文章编号: 1000-8152(2002)06-0975-02

鲁棒辨识的 l_1 和 H_∞ 误差上界的估计算法 *

高 林, 王书宁, 王 伟
(清华大学 自动化系 系统工程所, 北京 100084)

摘要: 对有限参数线性系统辨识问题的 l_1 误差上界估计和时域 H_∞ 插值算法误差上界估计等问题转化为一类分片线性函数的最优化问题,提出基于分片的混合遗传算法.吸取进化算法的探索能力,并充分利用模型信息.仿真实验结果表明了它的寻优性能.

关键词: 鲁棒辨识; 误差上界; 分片线性函数; 最优化; 遗传算法
中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Computing l_1 and H_∞ error bound in robust identification with intelligent algorithm

GAO Lin, WANG Shu-ning, WANG Wei
(Institute of systems Engineering, Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The problem of estimating both the l_1 upper error bound for robust identification and upper error bound for H_∞ interpolation algorithms is formulated into the optimization of piece-wise linear functions subjected to linear constrains. Propose a piece-wise based hybrid genetic algorithm. Its performance is proved by simulation experiments.

Key words: robust identification; upper error bound; piece-wise linear; optimization; genetic algorithm

1 问题描述(Problem description)

考虑线性模型 $y = \Phi\theta^* + \rho$ 的参数估计问题.其中,$y \in \mathbb{R}^N$ 和 $\Phi \in \mathbb{R}^{N\times n}$ 是已知的向量和矩阵;$\theta^* \in \mathbb{R}^n$ 是待估计的参数向量;$\rho \in \mathbb{R}^N$ 是未知的误差向量.采用集内不确定的误差描述方法,假定未知误差满足上界为 ε 的约束,则可保证 θ^* 属于由观测数据决定的可行参数域

$$\Theta = \{\theta \mid \|y - \Phi\theta\|_{l_\infty} \leqslant \varepsilon,\ \theta \in \mathbb{R}^n\}. \tag{1}$$

于是对于某个给定的 $\hat{\theta} \in \mathbb{R}^n$,并采用 l_1 范数,则估计误差上界可表示为:

$$e_1(\hat{\theta}) = \max_{\theta\in\Theta}\sum_{i=1}^{n} |\theta_i - \hat{\theta}_i|. \tag{2}$$

再考虑时域 H_∞ 辨识问题,用 l_∞ 表示全体形如 $x = \{x_t\}_0^\infty$ 的实数序列的集合,L_∞ 表示全体在单位圆的边界上本质有界的可测函数的集合,H_∞ 为其在单位圆上解析的子集,定义

$$\|h\|_\infty = \sup_{0\leqslant\omega\leqslant 2\pi} |h(e^{j\omega})|,\ \forall h \in L_\infty,$$

$$H(M,\rho) = \{h, h \in H_\infty \mid |h(z)| \leqslant M, \forall\ |z| < \rho\},$$

$$T_N(x) = \begin{bmatrix} x_0 & & & 0 \\ x_1 & x_0 & & \\ \vdots & \vdots & \ddots & \\ x_{N-1} & x_{N-2} & \cdots & x_0 \end{bmatrix},$$

$$P_N(x) = \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ \vdots \\ x_{N-1} \end{bmatrix},\ \forall x \in l_\infty,\ N > 0,$$

$$B_N(\varepsilon) = \{P_N(x), x \in l_\infty \mid \max_{0\leqslant t\leqslant N-1} |x_t| \leqslant \varepsilon\},$$

且 $u \in l_\infty$ 是已知输入,$u_0 \neq 0$,则对任一插值算法 φ^I 在最坏情况下可能产生的 H_∞ 辨识误差 $e_{N\epsilon}(\varphi^I)$,存在不等式[1]

$$\hat{e}_{N\epsilon} \leqslant \max_{\substack{h\in\hat{H}(M,\rho) \\ T_N(u)P_N(h)\in B_N(\epsilon)}} \sum_{i=1}^{N} |h_i| + E, \tag{3}$$

其中 $\hat{H}(M,\rho) = \{h, h \in l_\infty \mid |h_i| \leqslant M\rho^i, \forall i\}$,$E$ 为与 N 有关的常数.求解式(3)右边的最优化问题即可得到 H_∞ 辨识误差上界的一个估计值.

* 基金项目:国家自然科学基金(69974023,69934010)和中国博士后科学基金资助项目.
收稿日期:2000-04-11; 收修改稿日期:2001-12-20.

式(2)和(3)都可归结为有线性约束的分片线性函数最优化问题

$$\begin{cases}\max f(X) = \sum_{i=1}^{n} |X_i - b_i|, \\ \text{s.t. } C_j^{\mathrm{T}} \cdot X \leqslant d_j,\ \forall j = 1,\cdots,M.\end{cases} \tag{4}$$

其中，$X = (X_i) \in \mathbb{R}^{n\times 1}, b = (b_i) \in \mathbb{R}^{n\times 1}, C_j \in \mathbb{R}^{n\times 1} d_j \in \mathbb{R}$. n 为维数，M 为约束数.

这类在凸集上求凸函数的最大化问题是NP难题.尽管最大值一定在凸多面体的某个顶点达到，但顶点数是约束数 M 的指数函数，M 一般是样本量 N 的线性函数，不可能穷举所有顶点.因此，以往的文献在解决这类问题时，多是给出一个较保守的上界[1].

2 基于分片的混合遗传算法(Piece-wise based hybrid genetic algorithm)

问题(4)的特点是在一个凸定义域上，由 $X_i - b_i = 0$ 定义的超平面将定义域进一步划分为多个线性分片子区域.定义子区域 G 对应的向量 $K(G)$，有

$$k_i(G) = \begin{cases}-1, & \text{if } X_i - b_i \leqslant 0, \forall X \in G, \\ 1, & \text{if } X_i - b_i \geqslant 0, \forall X \in G.\end{cases}$$

其中 $i = 1,\cdots,n$，则式(4)可改写为:

$$\begin{cases}\min f = K^{\mathrm{T}} \cdot (X - b), \\ \text{s.t } C_j^{\mathrm{T}} \cdot X \leqslant d_j,\ \forall j = 1,\cdots,M, \\ \quad K_i \cdot (X_i - b_i) \geqslant 0, \forall i = 1,\cdots,n.\end{cases} \tag{5}$$

当 K 给定时，式(5)是一个典型线性规划问题，而 K 的变化意味着区域的变化.因此，在各个分片区域内的最优化问题可用经典线性规划算法来解决，而不同区域的选择可通过控制 K 向量来实现.据此，设计基于分片的混合遗传算法，它采用两级结构，由遗传算法提供 K 向量确定分片区域，通过线性规划算法进行局部寻优，然后，将局部最优值返回给遗传算法，作为该区域的适应值.其步骤如下:

1) 使用长度为 n 的二进制编码，随机产生初始种群，种群规模为20.

2) 对种群中每个个体 $C = (C_i)^{1\times n}, C_i \in \{0, 1\}$，构造 K 向量，$K_i = 2\times C_i - 1$，并用线性规划来求解式(5)，得到 K 所对应分片区域内的最优点 X_0，对应局部最优值为 $f(X_0)$. 以此局部最优值 $f(X_0)$ 作为个体 C 的适应值.

3) 采用规范化几何分布选择因子和简单交叉因子进行选择和交叉操作.

4) 使用二进制变异因子进行变异操作，概率为30%.

5) 在新一代中抽去最差的一个个体，将上一代中最好的个体补充上，保证精英得到保留.

6) 判断迭代代数是否大于最大迭代代数20，是，则终止，输出最好结果;否则，转回步骤2).

该算法过程中，以目标函数 $f(X)$ 作为适应值，所以最终得到的解，应具有最好的目标函数值 $f(X)$. 这一算法由两部分组成，一是线性规划，二是遗传算法.线性规划的收敛性已有明确证明，而遗传算法为随机算法，根椐概形理论，它从概率角度收敛于最优解.因此这一算法是以概率1收敛于最优解.

3 仿真实验及结果(Simulation experiment and results)

在仿真实验中，随机生成线性系统模型及 $N = 100$ 个观测点样本数据.构造其参数的投影估计的 l_1 误差上界计算问题.用基于分片的混合遗传算法与在所有分片上穷举搜索的方法进行对比分析.

实验的统计结果见表1.从表中的结果可见，混合遗传算法有很好的寻优性能，在所测试的各种维数的问题中，与最优解的平均偏差在0.5%之内，而在全部40个问题的求解中，最大偏差也仅为1.95%.而且它的运算时间对维数并不敏感.

表1 仿真实验结果统计表

Table 1 Statistics of simulation experiment results

问题规模	穷举法(上)与混合遗传算法(下)				
	优化解	平均相对偏差	最大相对偏差	达优率	运算时间/s
$n = 8$	0.651	0%	0%	100%	51.4
	0.651	0%	0%	100%	40.5
$n = 10$	1.237	0%	0%	100%	131.6
	1.235	0.12%	1.95%	80%	57.5
$n = 12$	1.422	0%	0%	100%	135.3
	1.419	0.16%	1.27%	80%	75.9

注 1) 实验中所用的遗传算法，使用美国北卡州立大学(NCSU)提供的遗传算法工具箱; 2) 表中各组数据均为10次随机实验的统计结果.

4 结论(Conclusion)

由于鲁棒辨识算法给出的不确定模型集的大小直接取决于误差上界的大小，采用本文提出的基于分片的混合遗传算法，有效地估计误差上界，对于实际应用鲁棒控制方法显然有重要意义.

(下转第980页)

4 结论(Conclusion)

为了提高FGA向最优解收敛的速度,本文首先假定认为进化种群的平均适应值随着进化代数的增加而单调增加,然后在此基础上提出了代间差分杂交算子.把带有代间差分杂交算子的FGA和普通的FGA同时用于非线性参数估计的仿真计算,计算结果表明代间差分杂交算子是有效的,并且同普通杂交算子相比它能使进化过程更快更准确地向最优解收敛.

参考文献(References)

[1] Dong Cong, Guo Xiaohua. The research and advances on some focus questions in computation intelligence [J]. Control Theory and Applications, 2000, 17(5):691 - 697 (in Chinese)

[2] Eiben A E, Rudolph G. Theory of evolutionary algorithms: a bird's eye view[J]. Theoretical Computer Science 1999,229(1):3 - 9

[3] Pan Zhengjun, Kong Lishan. Evoulutionary Algorithms [M]. Beijing:Tsinghua University Press,1998 (in Chinese)

[4] Jiang Bo, Wang Bingwen. Parameter estimation of nonlinear system based on genetic algorithms [J]. Control Theory and Applications, 2000,17(1):150 - 152 (in Chinese)

本文作者简介

汪剑鸣 1974年生.现为天津大学自动化学院博士研究生.主要研究方向:自动控制的智能化、网络化. Email: sword4000@eyou.com

许镇琳 1939年生.现为天津大学自动化学院教授,博士生导师.主要研究方向:自动化,电力电子与电力传动.

(上接第976页)

参考文献(References)

[1] Hen J,Nett C N. The Caratheodory-Fejer problem and H_∞/l_1 identification: a time domain approach [J]. IEEE Trans. Automatic Control, 1995, 40(4): 729 - 735

本文作者简介

高 林 1973年生.分别在1993年、1996年、1999年于东北大学自动控制系本科、硕士、博士毕业.清华大学博士后.研究方向:复杂系统的建模,优化与仿真,智能优化方法,计算机应用. Email: lingao_neu@263.net

王书宁 1956年生.1982年湖南大学电气工程系本科毕业.1984年和1988年于华中理工大学自动控制系硕士、博士毕业.现为清华大学自动化系教授、博士生导师.主要研究方向为系统辨识,参数估计,优化理论和算法以及决策分析.

王 伟 1975年生.1995年江苏理工大学本科毕业.现为清华大学自动化系硕士生.