文章编号：1000-8152(2002)06-0954-03

二阶加延时模型的阶跃响应辨识方法*

全亚斌，张卫东，许晓鸣
（上海交通大学 自动化系，上海 200030）

摘要：提出了一种带有延迟环节的二阶连续开环系统的阶跃响应辨识方法. 这种方法可以由系统的阶跃响应采样数据构造非线性方程组，通过对方程组求解估计出系统的参数. 在不存在延迟环节的时候，非线性方程组将简化为线性方程组. 仿真表明算法具有较高的精度.

关键词：阶跃响应；系统辨识；延时环节
中图分类号：TP273　　**文献标识码**：A

Step response identification method for 2-order with time-delay system

QUAN Ya-bin, ZHANG Wei-dong, XU Xiao-ming
(Department of Automation, Shanghai Jiaotong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: A new identification method for continuous-time two-order plus time delay model is proposed. The system parameters can be obtained by solving a non-linear equation set constructed by the samples of the process step output response. The effectiveness of the method has been demonstrated through a number of simulation examples.

Key words: step response; system identification; time delay

1 引言(Introduction)

在一般情况下，工业过程控制中的对象可能具有高阶、非最小相位或是含有稳定零点特性，从而使得系统的模型非常复杂. 即使获得了精确的模型，其复杂性也会使控制器的设计变得非常困难，因此有必要使用典型对象对系统进行逼近.

在本文中假设被辨识的对象可以用如下单输入、单输出最小相位二阶线性系统加延迟环节进行表示：

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}e^{-Ls}. \tag{1}$$

其中 $G(s)$ 是系统的传递函数，L 是延迟环节的延迟时间，$K > 0, \xi > 0, \omega_n > 0$. 使用图解方法可以由阶跃响应曲线估计出模型的参数，不过不能求出比较精确的结果. 在文献[1,2]中提出一种使用多重积分的辨识方法，先用 Pade 多项式对延迟环节进行近似，然后再估计多项式的参数.

文献[3]针对一阶系统加延迟环节的辨识问题提出一种阶跃响应算法，这种方法不使用系统的稳态值，可以很好地对这种对象进行估计，但是当应用在非单调阶跃响应过程时，会产生较大的误差. 本文在这种方法的基础上提出了一种新的阶跃响应辨识算法，可以产生二阶线性系统加延迟环节模型，它能有效地解决文献[3]中存在的问题.

2 辨识方法(Identification method)

在系统的延迟已知并且正好是采样周期的整数倍时，可以通过对输出信号进行平移，将对象转换为无延迟的系统进行辨识. 假设二阶线性最小相位系统可以用如下的传递函数表示：

$$G(s) = \frac{K\omega_n^2}{s^2 + 2\xi\omega_n s + \omega_n^2}. \tag{2}$$

在零初始条件假设下，在 $t = 0$ 时刻给定一个高度为 h 的阶跃输入 $u(t)$，系统的输出响应为 $y(t)$，$y(t)$ 中包含的白噪声干扰为 $w(t)$. 对 $y(t)$ 由时间 0 到 t 进行两次积分，再定义

$$A(t) = \int_0^t y(\tau)d\tau,\ B(t) = \int_0^t A(\tau)d\tau,$$

$$\phi = [K \quad \frac{1}{\omega_n^2} \quad 2\frac{\xi}{\omega_n}]^T,$$

$$\delta(t) = \frac{1}{\omega_n^2}w(t) + \frac{2\xi}{\omega_n}\int_0^t w(\tau)d\tau + \int_0^t\int_0^\tau w(\rho)d\rho d\tau,$$

可以得到

* 基金项目：国家自然科学基金(69804007)和上海市科技启明星计划(99QD14012)资助项目.
收稿日期：2000-01-17；收修改稿日期：2001-03-14.

$$[\frac{1}{2}t^2h \quad -y(t) \quad -A(t)]\phi = B(t) - \delta(t). \tag{3}$$

通过把系统输出响应的采样值代入等式(3),可以得到一组线性方程组

$$\Psi\phi = \Gamma + \Delta. \tag{4}$$

其中

$$\Gamma = [B(T_m) \quad B(T_{m+1}) \quad B(T_{m+n})]^{\mathrm{T}},$$

$$\Psi = \begin{bmatrix} \frac{1}{2}hT_m^2 & -y(T_m) & -A(T_m) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{1}{2}hT_{m+n}^2 & -y(T_{m+n}) & -A(T_{m+n}) \end{bmatrix},$$

$$\Delta = [-\delta(T_m) \quad -\delta(T_{m+1}) \quad \cdots \quad -\delta(T_{sm+n})]^{\mathrm{T}}.$$

$m \in \mathbb{R}^+$ 表示由第 m 个采样点开始进行计算.使用最小二乘法可以获得估计值 $\hat{\phi}$

$$\hat{\phi} = (\Psi^{\mathrm{T}}\Psi)^{-1}\Psi^{\mathrm{T}}\Gamma. \tag{5}$$

在有噪声的情况下,引入文献[4]中的 Bootstrap 方法,可以把迭代方法改写为

$$\hat{\phi}_k = (Z(\hat{\phi}_{k-1})^{\mathrm{T}}\Psi)^{-1}Z(\hat{\phi}_{k+1})^{\mathrm{T}}\Gamma. \tag{6}$$

其中 Z 是辅助变量矩阵

$$Z = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}hT_{m-1}^2 & y(T_{m-1}) & A(T_{m-1}) \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ -\frac{1}{2}hT_{m+n-1}^2 & y(T_{m+n-1}) & A(T_{m+n-1}) \end{bmatrix}.$$

对于系统的时滞未知的情况,可以通过对上述方法的扩展实现过程参数的辨识.

假设待辨识对象可以用等式(1)中的传递函数来表示.在零初始条件假设下,采用同样的积分方法,定义

$$\delta(t) = \frac{1}{\omega_n^2}w(t) + \frac{1}{\omega_n}\int_0^t w(\tau)\mathrm{d}\tau + \int_0^t\int_0^\tau w(\rho)\mathrm{d}\rho\mathrm{d}\tau,$$

$$\phi = [K \quad L \quad \frac{1}{\omega_n^2} \quad 2\frac{\xi}{\omega_n}]^{\mathrm{T}},$$

$$f(\phi, t) =$$

$$B(t) - \frac{1}{2}t^2hK + tLK - \frac{1}{2}L^2K + \frac{1}{\omega_n^2}y(t) + \frac{2\xi}{\omega_n^2}A(t),$$

可以获得一组非线性方程组:

$$\begin{cases} f[\phi, T_m] = B[T_m] - \delta[T_m], \\ f[\phi, T_{m+1}] = B[T_{m+1}] - \delta[T_{m+1}], \\ \qquad \vdots \\ f[\phi, T_{m+n}] = B[T_{m+n}] - \delta[T_{m+n}]. \end{cases} \tag{7}$$

其中 $T_m \geqslant L$. 对于如上所示的非线性方程组,使用高斯-牛顿方法,令 $\hat{\phi}$ 表示 ϕ 的估计值,$\hat{f}(t)$ 表示 $f(\phi, t)$ 的估计值.再令

$$F_k = \begin{bmatrix} B(T_m) - \hat{f}_k(T_m) \\ \vdots \\ B(T_{m+n}) - \hat{f}_k(T_{m+n}) \end{bmatrix}, \quad l_k(t) = \begin{bmatrix} -\frac{1}{2}(t - L_k)^2 \\ (t - L_k)K_k \\ y(t) \\ A(t) \end{bmatrix},$$

$$A_k = [l_k(T_m) \quad l_k(T_{m+1}) \quad \cdots \quad l_k(T_{m+n})]^{\mathrm{T}},$$

采用 Bootstrap 方法,引入辅助变量矩阵

$$Z_k = [l_k(T_{m-1}) \quad l_k(T_m) \quad \cdots \quad l_k(T_{m+n-1})]^{\mathrm{T}},$$

则有迭代规则

$$\hat{\phi}_{k+1} = \hat{\phi}_k - \lambda(Z_k^{\mathrm{T}}A_k)^{-1}Z_kF_k. \tag{8}$$

其中下标 k 表示第 k 次迭代时的值.

3 仿真研究(Simulations)

针对不同类型的工业模型,用本文中提出的方法进行辨识仿真研究,得到的结果如表 1 和表 2 所示.为了检查辨识模型的准确程度,本文采用和文献[3]中相同的标准差评价指标

$$\varepsilon = \frac{1}{n+1}\sum_{k=m}^{m+n}[y(kT_s) - \hat{y}(kT_s)]^2.$$

这里 $y(kT_s)$ 是在阶跃输入下真实的阶跃响应输出,$\hat{y}(kT_s)$ 是在同样的阶跃输入下辨识模型的输出响应.不失一般性,在本文中采用的输入都是单位阶跃输入.

例 1　欠阻尼二阶线性系统

$$G(s) = \frac{0.05}{s^2 + 0.2s + 0.05}.$$

仿真时在输出端加入不同方差的零均值随机噪声序列,采样周期为 0.1.通过数值积分求出在采样时间点的 $A(t)$ 和 $B(t)$ 值,起始时间 T_m 取第二个采样点的时间,采用式(6)的方法进行辨识.参数辨识结果见表 1.

表 1　二阶线性系统辨识结果

Table 1　Results of 2-order linear system

方差	K	$2\xi\omega_n$	ω_n^2	误差
0	1.0000	0.2000	0.0500	3.0E-10
0.16	0.9965	0.1995	0.0500	9.91E-6
0.25	1.0039	0.2016	0.0503	1.32E-5
0.49	1.0081	0.1948	0.0502	1.44E-4
0.64	0.9946	0.1713	0.0467	4.45E-4

由表 1 中的数据可以看出,使用式(6)的算法,当没有噪声存在的时候,系统辨识结果几乎与原系统模型相同.在噪声方差分别达到 0.16 和 0.25 时

辨识的结果仍然和真实模型非常接近.当噪声方差加强到0.49和0.64时,得到的辨识结果的误差稍有增大,但是对于自校正控制来说是足够的.

下面是使用本文中式(8)的算法对含有纯时滞的系统进行辨识仿真的结果.在后面的模型中,K,$2\xi\omega_n$,ω_n^2,L是使用本文中的算法求得的参数,ε_2是模型误差,ε_1是用文献[3]的方法计算得到的误差,两种方法使用相同的采样周期0.1,同样用数值积分取得$A(t)$与$B(t)$在采样点的值,起始时间T_m取当阶跃响应曲线达到0.1时的时间.

例2 欠阻尼二阶加纯滞后对象

$$G(s)=\frac{0.05e^{-4s}}{s^2+0.2s+0.05},$$

在输入端加均值为零,方差为0.1的随机噪声.

例3 过阻尼二阶加纯滞后对象

$$G(s)=\frac{0.05e^{-4s}}{s^2+0.7s+0.05},$$

在输出端加均值为零,方差为0.1的随机噪声.例2,3的辨识结果见表2.

表2 带有时滞的系统辨识结果

Table 2 Results of time-delay system

		例2	例3
模型参数	K	0.999	0.990
	$2\xi\omega_n$	0.200	0.576
	ω_n^2	0.0501	0.0504
	L	3.995	4.234
评价指标	ε_2	1.67E-7	2.86E-5
	ε_1	0.0097	1.52E-4

由表2中的结果可以看出,对于像例2这样带有负半平面的共轭极点的对象,用文献[3]中的一阶辨识方法辨识的结果有较大误差,而用本文提出的二阶加延时的辨识方法可以得出比较好的结果.对于例3这样的单调阶跃响应过程,本文的算法得到的结果比用文献[3]中的算法所得到的结果略为精确.这一点可以从误差指标得出.

4 结论(Conclusion)

本文对工业过程对象的辨识问题提出一种新的阶跃响应算法.通过对被辨识系统的阶跃响应输出进行积分并代入输出响应的采样值,本文得到一组非线性方程组.通过对非线性方程组进行求解,得出一种二阶加延迟环节模型.这种二阶方法不依赖于几个特殊点的测量值.仿真表明这种方法具有比较高的辨识精度.

参考文献(References)

[1] Vrančić D, Peng Y B, Strmčnik S. A new PID controller tuning method based on multiple integrations [J]. Control Engineering Practice, 1999, 7(5):623-633

[2] Vrančić D, Peng Y B, Strmčnik S, et al. A multiple integration tuning method for filtered PID controller [A]. Proceedings of the 14th World Congress of IFAC [C]. Beijing, China, 1999, 223-228

[3] Bi Q, Cai W J, Lee E L, et al. Robust identification of first-order plus dead-time model from step response [J]. Control Engineering Practice, 1999, 7(1):71-77

[4] Söderström T, Stoica P G. Instrumental Variable Methods for System Identification [M]. Heidlberg, Berlin: Springer-Verlag, 1983

本文作者简介

全亚斌 1973年生.上海交通大学自动化系博士生.研究方向是系统辨识,滤波与信号处理.

张卫东 1967年生.教授.博士生导师.研究方向是复杂工业过程的鲁棒控制.

许晓鸣 1957年生.教授.博士生导师,上海交通大学副校长.研究方向是智能控制.