献标识码: A

Mathematical model of permanent-magnet synchronous motors and its fuzzy modeling

ZHANG Bo¹, LI Zhong², MAO Zong-yuan²

(1. College of Electrical Power, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China;

2. College of Automatic Science and Engineering, South China University of Technology, Guangzhou 510640, China)

Abstract: A mathematical model of a permanent-magnet synchronous motor (PMSM) is derived, and the steady-state characteristics of this system, when subject to constant input voltages and constant external torque, are formulated. It is shown that the PMSM model can exhibit a variety of chaotic phenomena under some choices of system parameters and external inputs. Based on TS fuzzy modeling methodology, the TS fuzzy model of the PMSM chaotic system is presented, so the interaction between fuzzy system and chaos theory can be explored, and then fuzzy-model-based control methodologies can be used to control chaos in chaotic systems. Computer simulations show that the strange attractors in the derived TS fuzzy system and original chaotic system are topologically equivalent.

Key words: permanent-magnet synchronous motors (PMSMs); fuzzy modeling; TS fuzzy model; chaos; strange attractors

1 引言(Introduction)

70 年代以来, 科学家对电机的动态特性进行了广泛的研究, 这涉及到电机的起动、调速和振动. 在电机的动力学这个研究领域, 仍有许多问题需要进一步地研究, 诸如电机调速系统的低速特征, 即低频“振荡”.

这些问题与数学和物理学中对非线性系统的混沌研究密切相关. 众所周知, 电机的数学模型是多变量、强耦合的非线性系统. 对非线性动力系统的动态特性的进一步研究必然涉及到混沌. 混沌是非线性系统领域的一个活跃的前沿, 理解和利用非线性控制系统丰富的动态特性对现代科技具有重要的影响. 需要更多的努力致力于这一科学领域的研究. 但

到目前为止, 对永磁同步电机混沌现象的研究还非常有限.

在文献[1]中, 研究了永磁同步电动机的动力学特征, 它是一个强非线性系统, 能呈现出非常丰富的动态行为, 诸如极限环和混沌. 在文献[2]中, 研究了它的数值特征, 如 Poincare 映射、Lyapunov 指数及容量维等. 还研究了几种典型的控制混沌现象的方法, 如 OGY 方法、纳入轨道和强迫迁徙法等^[3].

在混沌理论日益成为重要研究课题的时候, 另一方面, 人们对具有更高智能化的系统有了更大的兴趣. 在智能控制方法中, 模糊控制在各种各样的应用中取得了巨大的成功.

本文首先推导出了永磁同步电动机的数学模型,

* 基金项目: 国家自然科学基金(50177009)和广东省自然科学基金(011652)资助项目.

收稿日期: 2001-01-02; 收修改稿日期: 2001-10-15.

它适合于进行混沌或分支分析. 仿真结果表明在某些系统参数和外部输入的选择下, 它可以呈现出不同的动力学行为, 如极限环和混沌吸引子. 然后, 给出了它的 TS 模糊模型, 它与原系统是等价的. 这不仅为研究模糊现象和混沌理论之间的关系提供了基础, 也为利用基于模糊模型的模糊控制方法来控制混沌现象指明了一条途径.

2 永磁同步电动机系统模型 (Model of permanent magnet synchronous motor)

以 i_d, i_q 和 ω 为状态变量, 利用 $d-q$ 坐标轴, 永磁同步电动机可写为:

$$\begin{cases} \frac{di_d}{dt} = (u_d - R_1 i_d + \omega L_q i_q) / L_d, \\ \frac{di_q}{dt} = (u_q - R_1 i_q - \omega L_d i_d - \omega \Psi_r) / L_q, \\ \frac{d\omega}{dt} = [n_p \Psi_r i_q + n_p (L_d - L_q) i_d i_q - T_L - \beta \omega] / J. \end{cases} \quad (1)$$

这里 u_d 和 u_q 是 $d-q$ 轴定子电压, J 是转动惯量, T_L 是外部扭矩, β 是粘性阻尼系数, R_1 是定子绕组, L_d 和 L_q 是 $d-q$ 轴定子电感, i_d 和 i_q 是电流, ω 是转子角频率, Ψ_r 为永久磁通, n_p 表示极对数.

通过仿射变换和时间尺度变换, 将式(1)变换成无量纲的状态方程.

选择仿射变换 $x = \lambda \tilde{x}$, 及时间尺度变换 $t = \tau \tilde{t}$, 其中

$$x = [i_d \quad i_q \quad \omega]^T, \quad \tilde{x} = [\tilde{i}_d \quad \tilde{i}_q \quad \tilde{\omega}],$$

$$\lambda = \begin{bmatrix} \lambda_d & 0 & 0 \\ 0 & \lambda_q & 0 \\ 0 & 0 & \lambda_\omega \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} bk & 0 & 0 \\ 0 & k & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\tau} \end{bmatrix},$$

$$b = \frac{L_q}{L_d}, \quad k = \frac{\beta}{n_p \tau \Psi_r}, \quad \tau = \frac{L_q}{R_1}.$$

则无量纲状态方程为:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega} \tilde{i}_q + \tilde{u}_d, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega} \tilde{i}_d + \gamma \tilde{\omega} + \tilde{u}_q, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{t}} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) + \epsilon \tilde{i}_d \tilde{i}_q - \tilde{T}_L. \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$b = \frac{L_q}{L_d}, \quad \gamma = -\frac{\Psi_r}{k L_q},$$

$$\sigma = \frac{\beta \tau}{J}, \quad \epsilon = \frac{n_p b \tau^2 k^2 (L_d - L_q)}{J},$$

$$\tilde{u}_d = \frac{1}{R_1 k} u_d, \quad \tilde{u}_q = \frac{1}{R_1 k} u_q, \quad \tilde{T}_L = \frac{\tau^2}{J} T_L.$$

这里研究气隙均匀的永磁同步电动机混沌模型的特性, 即考虑 $L_d = L_q = L$ 的情形, 模型变为:

$$\begin{cases} \frac{d\tilde{i}_d}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_d + \tilde{\omega} \tilde{i}_q + \tilde{u}_d, \\ \frac{d\tilde{i}_q}{d\tilde{t}} = -\tilde{i}_q - \tilde{\omega} \tilde{i}_d + \gamma \tilde{\omega} + \tilde{u}_q, \\ \frac{d\tilde{\omega}}{d\tilde{t}} = \sigma(\tilde{i}_q - \tilde{\omega}) - \tilde{T}_L. \end{cases} \quad (3)$$

3 永磁同步电动机模型的混沌吸引子 (Chaotic strange attractors of model of permanent magnet synchronous motor)

对于 $\tilde{u}_d = \tilde{u}_q = \tilde{T}_L = 0$ 的情形, 它可看成系统在稳定运行一段时间后, 突然断电的情况.

为明确说明, 给出 PMSM 如下参数: $L_d = L_q = L = 14.25 \text{ mH}$; $R_1 = 0.9 \Omega$; $\Psi_r = 0.031 \text{ Nm/A}$; $n_p = 1$; $J = 4.7 \times 10^{-5} \text{ Kg m}^2$; $\beta = 0.0162 \text{ N/(rad} \cdot \text{s}^{-1})$. 初始条件为 $(\tilde{i}_d, \tilde{i}_q, \tilde{\omega}) = (0.01, 0.01, 0.01)$.

如取 $\sigma = 5.46$, γ 分别为 $\gamma = 14.1$, $\gamma = 14.93$ 和 $\gamma = 20$ 时的仿真结果如图 1~3. 说明在经过一段时间的运行后, 突然断电, 系统在不同的参数选择下呈现不同的动态特性.

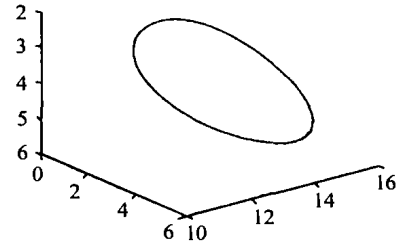


图 1 $\gamma=14.1$ 时出现 LC

Fig. 1 A limit cycle generated by $\gamma=14.1$

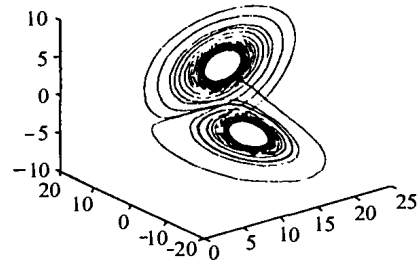


图 2 $\gamma=14.93$ 时开始呈现混沌

Fig. 2 A strange attractor at $\gamma=14.93$

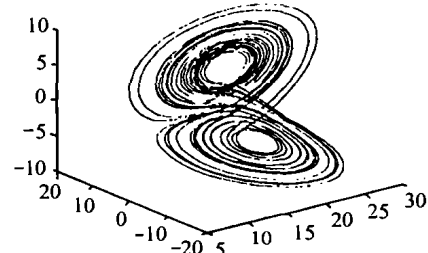


图 3 $\gamma=20$ 时出现混沌

Fig. 3 A strange attractor at $\gamma=20$

对于 $\bar{u}_q = \bar{T}_L = 0$ 和 $\bar{u}_d \neq 0$ 和 $\bar{u}_d, \bar{u}_q$ 和 $\bar{T}_L$ 为一般的情形,有相似的结论^[1].

4 PMSM 混沌模型的模糊建模(Fuzzy modeling of model of PMSM)

本文采用的这个特殊的模糊建模框架是所谓的 Takage-Sugeno(TS)模型^[4].该系统模型的动态特征由一组模糊隐含关系的刻画,它描述了系统在状态空间中的局部关系.TS模型的主要特征是先由线性系统模型来表示每一个模糊隐含关系的局部动态特性,然后“融合”这些线性系统模型来得到系统的全局模型.

TS 模糊模型如下:

Rule i : IF $x_1(t)$ is $M_{i1} \cdots$ and $x_n(t)$ is M_{in} ,

THEN $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$.

这里

$$\begin{aligned} x^T(t) &= [x_1(t), x_2(t), \cdots, x_n(t)], \\ u^T(t) &= [u_1(t), u_2(t), \cdots, u_m(t)], \\ i &= 1, 2, \cdots, r, \end{aligned}$$

及 r 为模糊规则数, M_{ij} 为模糊集, $\dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t)$ 为第 i 个规则的输出.

给出一对 $(x(t), u(t))$, 最后的模糊系统的输出为

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(t) \{A_i x(t) + B_i u(t)\}}{\sum_{i=1}^r w_i(t)}, \quad (4)$$

这里 $w_i(t) = \prod_{j=1}^n M_{ij}(x_j(t))$, $M_{ij}(x_j(t))$ 为 $x_j(t)$ 在 M_{ij} 的隶属度.式(4)对应的开环系统为:

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i(t) A_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i(t)}, \quad (5)$$

这里假定

$$\sum_{i=1}^r w_i(t) > 0, w_i(t) \geq 0, i = 1, 2, \cdots, r.$$

下面,应用模糊模型(5)对 PMSM 混沌模型进行模糊建模.

系统模型(3)有两个非线性 2 次项 $\bar{\omega} \bar{i}_q$ 和 $-\bar{\omega} \bar{i}_d$, 因此可以将其表示成具有非线性项的线性系统:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \bar{i}_d \\ \bar{i}_q \\ \bar{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \bar{i}_d \\ \bar{i}_q \\ \bar{\omega} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{\omega} \bar{i}_q \\ -\bar{\omega} \bar{i}_d \\ 0 \end{bmatrix}. \quad (6)$$

为了构造 TS 模糊模型,非线性项 $\bar{\omega} \bar{i}_q$ 和 $-\bar{\omega} \bar{i}_d$ 需要表示为一些线性函数的加权和.由此,有如下的推论:

假定 $x \in [M_1, M_2]$, 非线性项 $f(x, y) = xy$ 可以表示成如下形式的线性函数的加权和:

$$f(x, y) = \left(\sum_{i_2=1}^2 \mu_{i_2} g_{i_2}(x, y) \right) y,$$

这里

$$g_1(x, y) = M_1, g_2(x, y) = M_2,$$

$$\mu_1 = \Gamma_1^2, \mu_2 = \Gamma_2^2,$$

$$\Gamma_1^2 = \frac{-x + M_2}{M_2 - M_1}, \Gamma_2^2 = \frac{-x + M_1}{M_2 - M_1}.$$

由此,系统(3)可以表示成如下形式:

Rule 1: IF $\bar{\omega}$ is $M_{\omega_{\min}}$, THEN $\dot{x} = A_1 x$,

Rule 2: IF $\bar{\omega}$ is $M_{\omega_{\max}}$, THEN $\dot{x} = A_2 x$. (7)

这里

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} -1 & \omega_{\min} & 0 \\ -\omega_{\min} & -1 & \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix}, \\ A_2 &= \begin{bmatrix} -1 & \omega_{\max} & 0 \\ -\omega_{\max} & -1 & \gamma \\ 0 & \sigma & -\sigma \end{bmatrix}. \end{aligned}$$

隶属函数为

$$M_{\omega_{\min}} = \frac{-\omega + \omega_{\max}}{\omega_{\max} - \omega_{\min}}, M_{\omega_{\max}} = \frac{\omega - \omega_{\min}}{\omega_{\max} - \omega_{\min}}. \quad (8)$$

其图形如图 4 所示.

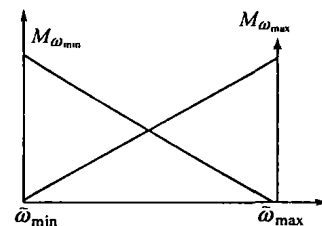


图 4 隶属函数

Fig. 4 Membership functions

这个 PMSM 混沌模型的 TS 模糊模型的去模糊化输出由式(5)给出.为构造 TS 模糊模型,状态变量的范围设定为 $(\omega_{\min}, \omega_{\max}) = (-10, 10)$, 这可由上面的数值仿真看出.参数选为 $\sigma = 5.46$ 和 $\gamma = 20$, 初始值为 $(0.01, 0.01, 0.01)$. TS 模糊模型的轨迹如图 5 所示,可以看出它与原系统是一致的.

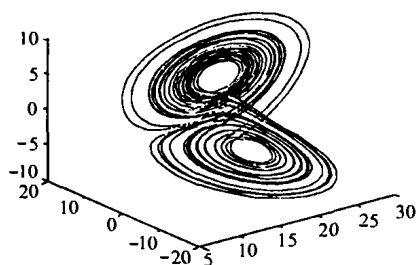


图 5 PMSM 混沌模型的 TS 模糊模型轨迹

Fig. 5 Trajectory of the TS fuzzy model of the chaotic PMSM system

5 结论(Conclusion)

本文推导了 PMSM 的混沌模型,在某些参数及外部输入选择下,它可以呈现出不同的动态行为.然后,建立了它的 TS 模糊模型,它与原系统是等价的.由于模糊建模技术可以用来建模混沌动力系统,这说明模糊系统可能是混沌的.在此基础上,可以研究模糊和混沌理论之间的关系,以及利用基于模糊模型的模糊控制方法来控制混沌现象.

参考文献(References)

- [1] Li Z, Zhang B, Mao Z Y. Strange attractors in permanent-magnet synchronous motors [A]. IEEE Proceedings of 1999 International Conference on Power Electronics and Drive Systems [C]. Hong Kong, 1999, 150-155
- [2] Li Z, Zhang B, Mao Z Y. Analysis of the chaotic phenomena in permanent-magnet synchronous motors based on Poincare map [A]. The 3rd World Congress on Intelligence Control and Intelligent Automation [C]. Hefei, 2000, 3255-3258
- [3] Li Z, Zhang B, Mao Z Y. Entrainment and migration control of PMSM chaotic system [J]. Control Theory and Applications, 2002, 19(4): 545-548 (in Chinese)
- [4] Takagi T, Sugeno M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. IEEE Trans. Systems, Man, and Cybernetics, 1985, 15(4): 116-132

本文作者简介

张 波 见本刊 2002 年第 4 期第 548 页.
李 忠 见本刊 2002 年第 4 期第 548 页.
毛宗源 见本刊 2002 年第 4 期第 548 页.

第十四届中国过程控制年会 第三届全国故障诊断与安全性学术会议 联合征文通知

会议日期: 2003 年 7 月下旬

会议地点: 湖南省张家界

主办单位: 中国自动化学会过程控制专业委员会
中国自动化学会故障诊断与安全性专业委员会

承办单位: 中南大学信息科学与工程学院
湖南省自动化学会

中国有色金属学会计算机学术委员会

协办单位: 杭州天科技术实业有限公司(天煌教仪)

过程控制年会征文范围: 工业过程建模; 仿真和辨识技术; 鲁棒控制与应用; 自适应控制与应用; 预测控制与应用; 推断控制与应用; 智能控制与应用; 模糊控制与应用; 神经网络控制与应用; 工业过程优化控制; 非线性、大纯滞后、分布参数系统; 复杂工业过程控制; 软测量技术; 模式识别与图像处理; 动态系统故障诊断与容错技术; 过程检测仪表; 自动化装置; DCS、PLC; 运动控制; 工业过程监控系统; 现场总线控制系统; 流程工业 CIMS; 企业资源计划 ERP; 生产执行系统 MES 等.

故障诊断与安全性年会征文范围: 模型化故障诊断方法; 小波变换、神经网络与模糊推理技术; 容错控制; 系统可靠性与安全性; 过程检测、监视与控制.