

基于 H_∞ 控制理论的 2-DOF 内模控制器设计 及其在电力系统中的应用

李树荣, 王 钊

(石油大学(华东)自动化系, 山东 东营 257061)

摘要: 给出一种基于 H_∞ 控制理论的二自由度内模控制器设计方法. 考虑了标称模型与实际模型之间存在乘性摄动时的失配性, 利用适当的状态变换, 将跟踪问题的控制器设计转化为一个调节问题的标准 H_∞ 控制器设计问题, 再利用 H_∞ 输出动态反馈完成了控制器设计. 以电力系统模型为例设计了一个二自由度 H_∞ 励磁控制器, 仿真结果表明了此控制器的有效性.

关键词: H_∞ 控制; 二自由度; 内模控制; 励磁控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Design of two-degree-of-freedom internal model controller based on H_∞ control theory and its application to electrical systems

LI Shu-rong, WANG Zhao

(Department of Automation, University of Petroleum (East China), Shandong Dongying 257061, China)

Abstract: A two-degree-of-freedom (2-DOF) internal model controller (IMC) is synthesized based on H_∞ control theory. The multiplicative perturbation between nominal model and real model is considered. By suitably changing state, the controller design of tracking problem is turned into that of regulating problem. Then by using H_∞ dynamic output feedback, the design procedure of the controller is finally completed. A 2-DOF H_∞ excitation controller of a power system is designed. Simulation is given to illustrate the validity of the controller.

Key words: H_∞ control; two degrees-of-freedom; internal model control; excitation control

1 引言(Introduction)

控制规律大都基于系统模型, 本文采用的系统模型就是标称模型. 但是当对象参数随时间缓慢变化或建模中存在未考虑因素时, 实际模型与标称模型之间存在模型的不匹配.

近几十年来发展起来的鲁棒控制理论更加强调了模型的不确定性, 很多学者通过 H_∞ 优化来研究鲁棒问题. 首先提出 H_∞ 控制问题的是 Zames^[1]. 1988 年, Doyle 等人在全美控制年会上发表的 DGKF 论文^[2]提出了状态空间 H_∞ 控制器求解公式, 仅需解两个代数 Riccati 方程便可求得 H_∞ 控制器. 1994 年, Iwasaki 和 Skelton 提出了线性矩阵不等式(LMI)方法^[3], 使控制器设计和求解变得更为简单.

内模控制可以较好的解决跟踪问题, 在工业过程中有着广泛的应用^[4]. 内模控制的主要特征是将对象的精确模型作为控制器的一部分, 其控制器设

计包含了对象的精确模型. 在模型与对象失配时, 即使对象和内模控制器都稳定, 闭环系统仍有可能不稳定. 在内模控制系统中, 是通过在控制器前附加一个滤波器来实现的. 文献[5]给出了离散情况下对象模型存在加性摄动时的一种二自由度内模控制器设计方法.

本文提出了一种二自由度内模控制设计方法, 解决了对象模型存在乘性摄动时控制器的设计问题. 文中通过状态变换将跟踪问题转化为调节问题, 以输电系统为例, 采用 H_∞ 输出动态反馈控制规律设计二自由度内模控制器, 具有较好的仿真结果.

2 鲁棒内模控制(Robust internal model control)

A) 内模控制.

对稳定系统而言, 内模控制(IMC)系统结构如图 1 所示. 其中 G_p 表示实际对象, 一般说来, G_p 是

不能准确获得的. G_m 表示过程的标称对象, 是已知的. 信号 d_k 表示干扰对过程输出 y_{pk} 的影响. 过程输出 y_{pk} 受到量测噪声 n_k 的污染. 信号 $\tilde{d}_k$ 表示过程的不确定性. 控制目标是保持 y_{pk} 接近设定点 r_k 的值. 为简单起见, 假设 $n_k = 0$.

反馈信号

$$\tilde{d}_k = (G_p - G_m)u_k + d_k. \quad (1)$$

如果模型精确 ($G_m = G_p$) 以及没有干扰 ($d_k = 0$), 那么模型输出 y_{mk} 等于过程输出 y_{pk} , 反馈信号 $\tilde{d}_k = 0$. 这样当无不确定性时, 即没有模型不确定性和未知的输入 d_k 时, 控制系统是开环的. 这表明对于稳定的过程, 反馈的出现是由于存在不确定性.

假设 $G_m = G_p$ 并且 $d_k \neq 0$, 易知 $\tilde{d}_k = d_k$. 因此, 图1的内模结构可以变为图2所示的模型匹配问题(前馈问题).

对于图2中的内模结构, 灵敏度函数 $S(z)$ 和补灵敏度函数 $T(z)$ 给定如下^[6]:

$$S(z) = I - G_m Q, \quad (2)$$

$$T(z) = G_m(Q). \quad (3)$$

假设模型准确 ($G_m = G_p$), 图1中的IMC系统内稳定当且仅当对象模型 G_m 和控制器模型 Q 是稳定的.

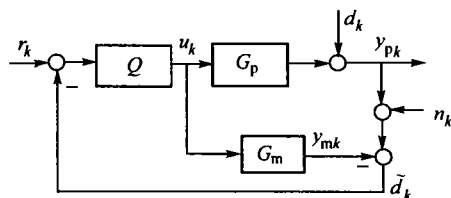


图1 内模控制结构
Fig. 1 Internal model control scheme

实际上, 标称模型和实际模型之间存在未知的模型误差. 在内模控制结构里, 模型误差一般可以表示为乘性摄动, 即 $G_p = (I + \Delta a) G_m$. 一般说来, 不确定性通常假设为有上界或某种结构. 当具有乘性摄动 $(I + \Delta a) G_m$ 时, 式(1)中的 $\tilde{d}_k$ 将因模型误差而包含额外的一项

$$\tilde{d}_k = \Delta a G_m u_k + d_k. \quad (4)$$

这多出的一项干扰同样会影响到输出信号 y_{pk} :

$$y_{pk} = (G_m + \Delta a G_m) u_k + d_k. \quad (5)$$

因此, 图2中的IMC模型可以进一步化为具有干扰的情形, 如图3所示.

从这个控制器结构中可知, 信号 u_k 和 y_{pk} 如下:

$$u_k = (I + Q \Delta a G_m Q)^{-1} Q (r_k - d_k), \quad (6)$$

$$y_{pk} = (I + \Delta a) G_m Q (I + \Delta a G_m Q)^{-1} r_k + (I - G_m Q) (I + \Delta a G_m Q)^{-1} d_k. \quad (7)$$

由图3和等式(6), (7)可知, Q 处的反馈 $\Delta a G_m$ 使图2中的前馈变成了反馈. 因此, 控制结构的稳定性完全由 $(I + \Delta a G_m Q)^{-1}$ 决定. 而且, $(I + \Delta a G_m Q)^{-1}$ 稳定当且仅当 $\|Q G_m \Delta a\|_\infty < 1$. 由于

$$\|Q G_m \Delta a\|_\infty \leq \|Q\|_\infty \|G_m \Delta a\|_\infty. \quad (8)$$

因此图3中的系统稳定, 如果

$$\bar{\sigma}(Q) < [\bar{\sigma}(G_m \Delta a)]^{-1}. \quad (9)$$

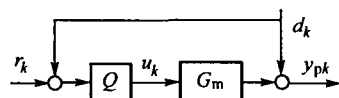


图2 IMC等效结构图
Fig. 2 An equivalent IMC scheme

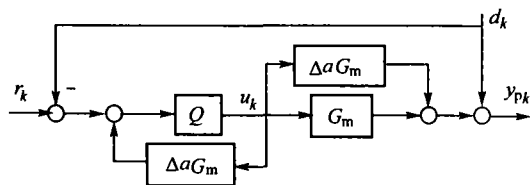


图3 具有乘性摄动的IMC等效图
Fig. 3 An equivalent IMC scheme with multiple perturbation
B) 2-DOF 内模控制结构.

为了增加设计时的自由参数, 采用二自由度设计方法. 2-DOF IMC 控制器的设计结构如图4所示. 内模控制器 Q 分解为 $Q = [Q_1 \quad Q_2]$. Q_1 是滤波器, Q_2 是反馈控制器.

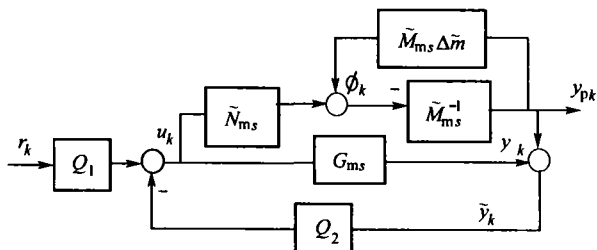


图4 2-DOF IMC 设计图
Fig. 4 2-DOF IMC design configuration

对于设计过程有以下注释:

1) 当参考信号 r_k 为阶跃输入时, 为了使输出 y_{pk} 跟上 r_k , 由内模理论知, 前向通道应包含一个积分环节 $\frac{1}{s}$, 但这样就不能满足开环稳定的条件, 因此

选取权因子 $W = \frac{1}{s+a}$ (a 为小正数) 来逼近 $\frac{1}{s}$. 设增广的对象模型为

$$G_{ms} = G_m W = \begin{bmatrix} A_{ms} & B_{ms} \\ C_{ms} & D_{ms} \end{bmatrix} = \tilde{M}_{ms}^{-1} \tilde{N}_{ms}.$$

由文献[7]可知

$$\tilde{M}_{ms}^{-1} = \begin{bmatrix} A_{ms} & -H \\ C_{ms} & I \end{bmatrix}, \quad \tilde{N}_{ms} = \begin{bmatrix} A_H & B_H \\ C_{ms} & D_{ms} \end{bmatrix}.$$

其中 H 为使 $A_H = A_{ms} + HC_{ms}$ 稳定的适当矩阵, $B_H = B_{ms} + HD_{ms}$.

2) 具有加权函数 W 的实际对象可以表示为

$$(\tilde{M}_{ms} + \Delta\tilde{m})^{-1}\tilde{N}_{ms}.$$

$(\tilde{M}_{ms}, \tilde{N}_{ms})$ 是属于所有解析的有理函数空间的标准化互质因子, $\Delta\tilde{m}$ 是代表不确定性的稳定的未知传递函数.

需要说明的是,为了将跟踪问题转化为调节问题,需要变换状态.令 $e_k = r_k - y_{pk}$ 作为一个新的状态变量.现在的问题是构造标准的 H_∞ 最优控制问题使得从 r_k, ϕ_k 到 u_k, e_k 的传递函数的 ∞ -范数最小,其中 ϕ_k 表示由对象模型不确定性产生的输入.我们的目标是对于不确定性 $\Delta\tilde{m}$ 除了鲁棒稳定性外还提供鲁棒的跟踪,可以进一步转化成图 5 中的标准调节器形式.

如图 5 所示, ω_k 是所有外部信号(此处为 $[r_k^T \ \phi_k^T]^T$)的向量, z_k 是所有要求最小化的向量(此处为 $[C_1^T e_k^T \ C_2^T u_k^T]^T$),其中 C_1^T 和 C_2^T 可自行设定. u_k 是控制信号向量, y_k 是对控制器可利用的量测信号(此处为 $[r_k^T \ \tilde{y}_k^T]^T$).

由图 4 易知

$$y_{pk} = G_{ms} u_k + \tilde{y}_k,$$

$$\tilde{y}_k = \tilde{M}_{ms}^{-1} \phi_k,$$

$$e_k = r_k - y_{pk}.$$

设 G_{ms} 的状态空间实现为

$$G_{ms} = \left[\begin{array}{c|c} A_{ms} & B_{ms} \\ \hline C_{ms} & 0 \end{array} \right]$$

经过状态变换后广义对象 P_{imc} 的一个状态空间实现给定如下:

$$\dot{x} = Ax + B_1 w_k + B_2 u_k,$$

$$z_k = C_1 x + D_{12} u_k,$$

$$y_k = C_2 x + D_{21} w_k,$$

简记为

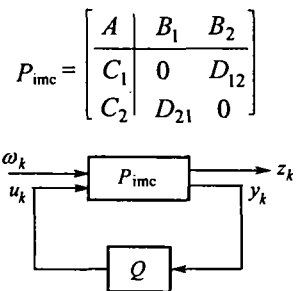


图 5 标准调节问题

Fig. 5 The standard regulating problem

3 基于 H_∞ 理论的 2-DOF 控制器设计 (2-DOF controller design based on H_∞ theory)

在完成了将跟踪问题转化为 H_∞ 标准问题之后, H_∞ 控制器的设计可以由下述过程给出. 采用输出动态反馈 H_∞ 控制^[8], 设对象(10)满足下述条件:

1) (A, B_1) 是可稳定的, (C_1, A) 是可检测的;

2) (A, B_2) 是可稳定的, (C_2, A) 是可检测的;

3) $\text{rank } D_{12} = m_2, \text{rank } D_{21} = p_2$.

则使闭环系统内部稳定, 而且由 ω 到 z 的闭环传递函数矩阵满足 $\|T_{zw}(s)\|_\infty < 1$ 的 H_∞ 动态输出反馈控制器为

$$\dot{\xi} = \bar{A}\xi + \bar{B}_1 y_k + \bar{B}_2 u_k, \quad (11a)$$

$$u_k = F\xi. \quad (11b)$$

其中

$$\bar{A} = A + \gamma^{-2} B_1 B_1^T X + LC_2 + \gamma^{-2} LD_{21} B_1^T X,$$

$$\bar{B}_1 = -L, \bar{B}_2 = B_2,$$

$$F = -(D_{12}^T D_{12})^{-1} (XB_2 + C_1^T D_{12})^T,$$

$$L = -(I - \gamma^{-2} YX)^{-1} (YC_2^T + B_1 D_{21}^T) (D_{21} D_{21}^T)^{-1}.$$

X 和 Y 满足如下 3 个条件:

a) 存在半正定矩阵 $X \geq 0$, 满足 Riccati 方程

$$A^T X + XA + \gamma^{-2} X B_1 B_1^T X + C_1^T C_1 - (XB_2 + C_1^T D_{12}) (D_{12}^T D_{12})^{-1} (XB_2 + C_1^T D_{12})^T = 0. \quad (12a)$$

b) 存在半正定矩阵 $Y \geq 0$, 满足 Riccati 方程

$$YA^T + AY + \gamma^{-2} Y C_1^T C_1 Y + B_1 B_1^T - (YC_2^T + B_1 D_{21}^T) (D_{21} D_{21}^T)^{-1} (YC_2^T + B_1 D_{21}^T)^T = 0. \quad (12b)$$

c) X 和 Y 满足

$$I - \gamma^{-2} YX > 0. \quad (12c)$$

写成传递函数形式为

$$u_k = F(sI - \bar{A})^{-1} \bar{B}_1 y_k = [Q_1 \ Q_2] y_k.$$

4 励磁系统的 2-DOF 内模控制器设计 (2-DOF internal model controller design of excitation system)

考虑一个发电机励磁系统模型^[9]

$$\dot{x} = A_m x + B_m u, \quad (13a)$$

$$y_{mk} = C_m x. \quad (13b)$$

其中, 各变量的物理意义如下:

x_1 : 电磁功率的偏差; x_2 : 转速增量; x_3 : 发电机的端电压的偏差; u : 励磁绕组电压标么值的增量; y_{mk} : 发电机的端电压的偏差.

在设计的最优运行点, A 矩阵及 B 矩阵的各元素的数值可取为(见文献[9]第 175 页)

$$A_m = \begin{bmatrix} -0.215 & 0.691 & -0.125 \\ -39.3 & -0.625 & 0 \\ -0.134 & -0.0015 & -0.078 \end{bmatrix},$$

$$B_m = \begin{bmatrix} 0.081 \\ 0 \\ 0.051 \end{bmatrix}.$$

对该系统选取权值函数 $W = \frac{1}{s + 10^{-4}}$, 得到增广对象 G_{ms} . 令 $e_k = r_k - y_{pk}$, 做状态变换, 可以得到最终的 P_{ime} 模型. 采用第3部分所述的 H_∞ 输出动态反馈设计控制律, 得到如式(11)所示的控制器状态空间形式.

考虑初始时刻各状态值均为 0.1, 在 20s 时给定幅值为 0.5 的阶跃输入. 利用 MATLAB 在计算机上进行仿真, 得到 y_{pk} 和 u_k 的闭环响应曲线(实线), 与 PID 控制结果(虚线)进行比较, 仿真曲线如图 6、图 7 所示.

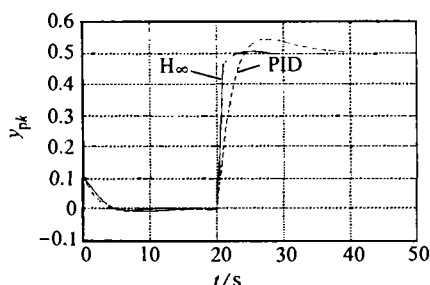


图 6 y_{pk} 闭环响应图

Fig. 6 The response of y_{pk} of closed loop system

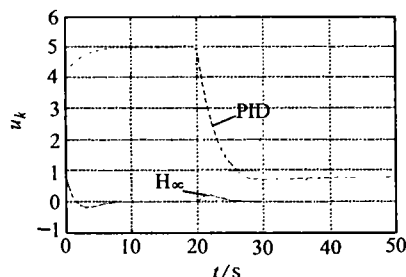


图 7 u_k 闭环响应图

Fig. 7 The response of u_k of closed loop system

5 结论(Conclusions)

本文提出了一种基于 H_∞ 控制理论的二自由度内模控制器的设计方法, 解决了存在乘性摄动时控

制器的设计问题. 文中通过状态变换将跟踪问题转化为调节问题, 利用 H_∞ 输出动态反馈控制器设计方法设计控制器. 通过励磁系统的仿真研究, 表明所设计的 2-DOF 内模控制器具有较好的跟踪性能和鲁棒性能.

参考文献(References):

- [1] ZAMES G. Feedback and optimal sensitivity: model reference transformations, multiplicative seminars, and approximate inverses [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1981, 26(2): 301 - 320.
- [2] DOYLE J, GLOVER K, KHARGONEKAR P, et al. State-space solution to standard H_∞ and H_2 control problems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(8): 831 - 846.
- [3] IWASAKI T, SKELTON R E. All controllers for the general control problem: LMI existence conditions and state space formulas [J]. *Automatica*, 1994, 30(8): 1307 - 1317.
- [4] GARCIA C E, MORARI M. Internal model control (I): a unifying review and some new results [J]. *Industrial & Engineering Chemistry Process Design and Development*, 1982, 21(2): 308 - 323.
- [5] MURAD G A, GU D W, POSTLETHWAITE I. Robust internal model control of a binary distillation column [A]. *IEEE Int Conference on Industrial Technology* [C]. [s.l.]: [s.n], 1996, 194 - 198.
- [6] DOYLE J C, FRANCIS B A, TANNENBAUM A R. *Feedback Control Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1993 (in Chinese).
- [7] SHEN Tielong. *H_∞ Control Theory and Application* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996 (in Chinese).
- [8] WU Min, GUI Weihua. *Modern Robust Control* [M]. Wuhan: Central South Industry University Press, 1998 (in Chinese).
- [9] LU Qiang, WANG Zhonghong, HAN Yingduo. *Optimal Control of Power System* [M]. Beijing: Science Press, 1982 (in Chinese).
- [10] XUE Dingyu. *The Computer Aided Design of Control System - MATLAB Language and Application* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996 (in Chinese).

作者简介:

李树荣 (1966—), 男, 博士, 教授. 1987年毕业于山东大学, 获学士学位, 1990年及1993年毕业于中科院系统科学研究所, 分别获硕士和博士学位, 1993年至1995年于清华大学从事博士后研究工作. 1995年以后在石油大学(华东)自动化系工作. 研究领域是控制理论及应用, 数学机械化, 非线性控制及鲁棒控制. 已公开发表论文50多篇. Email: lishuron@hdpu.edu.cn;

王钊 (1976—), 男, 硕士. 研究方向为鲁棒控制.