

基于一种新模糊模型的非线性系统模糊辨识

刘福才^{1,2}, 关新平², 裴 润¹

(1. 哈尔滨工业大学 控制工程系, 黑龙江 哈尔滨 150001; 2. 燕山大学 自动化系, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 提出一种基于新的模糊模型和加权递推最小二乘算法(WRLSA)的非线性系统模糊辨识方法. 新型的具有插值能力的模糊系统可以通过学习从输入输出采样数据中提取 MISO 系统模糊规则, 它继承了 Sugeno 模型及其变化形式的许多优点. 采用相应的模糊隶属函数, 使得被辨识的模型可用若干局部线性模型来表示, 然后利用 WRLSA 拟合这些线性模型. 给出了详细的模糊辨识算法, 为了验证该辨识方法的有效性, 还给出了对熟知的 Box-Jenkins 数据的辨识结果.

关键词: 模糊建模; 模糊 if-then 规则; 加权递推最小二乘算法; 启发式方法

中图分类号: TP15 **文献标识码:** A

Fuzzy identification based on new fuzzy model for nonlinear systems

LIU Fu-cai^{1,2}, GUAN Xin-ping², PEI Run¹

(1. Department of Control Engineering, Harbin Polytechnic University, Heilongjiang Harbin 150001, China;

2. Department of Automation, Yanshan University, Hebei Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: A fuzzy identification method for nonlinear systems is suggested based on a new fuzzy model and weighted recursive least square algorithm (WRLSA). The new fuzzy system with interpolating capability extracts fuzzy rules of MISO system from input-output sample data through learning, and inherits many merits from Sugeno-type models and their variations. Through using suitable fuzzy membership function, the identified fuzzy model can be described by several local linear models. And finally, WRLSA is used to fit these linear models. The new fuzzy identification algorithm is proposed. To demonstrate availability of the identification method, the well-known Box-Jenkins data set is also identified.

Key words: fuzzy modeling; fuzzy if-then rules; WRLSA; heuristic method

1 引言(Introduction)

由于模糊模型的非线性特性, 用于描述实际系统是很成功的, 从而引起了人们对模糊建模研究的积极性. 到目前为止已经有许多关于模糊建模研究的报道^[1]. 它们当中有的是基于模式识别技术, 有的是基于系统规划理论的. 在文[2]中, 提出一种应用参考模糊集合的模糊模型辨识算法. 另外, 其它的如基于神经网络的方法也提出来了.

Kim 等人结合文[3,4]的优点于 1997 年提出了一种新的模糊建模方法. 它能够像 Takagi 和 Sugeno 模型那样采用较少的模糊规则数描述给定的未知系统, 而且能像 Sugeno 和 Yasukawa 模型那样容易实现. 提出的模型具有 Takagi 和 Sugeno 模型的类似结构, 其辨识过程与 Sugeno 和 Yasukawa 模型简单的

辨识过程极为相似. 1999 年 Lo Ji-Chang 等人提出了一种扩展 T-S 模型的新的模糊模型, 它可以用一种简单算法逼近一个给定的未知系统, 这种模型具有文[3,4]所提出的各种模型的许多优点. 在这种模糊建模方法中, 前提参数辨识采用简单的三角形隶属函数, 并结合启发式方法^[5], 提出一种启发式误差反馈学习方法, 用于辨识结论参数. 虽然上述两种辨识方法辨识精度较高, 但由于存在模糊聚类或递推学习过程, 影响了模型辨识的快速性.

本文在文[6]的基础上, 提出了一种基于新模糊模型的辨识方法, 前提参数辨识采用三角形隶属函数, 结论参数辨识采用加权递推最小二乘算法(WRLSA), 提高了非线性系统模糊建模的精度及算法的快速性.

2 新模糊模型(New fuzzy model)

为了理解这种新的模糊模型,首先要做一些定义.

定义 1 (模糊中距离的概念) 隶属函数 $1 - A(x)$ 叫做模糊形式中从元素 x 到 A 的中心的距离(或不确定性).其几何说明如图 1 所示^[6].

假定给出了一系列描述系统输入输出特性的数据对: $(x_{1p}, x_{2p}, \dots, x_{np}; y_p), p = 1, 2, \dots, m$. 现在的任务是从这些输入输出数据对中产生一系列模糊规则,并用这些规则确定一种对应关系 $f: (x_1, x_2, \dots, x_n) \rightarrow y$. 对于一个 MISO 系统,采用下面的模糊模型形式

$$\begin{cases} R^i: \text{If } x_1 \text{ is } A_1^i \text{ and } x_2 \text{ is } A_2^i \cdots \text{ and } x_n \text{ is } A_n^i, \text{ then} \\ y^i = b_0^i + (1 - A_1^i(x_1))b_1^i + (1 - A_2^i(x_2))b_2^i + \\ \cdots + (1 - A_n^i(x_n))b_n^i = \\ b_0^i + \sum_{j=1}^n (1 - A_j^i(x_j))b_j^i = \sum_{j=0}^n (1 - A_j^i(x_j))b_j^i, \\ A_0^i(x_0) = 0, i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (1)$$

这里 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 与 y 是表示过程状态变量和控制变量的语言变量. 假设输入输出数据对均是正实数, $A_j^i(x_j)$ 可以是三角形、钟形或其他形式的隶属函数,它是第 j 个输入相对于第 i 个规则的隶属度; b_j^i 是一个实数,其结论部分表示为过程状态变量 $x_1, x_2, \dots, x_n$ 的一个非线性函数; N 是模糊规则数, n 代表输入变量个数. 为了确定(1)中每条规则的结论系数 b_j^i , 文[6]提出了一种结合误差反馈学习的启发式方法.

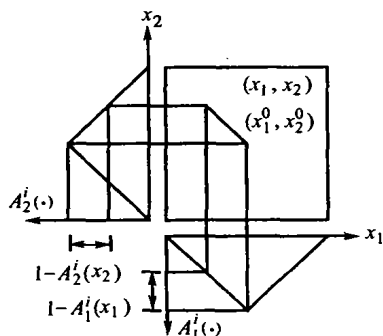


图 1 模糊形式中距离的概念

Fig. 1 Distance in fuzzy form

关于推理,对第 i 个规则($1 \leq i \leq N$)的权值(匹配度)是通过乘积算子来定义的,

$$X = \begin{bmatrix} v_1^1 \cdots v_1^N & v_1^1(1 - A_1^1(x_{11})) \cdots v_1^N(1 - A_1^N(x_{11})) & \cdots & v_1^1(1 - A_1^1(x_{n1})) \cdots v_1^N(1 - A_1^N(x_{n1})) \\ v_2^1 \cdots v_2^N & v_2^1(1 - A_1^1(x_{12})) \cdots v_2^N(1 - A_1^N(x_{12})) & \cdots & v_2^1(1 - A_1^1(x_{n2})) \cdots v_2^N(1 - A_1^N(x_{n2})) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ v_m^1 \cdots v_m^N & v_m^1(1 - A_1^1(x_{nm})) \cdots v_m^N(1 - A_1^N(x_{nm})) & \cdots & v_m^1(1 - A_1^1(x_{nm})) \cdots v_m^N(1 - A_1^N(x_{nm})) \end{bmatrix}, \quad (8)$$

$$w^i = A_1^i(x_1) \times A_2^i(x_2) \times \cdots \times A_n^i(x_n).$$

推理输出 y 是考虑 w^i 对 y^i 的加权平均:

$$\begin{cases} y = \frac{\sum_{i=1}^N w^i y^i}{\sum_{i=1}^N w^i} = \frac{\sum_{i=1}^N w^i (\sum_{j=0}^n (1 - A_j^i(x_j)) b_j^i)}{\sum_{i=1}^N w^i}, \\ A_0^i(x_0) = 0, i = 1, 2, \dots, N. \end{cases} \quad (2)$$

一旦模型建立,就可以详细讨论如何确定它的系数.一种将应用在反馈控制中的误差反馈概念和启发式方法相结合的辨识算法发展起来了,与其它应用复杂优化算法的方法相比,此方法具有直观性,有说服力,计算简单等特点(参见文[6]).这里将采用加权递推最小二乘算法对新模型进行参数辨识.

3 参数辨识(Parameter identification)

设辨识对象为 $P(U, Y)$, U 为系统的输入, Y 为系统的输出, $U \in \mathbb{R}^n$, $Y \in \mathbb{R}^q$. 因为对于这样 MIMO 系统,可以分为 q 个 MISO 子系统进行辨识,因此只讨论 MISO 系统的辨识.

设系统的模型为上面所提到的新的模糊模型(1),系统的输出可表示为式(2).

定义

$$v_p^i = w_p^i / \sum_{i=1}^N w_p^i, \quad (3)$$

于是模糊系统的输出为

$$\begin{aligned} y_p &= \sum_{i=1}^N v_p^i y_p^i = \\ &= \sum_{i=1}^N v_p^i (b_0^i + (1 - A_1^i(x_{1p}))b_1^i + \\ &+ (1 - A_2^i(x_{2p}))b_2^i + \cdots + (1 - A_n^i(x_{np}))b_n^i). \end{aligned} \quad (4)$$

定义目标函数为

$$J = \sum_{p=1}^m (y_p - \hat{y}_p)^2 = \sum_{p=1}^m (y_p - \sum_{i=1}^N v_p^i y_p^i)^2. \quad (5)$$

式(5)中 y_p 是系统的实际值, $\hat{y}_p$ 是模型输出值.

通过求 J 的最小化求参数 $b_j^i (i = 1, 2, \dots, N, j = 0, 1, 2, \dots, n)$.

定义

$$Y = [y_1 \ y_2 \ \cdots \ y_m]^T, \quad (6)$$

$$P = [b_0^1 \cdots b_0^N \ b_1^1 \cdots b_1^N \ \cdots \ b_n^1 \cdots b_n^N]^T, \quad (7)$$

则式(4)可表示成

$$Y = XP. \quad (9)$$

其中 X 为 $m \times N(n+1)$ 的矩阵. 这是一个典型的最小二乘估计问题, 可有如下公式求得参数向量 P :

$$P = (X^T X)^{-1} X^T Y. \quad (10)$$

为了迭代优化结论参数向量 P 以及避免矩阵求逆, 适应在线辨识与控制的需要, 本文利用如下指数加权的递推最小二乘算法公式求得结论参数向量 P .

$$P_{k+1} = P_k + \frac{S_{k+1} \cdot X_{k+1}^T \cdot (y_{k+1} - X_{k+1} \cdot P_k)}{Q + X_{k+1} \cdot S_k \cdot X_{k+1}^T}, \quad (11)$$

$$S_{k+1} = S_k - \frac{S_k \cdot X_{k+1}^T \cdot X_{k+1} \cdot S_k}{Q + X_{k+1} \cdot S_k \cdot X_{k+1}^T}, \quad (12)$$

$$k = 0, 1, \dots, m-1.$$

这里 X_{k+1} 表示式(8)的第 $k+1$ 个行向量, y_{k+1} 是 Y 的第 $k+1$ 个元素, P 是结论参数向量, S 是递推最小二乘公式的增益矩阵, $P_0 = 0$, $S_0 = C \cdot I$, C 一般取大于 10000 的实数, Q 取指数加权形式 $\exp(-\text{number}/K)$, number 为迭代次数, K 取大于 30 的正整数.

本文提出的完整的模糊辨识算法总结如下:

- 1) 初始设置 N 和 n ;
- 2) 根据三角形隶属函数计算前提参数 $A_j^i(x_j)$;
- 3) 根据式(8)形成 X ;
- 4) 利用式(11)和(12)求得 P ;
- 5) 计算性能指标 J (本文的性能指标 $J =$

$\sum_{p=1}^m (y_p - \hat{y}_p)^2 / m$). 如果 J 小于阈值或相邻两次不变, 则转 6), 否则转 4);

6) 如果 J 满足辨识精度, 则辨识算法结束, 否则增加 N , 转 2).

4 仿真实例 (Simulation examples)

在这节, 本文将证明提出的辨识方法应用于一些非线性系统中的有效性. 所有的例子是在 PIII800 上采用 Matlab5.3 完成的. 在这些例子中, 每一个输入空间取相等的划分: 每一个输入空间 x_j 的间隔区间 $[M_j^-, M_j^+]$ 可以获得 N 个不同的划分, 见图 2. 其中, $M_j^- = \min\{x_{jp} : p = 1, 2, \dots, m\}$, $M_j^+ = \max\{x_{jp} : p = 1, 2, \dots, m\}$. 需要说明的是, 若采用其它形式的隶属函数, 需要对权值 w^i 进行标准化.

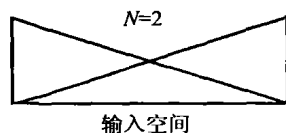


图 2 输入空间的不同划分
Fig. 2 Different partitions on input space

本文选用著名的 Box 和 Jenkins 煤气炉数据作为检验本方法的数据^[1,6]. 选择煤气的流量 $u(k)$, $u(k-1)$, $u(k-2)$ 及 CO_2 浓度 $y(k-1)$, $y(k-2)$ 和 $y(k-3)$ 作为模糊模型的输入变量, 输出为 k 时刻的 CO_2 浓度 $y(k)$. 每一个输入变量划分为两个模糊集合. 若按传统的模糊概念, 模糊规则数将为 $2^6 = 64$, 然而这里只采用两个模糊规则, 其形式如下:

R^1 : If $u(k)$ is small₁ ... and $y(k-3)$ is small₆, then
 $y^1 = b_0^1 + (1 - A_1^1(u(k)))b_1^1 + \dots + (1 - A_6^1(y(k-3)))b_6^1.$

R^2 : If $u(k)$ is large₁ ... and $y(k-3)$ is large₆, then
 $y^2 = b_0^2 + (1 - A_1^2(u(k)))b_1^2 + \dots + (1 - A_6^2(y(k-3)))b_6^2.$

表 1 列出了其它模糊辨识方法在相同的性能指标(模型输出与实测值间的均方误差)下的结果. 从表 1 可见本文的辨识方法有较高的精度.

表 1 本文模型与其它模型的比较

Table 1 Comparison of this model with other models

模型名称	输入变量数	规则数	均方误差	t_{cpu}/s
Tong 模型 ^[3]	2	19	0.469	—
Pedrycz 模型 ^[2]	2	81	0.320	—
Xu 模型 ^[3]	2	25	0.328	—
Sugeno 模型 ^[3]	3	6	0.190	—
Gomez 模型 ^[7]	6	2	0.059	8.68
本文模型	6	2	0.0572	0.38
Kim 模型 ^[1]	6	2	0.0551	4.34
Lo 模型 ^[6]	6	2	0.062	180.93

为了比较每一种辨识算法所需的计算时间, 我们用每一种方法从 296 对数据中产生模糊 if-then 规则并进行参数辨识. 表 1 列出了具有相同输入变量数和模糊规则数的四种辨识方法在 PIII800 上所需的 CPU 时间. 从表 1 可以看到本文提出的方法与模糊聚类方法^[7]、误差反馈学习方法^[6]和模糊聚类加

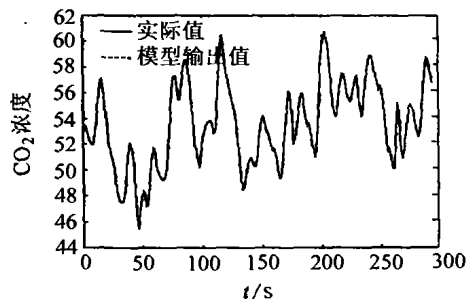


图 3 模型输出值与真实值的比较
Fig. 3 The identifying model output in comparison with the actual output

梯度下降学习方法^[1]相比所需 CPU 时间最短.这也是本文提出方法的优点之一.图3中实线是实际系统,虚线是模型输出.

5 结束语(Conclusion)

基于一种新的模糊模型,用三角形隶属函数代替模糊聚类隶属函数,用加权递推最小二乘法代替启发式误差反馈学习算法,从而大大缩短了非线性系统模糊模型的建模时间,适用于在线辨识与控制.仿真结果表明了这种方法的有效性与实用性.

参考文献(References):

- [1] KIM E, PARK M, JI S, et al. A new approach to fuzzy modeling [J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 1997, 5(3):328-337.
- [2] PEDRYCZ W. An identification algorithm in fuzzy relational systems [J]. *Fuzzy Sets and System*, 1984, 13(2): 153-167.
- [3] SUGENO M, YASUKAWA T. A fuzzy-logic-based approach to qualitative modeling [J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 1993, 1(1): 7-31.
- [4] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its application to modeling and control [J]. *IEEE Trans Systems, Man,*

and Cybernetics, 1985, 15(1):116-132.

- [5] NOZAKI K, TANAKA H. A simple but powerful heuristic method for generating fuzzy rules from numerical data [J]. *Fuzzy Sets and System*, 1997, 86(3): 251-270.
- [6] LO Ji-Chang, YANG Chien-Hsing. A heuristic error-feedback learning algorithm for fuzzy modeling [J]. *IEEE Trans Systems, Man, and Cybernetics*, 1999, 29(6): 686-691.
- [7] GOMEZ-SKARMETA A F, DELGADO M, VILA M A, et al. About the of fuzzy clustering techniques for fuzzy model identification [J]. *Fuzzy Sets and Systems*, 1999, 106(2):179-188.

作者简介:

刘福才 (1966—),男,1989年和1994年于东北重型机械学院自动控制系分别获学士学位和硕士学位.现为燕山大学电气工程学院自动化系副教授,哈尔滨工业大学控制工程在读博士生.目前参加国家杰出青年基金和省自然科学基金2项,获省市级以上奖励3项,发表论文60余篇.研究方向为模糊辨识与预测控制,电力拖动及其计算机控制. Email:lfc_xb@263.net;

关新平 (1963—),男,博士,燕山大学电气工程学院院长,教授,博士生导师.主要研究方向为鲁棒控制,时滞系统,混沌系统,神经网络,ATM网络控制.在国内外刊物发表论文80余篇.

裴润 (1939—),男,现为哈尔滨工业大学控制工程系教授,博士生导师.主要研究方向为非线性预测控制,机器人控制,计算机控制.

(上接第112页)

5 结束语(Conclusion)

在衰减激励条件下,对随机系统最小均方算法的收敛性分析表明:只要衰减指数 ϵ 满足 $0 \leq \epsilon < 1/4$ 时,最小均方算法给出的参数估计误差就收敛于零,而条件数可以是无界的,这放宽了最小二乘收敛的条件.因为衰减激励信号对系统的影响只是暂时的(短时间的),而又可保证参数估计的收敛性,这对于提高辨识算法的应用效果具有重要意义.

参考文献(References):

- [1] BITTANTI S, BOLZERN P, CAMPI M. RLS identification algorithms with incomplete excitation: convergence analysis and application to adaptive control [J]. *IEEE Trans Automatic Control*, 1990, 35(12):1371-1373.
- [2] VIANO M C. Partial convergence of extended least squares for insufficiently excited linear systems [J]. *Int J Adaptive Control and Signal Processing*, 1990, 4(3):207-217.
- [3] CHEN H F, GUO L. Adaptive control via consistent estimation for deterministic systems [J]. *Int J Control*, 1987, 45(6):2183-2202.
- [4] DING Feng, YANG Jiaben. Convergence analysis of multi-innovation identification under attenuating excitation condition for deterministic systems [J]. *J of Tsinghua University*, 1998, 38(9):111-115 (in Chinese).
- [5] GOODWIN G C, SIN K S. *Adaptive filtering prediction and control* [M]. Englewood Cliffs, NJ:Prentice-Hall, 1984.
- [6] GUO Lei. *Time-Varying Stochastic Systems: Stability, Estimation and Control* [M]. Changchun: Jilin Science and Technology Press,

1993 (in Chinese).

- [7] DING Feng, XIE Xinmin, FANG Chongzhi. Multi-innovation identification method for time-varying systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1996, 22(1):85-91 (in Chinese).
- [8] DING Feng, YANG Jiaben. Comment on martingale hyperconvergence theorem and the convergence analysis of the forgetting factor least squares algorithms [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(4):569-572 (in Chinese).
- [9] DING Feng, XIE Xinmin. Auxiliary model identification algorithms for multivariable systems [J]. *J of Tsinghua University*, 1992, 32(4):100-106 (in Chinese).
- [10] DING Feng, XIE Xinmin. Convergence analysis of recursive extended least square algorithm for multivariable systems [J]. *Control and Decision*, 1992, 7(6):443-447 (in Chinese).

作者简介:

丁锋 (1963—),男,1984年毕业于湖北工学院,之后在湖北制药厂工作4年,1990年和1994年在清华大学自动化系分别获得硕士学位和博士学位,1997年任清华大学自动化系副教授,现在加拿大Alberta大学作访问教授.研究兴趣为自适应辨识与控制及其应用.以第1作者发表学术论文70余篇. Email:dingf@mail.tsinghua.edu.cn;

萧德云 (1945—),男,1970年毕业于清华大学,现任清华大学自动化系教授,博士生导师.长期从事辨识建模,故障诊断,传感器信号融合,计算机应用和大型连续过程工业CIMS等领域的教学和科研. Email:xiaody@mail.tsinghua.edu.cn;

丁韬 (1977—),男,1999年毕业于清华大学自动化系,2002年获得清华大学自动化系硕士学位,现留学美国攻读博士学位.主要学术方向为自动控制与系统工程. Email:dingtiao@mails.tsinghua.edu.cn