

文章编号: 1000 - 8152(2003)04 - 0492 - 05

l^1 鲁棒辨识: 最小二乘法及试验设计

李昇平

(汕头大学 机械电子工程系, 广东 汕头 515063)

摘要: 现有的 l^1 鲁棒辨识方法依赖于观测数据窗的起始时刻因而不能用来辨识时变系统, 针对该问题基于最小二乘法提出了一种 l^1 鲁棒辨识算法. 该算法与观测窗的起始时刻无关, 可用于时变系统的辨识. 证明了当试验输入为持续激励信号时所提出的算法为本质最优算法, 进一步证明了周期持续激励序列为最优试验信号, 并给出了辨识误差紧界的计算公式. 最后利用提出的算法研究了慢时变系统的 l^1 鲁棒辨识问题.

关键词: l^1 鲁棒辨识; 最小二乘法; 时变系统; 试验设计

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

l^1 robust identification: least squares algorithm and experimental design

LI Sheng-ping

(Department of Mechantronics Engineering, Shantou University, Guangdong Shantou 515063, China)

Abstract: Based on least squares algorithm a new l^1 robust identifying approach was proposed, which was independent of the starting time of observation windows, and therefore, could be used to identify the time varying system. It was shown that the proposed algorithm was essentially optimal when the experimental input was selected as a persistent signal. Furthermore, the periodic persistent signal was proved to be the optimal experimental signal. Finally, the proposed algorithm was applied to slowly varying system.

Key words: l^1 robust identification; least squares algorithm; time varying system; experimental design

1 引言 (Introduction)

鲁棒辨识是近十年来发展起来的一种系统辨识方法, 已成为系统辨识领域的研究热点之一. 与以往系统辨识不同, 鲁棒辨识研究最坏情况下如何有效地利用系统和干扰的先验知识以及输入输出数据确定一个辨识模型集, 这个模型集由一个标称模型及其相应的辨识误差界所构成. 鲁棒辨识的任务是如何确定一个标称模型并使辨识误差界达到最小. 由于鲁棒辨识提供的模型集合可用于鲁棒控制器设计, 因此又被称为面向鲁棒控制的系统辨识.

在模型空间中定义不同的范数形成了不同的鲁棒辨识问题, 如, 有代表性的鲁棒 H_∞ 辨识和 l^1 辨识^[1~6]. H_∞ 辨识算法将时域或频域数据映成 H_∞ 空间的模型集, 是一种与 H_∞ 控制相配合的辨识方法, 这方面的研究见文献[7]. l^1 辨识与 H_∞ 辨识平行, l^1 辨识的任务是把系统的先验信息和时域输入输出数据映成一个辨识模型集, 相应的辨识误差界用 l^1 范数进行描述. 迄今为止, 所提出 l^1 辨识算法都依

赖于观测数据窗的起始时刻, 因而不能有效地用于时变系统的辨识^[1~6]. 本文针对含未知但有界干扰的单输入单输出离散时间系统基于最小二乘法, 提出了一种新的 l^1 辨识算法, 该方法与观测窗的起始时刻无关, 可用于时变系统的辨识. 证明了所提出的算法是一种插值算法, 即本质最优算法, 周期持续激励序列为最优试验信号. 同时将最小二乘法用于慢时变系统的辨识, 给出了可计算的辨识模型集.

2 记号及基本定义 (Notes and definitions)

先引入本文将用到的记号. \mathbb{R}^n 表示 n 维实向量空间; l^1 空间记为

$$l^1 = \left\{ h \mid \sum_{k=0}^{\infty} |h(k)| < \infty \right\};$$

l^1 范数定义为 $\|h\|_1 = \sum_{k=0}^{\infty} |h(k)|$. 记空间

$$l^\infty = \left\{ y \mid \sup_{0 \leq k < \infty} |y(k)| < \infty \right\},$$

l^∞ 范数定义为 $\|y\|_\infty = \sup_{0 \leq k < \infty} |y(k)|$. 记

收稿日期: 2001 - 05 - 28; 收修改稿日期: 2002 - 11 - 15.

基金项目: 广东省自然科学基金(990795); 国家计委“工业自动化关键技术研制开发及产业化”子课题; 汕头大学研究与发展基金资助项目.

$$B_{\mathbb{R}^n}(\varepsilon) = \{x \in \mathbb{R}^n \mid \|x\| \leq \varepsilon\}.$$

记 Γ_{TV} 表示 l^∞ 上的线性有界因果时变算子空间. 对 $G \in \Gamma_{TV}$ 及任意 $x \in l^\infty$, 定义

$$(Gx)(t) = \sum_{\tau=0}^t g_i(\tau)x(t-\tau), t \geq 0,$$

其中 $g_i(\tau) \in \mathbb{R}$. G 的诱导范数为

$$\|G\|_{\Gamma_{TV}} = \sup_i \sum_{\tau=0}^i |g_i(\tau)|.$$

记 G_i 为因果时变系统在 t 时刻的脉冲响应算子, 可写成

$$G_i = \{g_i(0), g_i(1), \dots, g_i(t)\}.$$

记 Γ_{Π} 为 Γ_{TV} 中只含时不变算子的子空间, 这时脉冲响应算子与时间无关, 可写成 $G_i = \{g(0), g(1), \dots\}$, 显然 Γ_{Π} 与 l^1 等距同构. 记 $T_{[i,j]}$ 为区间截断算子, 即对任意 $G \in \Gamma_{\Pi}$, $T_{[i,j]}G = \{g(k)\}_{k=i}^j$.

定义 1^[8,9] 若 $G \in \Gamma_{TV}$ 满足以下条件: 对任意 t, τ , 存在常数 γ 使得 $\|G_t - G_\tau\| \leq \gamma|t - \tau|$, 则称 G 为慢时变算子.

若 $G \in \Gamma_{TV}$ 满足定义 1 的条件, 则定义 1 等价于 G 为慢时变算子, 记为 $G \in STV(\gamma)$.

3 最小二乘算法及试验设计 (Least squares algorithm and optimal experimental design)

考虑受辨系统为单输入单输出线性时不变离散时间稳定系统, 其输入输出量测方程为:

$$y = Gu + d, \quad (1)$$

式中, y, u 分别为系统的输入输出, d 为量测噪声,

$$(Gu)(t) = \sum_{\tau=0}^t g(\tau)u(t-\tau).$$

假设对受辨系统和输入输出信息有如下先验知识:

1) $G \in A, A = \{G \in \Gamma_{\Pi} \mid \|T_{[N, \infty]}\| \leq \varepsilon\}$ 为系统的先验模型集, 其中, $\varepsilon > 0$ 已知, $N - 1$ 为预先假定的名义模型阶.

2) $u \in l_\infty, \|d\| \leq \delta$, 其中 $\delta \geq 0$ 已知.

l^1 鲁棒辨识的任务是: 构造辨识算法 φ , 使之对任意受辨系统 $G \in A$, 利用输入和不精确输出信息 y 获得 $N - 1$ 阶 FIR 标称模型 $\varphi(y, u)$. 同时给出 φ 在最坏情况下的辨识误差界.

对任意给定的 t_0 , 为了在时间窗 $[t_0 - N + 1, t_0]$ 上将方程(1)写成回归形式, 引入下列记号:

$$T_{[t_0-N+1, t_0]}y = \begin{bmatrix} y(t_0 - N + 1) \\ y(t_0 - N + 2) \\ \vdots \\ y(t_0) \end{bmatrix},$$

$$T_{[t_0-N+1, t_0]}d = \begin{bmatrix} d(t_0 - N + 1) \\ d(t_0 - N + 2) \\ \vdots \\ d(t_0) \end{bmatrix},$$

$$\theta_k = \begin{bmatrix} g(kN) \\ g(kN + 1) \\ \vdots \\ g(kN + N - 1) \end{bmatrix},$$

$$\theta = \begin{bmatrix} \theta_0 \\ \theta_1 \\ \vdots \end{bmatrix}, \theta_\Delta = \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \vdots \end{bmatrix},$$

$$\phi_k(t_0) = \begin{bmatrix} u(t_0 - kN) \\ u(t_0 - kN - 1) \\ \vdots \\ u(t_0 - kN - N + 1) \end{bmatrix},$$

$$\Phi_k(t_0) = \begin{bmatrix} \phi_k^T(t_0 - N + 1) \\ \phi_k^T(t_0 - N + 2) \\ \vdots \\ \phi_k^T(t_0) \end{bmatrix}.$$

利用上述记号可将方程(1)写成如下回归形式:

$$T_{[t_0-N+1, t_0]}y = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi_k(t_0)\theta_k + T_{[t_0-N+1, t_0]}d. \quad (2)$$

显然, 由系统和噪声的先验知识以及时间窗 $[t_0 - N + 1, t_0]$ 上的观测数据所确定的可行模型集 $S(A, t_0, y, u)$ 可写成

$$S(A, t_0, y, u) = \{\theta \in A \mid T_{[t_0-N+1, t_0]}y = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi_k(t_0)\theta_k + T_{[t_0-N+1, t_0]}d, \|\theta_\Delta\|_1 \leq \varepsilon, \|T_{[t_0-N+1, t_0]}d\|_\infty \leq \delta\}.$$

定义 2 若试验输入 $u \in l_\infty$ 满足 $\det[\Phi_0(t)] \neq 0$ 对任意 t 成立, 则称 u 为持续激励信号.

定义 3 假设系统及噪声满足上述先验假设, 利用观测窗 $[t_0 - N + 1, t_0]$ 上的数据, 辨识算法 φ 的辨识误差界定义为

$$e(\varphi, t_0, y, u) = \sup_{\theta \in S(A, t_0, y, u)} \|\varphi(T_{[t_0-N+1, t_0]}y, u) - \theta\|_1.$$

由上述记号可知, θ 为系统的脉冲响应算子, 可作为系统的 IIR 模型. 由于 IIR 模型不能直接用于控制器设计模型, 并且辨识 IIR 模型需要无穷组观测

数据,因此鲁棒辨识中在可行模型集内确定一个 FIR 模型作为系统的标称模型.易知,回归形式(2)中 θ_0 可作为这种标称模型.下面给出一种最小二乘法 φ_{LS} ,该算法对任意辨识时刻 t_0 利用时间窗 $[t_0 - N + 1, t_0]$ 上的观测数据,给出系统的 $N - 1$ 阶 FIR 模型集.定义如下二次目标函数,

$$J(\theta_0) = \frac{1}{2} [\Phi_0(t_0)\theta_0 - T_{[t_0-N+1, t_0]}y]^T \cdot [\Phi_0(t_0)\theta_0 - T_{[t_0-N+1, t_0]}y].$$

上式对 θ_0 求偏导得

$$\frac{\partial J(\theta_0)}{\partial \theta_0} = \Phi_0^T(t_0) [\Phi_0(t_0)\theta_0 - T_{[t_0-N+1, t_0]}y].$$

令 $\frac{\partial J(\theta_0)}{\partial \theta_0} = 0$,若试验输入 u 为持续激励信号,即 $\det [\Phi_0(t_0)] \neq 0$,可得 θ_0 的最小二乘估计

$$\hat{\theta}_0 = \Phi_0^{-1}(t_0)(T_{[t_0-N+1, t_0]}y),$$

则标称模型的最小二乘估计为

$$\varphi_{LS}(T_{[t_0-N+1, t_0]}y, u) = \begin{bmatrix} \hat{\theta}_0 \\ 0 \\ \vdots \end{bmatrix} \triangleq \hat{\theta}.$$

定理 1 若试验输入为持续激励信号,则最小二乘法为插值算法,即

$$\varphi_{LS}(T_{[t_0-N+1, t_0]}y, u) \in S(A, t_0, y, u).$$

证 把 $\hat{\theta}$ 代入方程(2),得 $T_{[t_0-N+1, t_0]}d = 0$,满足 $\|T_{[t_0-N+1, t_0]}d\|_\infty \leq \delta$.又 $\hat{\theta}_\Delta = [0 \ 0 \ \dots]^T$,所以 $\hat{\theta} \in A$.这表明

$$\varphi_{LS}(T_{[t_0-N+1, t_0]}y, u) = \hat{\theta} \in S(A, t_0, y, u).$$

证毕.

因此由文献[3]插值算法的最优性可知,最小二乘法为本质最优算法(essentially optimal algorithm).下面的定理进一步表明,若选取周期为 N 的持续激励信号作为试验输入,可使辨识误差界达到最小.

定理 2 对于最小二乘法,周期为 N 的持续激励信号为最优试验信号,并且,最优辨识误差界为

$$\inf_{u \in l^\infty} e(\varphi_{LS}, t_0, y, u) = 2\varepsilon + \delta \|\Phi_0(t_0)\|_{1, \infty},$$

其中 $\|\cdot\|_{1, \infty}$ 为 l^∞ 到 l^2 的诱导范数.

证 下面分两步给出定理的证明.

1) 证明当输入 u 是周期为 N 的持续激励信号时 $\Phi_0(t_0) = \Phi_k(t_0)$, $k = 1, 2, \dots$,

$$e(\varphi_{LS}, t_0, y, u) \leq 2\varepsilon + \delta \|\Phi_0(t_0)\|_{1, \infty}.$$

因 u 是周期为 N 的序列,所以对任意时刻 t_0 有 $u(t_0) = u(t_0 - kN)$, $k = 1, 2, \dots$.

易知

$$\begin{aligned} \phi_k(t_0) &= \phi_k(t_0 - kN) = \phi_{k+1}(t_0), \\ k &= 0, 1, 2, \dots, \end{aligned}$$

因此由 $\Phi_k(t_0)$ 的定义有

$$\Phi_0(t_0) = \Phi_k(t_0), \quad k = 1, 2, \dots. \quad (3)$$

由最小二乘法得 θ_0 的一个估计

$$\hat{\theta}_0 = \Phi_0^{-1}(t_0)(T_{[t_0-N+1, t_0]}y). \quad (4)$$

由 $\Phi_0(t_0)$ 满秩且 $\hat{\theta}_0 = \Phi_0^{-1}(t_0)(T_{[t_0-N+1, t_0]}y)$, 定义集合:

$$S_N(A, t_0, y, u) =$$

$$\{\theta_0 \in \mathbb{R}^N \mid \theta_0 = \hat{\theta}_0 - \Phi_0^{-1}(t_0) \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(t_0)\theta_k - \Phi_0^{-1}(t_0)T_{[t_0-N+1, t_0]}d, \|\theta_\Delta\|_1 \leq \varepsilon, \|d\|_\infty \leq \delta\}, \quad (5)$$

因此

$$e(\varphi_{LS}, t_0, y, u) = \sup_{\theta_0 \in S_N(A, t_0, y, u)} \|\hat{\theta}_0 - \theta_0\|_{1+\varepsilon}. \quad (6)$$

考虑到 u 是周期为 N 的持续激励信号,结合式(3), (5)有

$$\begin{aligned} &\sup_{\theta_0 \in S_N(A, t_0, y, u)} \|\hat{\theta}_0 - \theta_0\|_1 \leq \\ &\varepsilon + \sup_{\|d\|_\infty \leq \delta} \|\Phi_0^{-1}(t_0)T_{[t_0-N+1, t_0]}d\|_1. \end{aligned}$$

又

$$\sup_{\|d\|_\infty \leq \delta} \|\Phi_0^{-1}(t_0)T_{[t_0-N+1, t_0]}d\|_1 = \delta \|\Phi_0^{-1}(t_0)\|_{1, \infty}. \quad (7)$$

故

$$e(\varphi_{LS}, t_0, y, u) \leq 2\varepsilon + \delta \|\Phi_0(t_0)\|_{1, \infty}.$$

2) 证明当输入 u 不是周期序列,即 $\Phi_0(t_0) \neq \Phi_k(t_0)$, $k = 1, 2, \dots$,但 $\Phi_0(t_0)$ 为非奇异时

$$e(\varphi_{LS}, t_0, y, u) \geq 2\varepsilon + \delta \|\Phi_0(t_0)\|_{1, \infty}.$$

记

$$\tilde{\theta}_0 = \hat{\theta}_0 - \theta_0 - \Phi_0^{-1}(t_0)T_{[t_0-N+1, t_0]}d,$$

定义集合

$$\begin{aligned} E_N(A, t_0, u) &= \{\tilde{\theta}_0 \in \mathbb{R}^N \mid \tilde{\theta}_0 = \Phi_0^{-1}(t_0) \sum_{k=1}^{\infty} \Phi_k(t_0)\theta_k, \\ &\|\theta_\Delta\|_1 \leq \varepsilon\}, \quad (8) \end{aligned}$$

和

$$H(A, t_0) =$$

$$\{\tilde{\theta}_0 \in \mathbb{R}^N \mid \tilde{\theta}_0 = \Phi_0^{-1}(t_0)\Phi_1(t_0)\theta_1, \theta_1 \in B_{\mathbb{R}^N}(\varepsilon)\}.$$

$H(A, t_0)$ 还可写成

$$H(A, t_0) = \Phi_0^{-1}(t_0)\Phi_1(t_0)B_{\mathbb{R}^N}(\varepsilon). \quad (9)$$

因 $H(A, t_0)$ 是 $E_N(A, t_0, u)$ 增加约束 $\theta_k = 0 (k = 2, 3, \dots)$ 后形成的, 有 $H(A, t_0) \subseteq E_N(A, t_0, u)$. 又由 t_0 的任意性, 因此

$$\sup_{\tilde{\theta}_0 \in H(A, kN)} \|\tilde{\theta}_0\|_1 \leq \sup_{\tilde{\theta}_0 \in E_N(A, t_0, u)} \|\tilde{\theta}_0\|_1.$$

下面用反证法证明 $\sup_{\tilde{\theta}_0 \in H(A, kN)} \|\tilde{\theta}_0\|_1 \geq \epsilon$. 假设

$$\sup_{\tilde{\theta}_0 \in H(A, kN)} \|\tilde{\theta}_0\|_1 = \lambda < \epsilon, \text{ 则对任意 } \tilde{\theta}_0 \in H(A, kN), \text{ 有 } \left\| \frac{\epsilon}{\lambda} \tilde{\theta}_0 \right\|_1 \leq \epsilon, \text{ 此式又可写成}$$

$$\frac{\epsilon}{\lambda} H(A, kN) \subseteq B_{\mathbb{R}^n}(\epsilon). \quad (10)$$

又由 $\phi_k(t_0)$ 的定义可知, $\phi_0(kN) = \phi_1((k+1)N)$, 于是

$$\Phi_0(kN) = \Phi_1((k+1)N). \quad (11)$$

结合式(9), (10), (11), 经推导可得

$$B_{\mathbb{R}^n}(\epsilon) \supseteq \left(\frac{\epsilon}{\lambda}\right)^k \Phi_0^{-1}(kN) \Phi_0(0) B_{\mathbb{R}^n}(\epsilon). \quad (12)$$

由 k 的任意性及

$$\lim_{k \rightarrow \infty} \left(\frac{\epsilon}{\lambda}\right)^k = \infty \left(\frac{\epsilon}{\lambda} > 1\right)$$

应有 $\lim_{k \rightarrow \infty} \Phi_0^{-1}(kN) = 0$. 这意味着 $u \in l^\infty$, 与假设矛盾. 故

$$\sup_{\tilde{\theta}_0 \in E_N(A, t_0, u)} \|\tilde{\theta}_0\|_1 \geq \epsilon. \quad (13)$$

又由式(5), (6), (8)有

$$e(\varphi_{LS}, t_0, \gamma, u) = \sup_{\substack{\tilde{\theta}_0 \in E_N(A, t_0, u) \\ \|d\|_\infty \leq \delta}} \|\tilde{\theta}_0 + \Phi_0^{-1}(t_0) T_{[t_0-N+1, t_0]} d\|_1 + \epsilon. \quad (14)$$

在式(14)中, 因 $\Phi_0^{-1}(t_0)$ 为非奇异阵, 对任意 $\tilde{\theta}_0$ 总存在 $T_{[t_0-N+1, t_0]} d$ 使得 $\Phi_0^{-1}(t_0) T_{[t_0-N+1, t_0]} d$ 的各元与 $\tilde{\theta}_0$ 的对应元符号相同, 于是结合式(13), (14)有

$$e(\varphi_{LS}, t_0, \gamma, u) = \sup_{\tilde{\theta}_0 \in E_N(A, t_0, u)} \|\tilde{\theta}_0\|_1 + \sup_{\|d\|_\infty \leq \delta} \|\Phi_0^{-1}(t_0) T_{[t_0-N+1, t_0]} d\|_1 + \epsilon \geq 2\epsilon + \delta \|\Phi_0^{-1}(t_0)\|_{1, \infty}.$$

综合上述证明过程, 定理得证.

注 1 由于辨识时刻 t_0 的任意性, 定理 2 实质上表明了当输入信号是周期为 N 的周期持续激励序列时, 最小二乘算法的辨识误差与观测窗的起始时刻无关,

$$\inf_{u \in l^\infty} \sup_{t_0} e(\varphi_{LS}, t_0, \gamma, u) = 2\epsilon + \delta \|\Phi_0^{-1}(0)\|_{1, \infty}.$$

这意味着, 最小二乘算法可以用来辨识时变系统.

注 2 辨识误差的第一项只取决于系统的先验知识,

当量测干扰为零时, 该项为最小 l^1 辨识误差界^[3]. 第二项与干扰幅值和输入信号的持续激励能力有关, $\|\Phi_0^{-1}(t_0)\|_{1, \infty}$ 越小, 表明输入的持续激励能力越强, 则辨识误差越小.

4 慢时变系统的最小二乘辨识 (Least squares identification for slowly varying system)

由上节的讨论可知, 最小二乘算法与观测窗的起始时刻的选取无关, 因此可以任意时刻作为辨识时刻, 利用该时刻附近的一个固定的观测数据窗来估计系统在辨识时刻的模型集, 随着辨识时刻的顺序连续选取从而获得时变系统辨识模型集序列.

假设慢时变系统 $G \in \text{STV}(\gamma)$ 可用如下输入输出方程进行描述:

$$y(t) = (Gu)(t) + d(t), \quad (15)$$

式中, $d(t)$ 为量测干扰, $\|d\|_\infty \leq \delta$.

$$(Gu)(t) = (G_t u)(t) = \sum_{\tau=0}^t g_t(\tau) u(t-\tau),$$

G_t 为 G 在时刻 t 的时不变脉冲响应算子, 假设对任意时刻 $t, G_t \in A$.

假设试验输入信号 u 是周期为 N 的周期持续激励信号. 下面对任意 t , 利用最小二乘算法结合时间窗 $[t-N+1, t]$ 上的观测数据辨识该时刻的模型集. 与上节相同, 引入如下记号: $T_{[t-N+1, t]} \gamma, T_{[t-N+1, t]} d, \phi_k(t), \Phi_k(t)$, 另外, 记

$$\theta_k(t) = \begin{bmatrix} g_t(kN) \\ g_t(kN+1) \\ \vdots \\ g_t(kN+N-1) \end{bmatrix},$$

$$\theta(t) = \begin{bmatrix} \theta_0(t) \\ \theta_1(t) \\ \vdots \end{bmatrix}, \theta_\Delta(t) = \begin{bmatrix} \theta_1(t) \\ \theta_2(t) \\ \vdots \end{bmatrix},$$

则时变系统在 t 时刻名义模型 $\theta_0(t)$ 的最小二乘估计为

$$\hat{\theta}_0(t) = \Phi_0^{-1}(t) T_{[t-N+1, t]} \gamma. \quad (16)$$

下面研究慢时变系统最小二乘辨识的误差界.

定理 3 假设 $G \in \text{STV}(\gamma)$ 并且对任意 $t G_t \in A$. 若试验输入信号 u 是周期为 N 的周期持续激励信号, 则

$$\sup_t e(\varphi_{LS}, t, \gamma, u) \leq 2\epsilon + \delta \|\Phi_0^{-1}(0)\|_{1, \infty} + \frac{N(N-1)}{2} \gamma \|u\|_\infty \|\Phi_0^{-1}(0)\|_{1, 1},$$

式中, $\|\cdot\|_{1, 1}$ 表示 l^1 到 l^1 的诱导范数.

证 时不变系统 $G_t \in A$ 的输入输出方程可写

成

$$y_t(i) = \sum_{\tau=0}^i g_t(\tau) u(i-\tau) + d(i). \quad (17)$$

在时间区间 $[t-N+1, t]$ 上, 方程(17)可写成如下回归形式

$$T_{[t-N+1, t]} y_t = \sum_{k=0}^{\infty} \Phi_k(t) \theta_k(t) + T_{[t-N+1, t]} d. \quad (18)$$

因 u 是周期为 N 的周期持续激励序列, 即

$$\Phi_0(t) = \Phi_k(t) \quad (k = 1, 2, \dots)$$

且 $\Phi_0(t)$ 非奇异. 于是由式(18)得

$$\theta_0(t) = \Phi_0^{-1}(t) T_{[t-N+1, t]} y_t - \sum_{k=1}^{\infty} \theta_k(t) - \Phi_0^{-1}(t) T_{[t-N+1, t]} d,$$

结合式(16)得

$$\begin{aligned} \hat{\theta}_0(t) - \theta_0(t) &= \\ \Phi_0^{-1}(t) (T_{[t-N+1, t]} y - T_{[t-N+1, t]} y_t) &+ \\ \sum_{k=1}^{\infty} \theta_k(t) + \Phi_0^{-1}(t) T_{[t-N+1, t]} d. \end{aligned}$$

结合式(6)得辨识误差

$$\begin{aligned} e(\varphi_{IS}, t, y, u) &\leq \\ 2\varepsilon + \delta \|\Phi_0^{-1}(t)\|_{1, \infty} &+ \\ \sup_{G \in \text{STV}(\gamma)} \|\Phi_0^{-1}(t) (T_{[t-N+1, t]} y - T_{[t-N+1, t]} y_t)\|_1. \end{aligned} \quad (19)$$

下面计算

$$\sup_{G \in \text{STV}(\gamma)} \|\Phi_0^{-1}(t) (T_{[t-N+1, t]} y - T_{[t-N+1, t]} y_t)\|_1.$$

由式(15)和(18)可有

$$\begin{aligned} \|T_{[t-N+1, t]} y - T_{[t-N+1, t]} y_t\|_1 &= \\ \sum_{i=0}^{N-1} |\phi_0^T(t-i) \sum_{k=0}^{\infty} [\theta_k(t-i) - \theta_k(t)]| &\leq \\ \|u\|_{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} \|G_{t-i} - G_t\|_1. \end{aligned}$$

又 $G \in \text{STV}(\gamma)$,

$$\begin{aligned} \|T_{[t-N+1, t]} y - T_{[t-N+1, t]} y_t\|_1 &\leq \\ \|u\|_{\infty} \sum_{i=0}^{N-1} \gamma i &= \frac{N(N-1)}{2} \gamma \|u\|_{\infty}. \end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned} \sup_{G \in \text{STV}(\gamma)} \|\Phi_0^{-1}(t) (T_{[t-N+1, t]} y - T_{[t-N+1, t]} y_t)\|_1 &= \\ \frac{N(N-1)}{2} \gamma \|u\|_{\infty} \|\Phi_0^{-1}(t)\|_{1,1}. \end{aligned}$$

又 u 为周期序列, 结合式(19)有

$$\sup_i e(\varphi_{IS}, t, y, u) \leq$$

$$2\varepsilon + \delta \|\Phi_0^{-1}(0)\|_{1, \infty} +$$

$$\frac{N(N-1)}{2} \gamma \|u\|_{\infty} \|\Phi_0^{-1}(0)\|_{1,1}.$$

证毕.

定理3给出的辨识误差界与各时刻由式(16)确定的名义系统模型一起构成了慢时变系统的辨识模型集. 该模型集的中心是式(16)确定的名义模型, 半径为定理3给出的辨识误差界. 名义模型随时间变化反映系统的时变特性, 而辨识模型集的大小(辨识误差界)与时间无关. 另外, 时变系统的辨识误差界与时不变系统相比, 多了一项与时变特性有关项. 该项表明, 数据窗长度越大而系统的时变速度越快, 则辨识误差越大. 这与作者的直观推测是一致的, 因为系统时变速度越快则离辨识时刻越远的观测数据所含的有用新息量越少.

5 结论(Conclusion)

本文利用最小二乘法提出了一种 l^1 鲁棒辨识算法, 该算法与观测窗的起始时刻无关从而解决了现有的 l^1 鲁棒辨识方法依赖于观测的起始时刻因而不能用来辨识时变系统的问题. 证明了当试验输入为持续激励信号时最小二乘算法为本质最优算法, 该算法进一步证明了周期持续激励序列为最优试验信号, 并给出了辨识误差紧界的计算公式. 最后应用本文提出的方法研究了慢时变系统的 l^1 鲁棒辨识问题, 提出了一种慢时变系统的 l^1 鲁棒辨识方法. 初步研究表明, 利用本文提出的辨识算法与 l^1 优化设计的连续性^[10] 结合起来, 可将现有的自适应 l^1 鲁棒控制策略^[11,12] 推广到时变系统.

参考文献(References):

- [1] MAKILA P M, PARTINGTON J R, GUSTAFSSON T K. Robust identification [A]. 10th IFAC Symposium on System Identification [C]. Copenhagen: [s. n.], 1993, 1: 1-11.
- [2] JACOBSON C A, NETT C N, PARTINGTON J R. A worst-case system identification in l^1 : optimal algorithms and error bounds [J]. *Systems & Control Letters*, 1992, 19(4): 419-424.
- [3] CHEN J, NETT C N, MICHAEL K H F. Optimal non-parametric system identification from arbitrary corrupt finite time series [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(4): 769-776.
- [4] 李昇平. l^1 鲁棒辨识: 一种递推插值方法 [J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(6): 932-936.
(LI Shengping. l^1 robust identification: a recursive interpolatory algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 2002, 19(6): 932-936.)

(下转第 502 页)

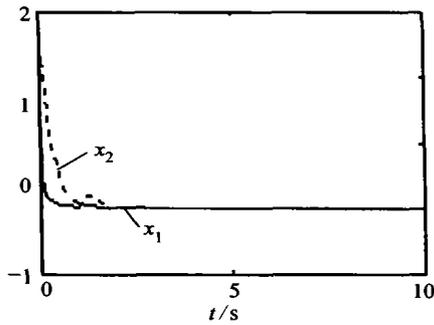


图3 模糊 H_∞ 控制作用下系统的响应曲线

Fig. 3 The responses of the system with fuzzy H_∞ infinity controller

6 结论(Conclusion)

本文针对一类具有时滞的参数不确定非线性系统,提出了一种新的基于模糊 T-S 模型的模糊鲁棒 H_∞ 控制器的设计方法,得到了确保闭环模糊系统稳定的控制律,同时满足给定的 H_∞ 性能指标,将控制器的设计、稳定性分析和控制系统其它性能要求归结为求解一系列 LMI 问题.仿真结果验证了方法的正确性和有效性.

参考文献(References):

- [1] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1985, 15(1): 116 - 163.
- [2] LEE H J, PARK J B, CHEN G. Robust fuzzy control of nonlinear system with parametric uncertainties [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2001, 9(2): 369 - 379.
- [3] WANG H O, TANAKA K, GRIFFIN M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 14 - 23.
- [4] WONG L K, LEUNG F H F, TAM P K S. Fuzzy model-based controller for inverted pendulum [J]. *Electron Letters*, 1996, 32(18): 1683 - 1685.
- [5] LI J, WANG H O, NIEMANN D, et al. Dynamic parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy systems: An LMI approach [J]. *Information Sciences*, 2000, 123(3,4): 201 - 221.
- [6] JEUNG E T, KIM J H, PARK H B. H_∞ output feedback controllers for time delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1998, 43(7): 971 - 974.
- [5] 李昇平, 谢媛芳, 柴天佑. 递推 l^1 鲁棒辨识方法研究 [J]. *控制理论与应用*, 1999, 16(1): 47 - 51.
(LI Shengping, XIE Yuanfang, CHAI Tianyou. Research on recursive l^1 robust identification algorithm [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(1): 47 - 51.)
- [6] TSE D N, DAHLEH M A, TSITSILIS J N. Optimal asymptotic identification under bounded disturbances [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(8): 1176 - 1190.
- [7] HELMICKI A J, JACOBSON C A, NETT C N. Control oriented system identification: worst-case deterministic approach in H_∞ [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(10): 1163 - 1176.
- [8] DAHLEH M, DAHLEH M A. Optimal rejection of persistent and bounded disturbances: Continuity properties and adaptation [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1990, 35(6): 687 - 696.
- [9] DAHLEH M, DAHLEH M A. On slowly time-varying systems [J]. *Automatica*, 1991, 27(2): 201 - 205.
- [10] LI Shengping. On continuity properties of two-block l^1 optimal design [J]. *Systems & Control Letters*, 2002, 47(1): 47 - 55.
- [11] LI Shengping, CHAI Tianyou. An adaptive robust control scheme and analysis of its closed loop stability [J]. *Chinese J of Automation*, 1999, 11(4): 277 - 284.
- [12] LI Shengping, ZHANG Xianmin. Optimal l^1 robust control for plants with coprime factor perturbations: continuity properties and adaptation [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2003, 29(4): 550 - 558.

作者简介:

刘亚 (1975 —), 女, 南京航空航天大学自动化工程学院博士生, 研究方向: 非线性控制和智能控制. E-mail: liuyaly@263.net;

胡寿松 (1937 —), 男, 1960 年毕业于北京航空航天大学自控专业, 现为南京航空航天大学首席教授、博士生导师, 中国自动化学会理事. 近期研究方向: 非线性控制, 鲁棒控制及智能自修复控制.

(上接第 496 页)

作者简介:

李昇平 (1966 —), 男, 1995 年毕业于华中理工大学自动控制工程系获工学博士学位, 1997 年在东北大学自动化研究中心完成博士后研究出站, 现为汕头大学机械电子工程系副教授系主任. 感兴趣的研究领域为鲁棒控制, 鲁棒辨识, 自适应控制, 智能控制理论与应用. Email: spli@stu.edu.cn.