

含有界扰动系统的多模型自适应控制

李晓理, 王书宁

(清华大学 自动化系 系统工程所, 北京 100084)

摘要: 对含有有界扰动和参数不确定性的离散时间被控对象建立多个辨识模型, 覆盖被控对象的参数不确定性. 给定指标切换函数, 构成多模型自适应控制器. 引入“局部化”技术, 在保持计算精度的同时, 提高了计算速度. 同时证明, 多模型自适应控制可以保证闭环系统输入输出稳定, 且保证对给定有界参考输入、被控对象输出可在一定给定界范围内跟踪参考输入.

关键词: 有界扰动; 多模型; 自适应控制.

中图分类号: TP273+.2 **文献标识码:** A

Multi-model adaptive control of system with bounded disturbance

LI Xiao-li, WANG Shu-ning

(Department of Automation, Institute of Systems Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: Multiple models were set up to cover the parameter uncertainty of a discrete time system with bounded disturbance and uncertain parameters. And the multi-model adaptive control was formed by using a given switching index function. The “localization” method was used to speed up the computation of multi-model adaptive control, and the accuracy was not lost. It was proved the closed-loop system is input and output stable (BIBO), and the output of system could track any bounded reference input with bounded error.

Key words: bounded disturbance; multiple models; adaptive control

1 引言(Introduction)

多模型自适应控制产生于 20 世纪 70 年代, 其核心思想是针对被控对象参数或结构不确定性建立多个模型, 覆盖其不确定性, 进而基于多个模型建立控制器. 90 年代以前此领域虽然有很多文章发表并取得很多实际应用成果, 但很少文章给出控制器的稳定性的结果, 使得多模型自适应控制器的研究在理论上很不完善. 90 年代以后以美国耶鲁大学的 Narendra K. S. 教授领导研究小组提出了基于指标切换函数的多模型自适应控制器, 由于其严谨的稳定性证明及成功的实际应用使得多模型自适应控制再度成为研究热点^[1,2]. 基于指标切换函数的多模型自适应控制开始多以连续时间系统为研究对象, 近一两年对离散时间系统的多模型自适应控制也开始引起注意^[3~5], 而且已经开始对非线性系统^[6]和随机系统^[7]进行尝试. 但多模型自适应控制常常需要大量的模型来保证计算精度, 这样会增加计算量,

增加计算时间. 对于随机系统由于扰动的存在, 还会导致误切换. 这些都给多模型自适应控制器的设计和实际应用带来很大的困难. 考虑到实际被控对象常常有扰动输入, 而扰动信号往往有界, 因此本文研究含有有界扰动的离散时间系统多模型自适应控制. 文中引入“局部化”技术^[8], 在不损失计算精度的情况下, 极大的减少了计算时间, 同时证明闭环系统是稳定的, 使得多模型自适应控制在实际应用领域有了更广泛的应用前景.

2 被控对象描述及自适应控制 (Description of plant and adaptive control)

考虑如下离散时间被控对象

$$y(t+d) = \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i(t) y(t-i) + \sum_{j=0}^{n-1} \beta_j(t) u(t-j) + \eta(t), \quad (1)$$

收稿日期: 2001-10-29; 收修改稿日期: 2002-04-22.

基金项目: 国家自然科学基金(69974023, 69934010); 清华大学信息学院基础创新研究基金资助项目.

其中 $2n$ 个参数 α_i 和 β_i 未知, 时滞 d 已知, $u(t)$ 的系数 β_0 不等于 0, $\eta(t)$ 为扰动项. 式(1)可以由如下的等价模型描述

$$A(q^{-1}, t)y(t) = q^{-d}B(q^{-1}, t)u(t) + \eta'(t), \quad (2)$$

其中

$$\begin{aligned} A(q^{-1}, t) &= 1 + a_1(t)q^{-1} + a_2(t)q^{-2} + \cdots + a_n(t)q^{-n}, \\ B(q^{-1}, t) &= b_0(t) + b_1(t)q^{-1} + \cdots + b_m(t)q^{-m}, \end{aligned}$$

q^{-1} 为单位后移算子, $\eta'(t)$ 为有界扰动, 从分析问题的角度模型(1)更为方便.

为建立基于被控对象(1)的多模型自适应控制器, 对被控对象(1)做如下假设

1) 参数 $\alpha_i(t), \beta_i(t), i \in \{0, \dots, n-1\}$ 为时间 t 的常值或分段常值函数, 且参数向量 $[\alpha_0(t), \dots, \alpha_{n-1}(t); \beta_0(t), \dots, \beta_{n-1}(t)]^T$ 在凸集 Ω 中变化;

2) 系数 β_0 已知;

3) 式(2)中多项式 $B(q^{-1})$ 的根在复平面上位于单位圆内(即, 被控对象是最小相位的);

4) 扰动项 $\eta(t)$ 有上界, 即满足 $|\eta(t)| \leq M$, M 为一个已知的正数.

由 1) 可以看出, 被控对象(1)为线性时不变系统或含有跳变参数时变系统. 为便于参数估计, 将式(1)改写成如下递归形式:

$$y(t+d) = \phi^T(t)\theta^*(t) + \eta(t), \quad (3)$$

其中

$$\begin{aligned} \phi(t) &= [y(t), \dots, y(t-n+1), u(t), \dots, u(t-n+1)]^T, \\ \theta^*(t) &= [\alpha_0(t), \dots, \alpha_{n-1}(t), \beta_0(t), \dots, \beta_{n-1}(t)]^T. \end{aligned}$$

采用如下参数辨识算法辨识被控对象参数

$$\hat{\theta}(t) = \text{proj} \left\{ \hat{\theta}(t-d) + \frac{a(t-d)\phi(t-d)e(t)}{1 + \phi(t-d)^T\phi(t-d)} \right\}, \quad (4)$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{\theta}(t) &= [\hat{\alpha}_0(t), \dots, \hat{\alpha}_{n-1}(t), \hat{\beta}_0(t), \dots, \hat{\beta}_{n-1}(t)]^T, \\ a(t-d) &= \begin{cases} 1, & \text{if } |y(t) - \phi(t-d)^T\hat{\theta}(t-d)| > 2M, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases} \end{aligned} \quad (5)$$

$$e(t) = y(t) - \hat{y}(t) = y(t) - \phi^T(t-d)\hat{\theta}(t-d). \quad (6)$$

辨识初值 $\hat{\theta}(1-d), \dots, \hat{\theta}(0)$ 已知, $\text{proj}(\cdot)$ 为投影算子, 将辨识参数约束在凸集 Ω 内.

自适应控制问题就是决定一个有界的输入 $u(t)$, 使得被控对象输出 $y(t)$ 跟踪任意已知的有界

参考输入 $y^*(t)$. 采样时刻 t , 若 $\theta^*(t), y^*(t+d)$ 已知, 控制输入可以由如下方程求得

$$y^*(t+d) = \phi^T(t)\theta^*(t). \quad (7)$$

当参数 $\theta^*(t)$ 未知, 可用 $\hat{\theta}(t)$ 代替 $\theta^*(t)$, 由如下方程求解控制量

$$y^*(t+d) = \phi^T(t)\hat{\theta}(t). \quad (8)$$

3 多模型自适应控制 (Multi-model adaptive control)

考虑由式(3)~(8)构成的自适应控制, 对于时不变系统(1), 若参数估计器(4)和(5)的初值距离真值较远, 则自适应控制造成的瞬态响应将会很不好, 同样的道理, 对于含有跳变参数的被控对象, 控制品质将会很差. 为解决这个问题, 下面将采用多模型构成多模型自适应控制器.

采用“局部化”方法构造模型集. 将参数空间 Ω 分解为有限个子空间 $\{\Omega_i\}_1^L$ 的合集, 且满足

$$C1: \Omega \subset \Omega, \Omega_i \neq \emptyset, i = 1, \dots, L;$$

$$C2: \bigcup_{i=1}^L \Omega_i = \Omega;$$

C3: 对于每一个 $i = 1, \dots, L$, 令 θ_i 和 $r_i > 0$ 代表 Ω_i 的“中心”和“半径”, 即 θ_i 满足 $\theta_i \in \Omega_i$, 且对所有 $\theta \in \Omega_i$, 有 $\|\theta - \theta_i\| \leq r_i$.

由 C1, C2, C3 建立 L 固定模型, 每一个模型具有参数 θ_i 和输出

$$\hat{y}_i(t) = \phi(t-d)^T\theta_i, i = 1, \dots, L.$$

保留两个自适应模型 $\theta_{A_1}, \theta_{A_2}$, 用来保证被控系统的稳定性和瞬态响应, 模型参数如式(4), (5)递推计算

$$\theta_{A_i}(t) = \text{proj} \left\{ \theta_{A_i}(t-d) + \frac{a_{A_i}(t-d)\phi(t-d)e_{A_i}(t)}{1 + \phi(t-d)^T\phi(t-d)} \right\}, \quad (9)$$

$$\theta_{A_i}(t) = [\hat{\alpha}_{i,0}(t), \dots, \hat{\alpha}_{i,n-1}(t), \hat{\beta}_{i,0}(t), \dots, \hat{\beta}_{i,n-1}(t)]^T,$$

$$a_{A_i}(t-d) = \begin{cases} 1, & \text{if } |y(t) - \phi(t-d)^T\hat{\theta}(t-d)| > 2M, \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$\begin{aligned} e_{A_i}(t) &= y(t) - \hat{y}_{A_i}(t) = \\ &= y(t) - \phi^T(t-d)\theta_{A_i}(t-d), i \in \{1, 2\}. \end{aligned} \quad (10)$$

自适应模型 1 的参数如常规自适应控制一样进行参数辨识, 自适应模型 2 的辨识参数的初值动态调整为距离真实模型最近的模型的模型参数, 用来改善瞬态响应.

为构成多模型自适应控制器, 给出如下两个定义.

定义 1 切换函数

$$J_{A_i}(t, t_0) = \sum_{j=t_0}^t \frac{a_{A_i}(j-d)[e_{A_i}^2(j) - 4M^2]}{1 + \phi^T(j-d)\phi(j-d)},$$

$$i = 1, 2;$$

$$J_i(t, t_0) = \sum_{j=t_0}^t \frac{a_i(t-d)[e_i^2(j) - 4M^2]}{1 + \phi^T(j-d)\phi(j-d)},$$

$$i = 1, 2, \dots, L;$$

$$a_i(t-d) = \begin{cases} 1, & \text{if } |y(t) - \phi(t-d)^T \theta_i(t-d)| > 2M, \\ i = 1, 2, \dots, L; \\ 0, & \text{otherwise,} \end{cases}$$

$$e_i(t) = y(t) - \hat{y}_i(t); i = 1, 2, \dots, L.$$

由定义1和“局部化”技术构成如下多模型自适应控制器.

线性时不变系统的多模型自适应控制器(LTIMMAC):

$$1) t = t_0, I(t_0) = I_0 = \{1, 2, \dots, L\};$$

$$2) \text{ 对 } t > t_0 \text{ 定义}$$

$$I(t) = \{j: |\phi(t-d)^T \theta_j - y(t)| \leq r_j \|\phi(t-1)\| + M, j \in I(t-1)\},$$

计算

$$i(t) = \arg \min_{l \in I(t)} J_l(t, t_0);$$

$$j(t) = \arg \min_{l \in \{1, 2\}} J_{A_l}(t, t_0).$$

如果 $J_{A_{j(t)}}(t, t_0) \leq J_{i(t)}(t, t_0)$, 令 $\hat{\theta}(t) = \theta_{A_{j(t)}}$, 如式(8)计算控制输入, 并令 $\theta_{A_2}(t) = \theta_{A_{j(t)}}(t)$, $J_{A_2}(t, t_0) = J_{A_{j(t)}}(t, t_0)$, $t = t + 1$, 返回2). 否则, 令 $\hat{\theta}(t) = \theta_{i(t)}$, 如式(8)计算控制输入, 并令 $\theta_{A_2} = \theta_{i(t)}$, $J_{A_2}(t, t_0) = J_{i(t)}(t, t_0)$, $t = t + 1$, 返回2).

含跳变参数系统多模型自适应控制(JPM-MAC):

$$1) t = t_0, I(t_0) = I_0 = \{1, 2, \dots, L\};$$

$$2) \text{ 对 } t > t_0 \text{ 定义}$$

$$\hat{I}(t) = \{j: |\phi(t-d)^T \theta_j - y(t)| \leq r_j \|\phi(t-1)\| + M, j \in I(t-1)\},$$

并计算

$$I(t) = \begin{cases} I(t-1) \cap \hat{I}(t), & \text{if } I(t-1) \cap \hat{I}(t) \neq \emptyset, \\ I_0, & \text{else,} \end{cases}$$

$$i(t) = \arg \min_{l \in I(t)} J_l(t, t_k); j(t) = \arg \min_{l \in \{1, 2\}} J_{A_l}(t, t_k),$$

这里 t_k 为满足 $t_k < t$ 和 $I(t_k) = I_0$ 的最大的正数.

如果 $J_{A_{j(t)}}(t, t_k) \leq J_{i(t)}(t, t_k)$, 令 $\hat{\theta}(t) = \theta_{A_{j(t)}}$, 如式(8)计算控制输入, 并令 $\theta_{A_2} = \theta_{A_{j(t)}}$, $J_{A_2}(t, t_k) = J_{A_{j(t)}}(t, t_k)$, $t = t + 1$, 返回2). 否则, 令 $\hat{\theta}(t) = \theta_{i(t)}$, 如式(8)计算控制输入, 并令 $\theta_{A_2} = \theta_{i(t)}$,

$$J_{A_2}(t, t_k) = J_{i(t)}(t, t_k), t = t + 1, \text{ 返回2}).$$

4 稳定性分析(Analysis of stability)

下面将证明线性时不变系统多模型自适应控制应用到线性时不变系统, 闭环系统是输入输出稳定的.

引理1 对于线性时不变系统, 参数估计算法(4)和(5)有如下性质^[9]

$$1) \lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a(t-d)(e^2(t) - 4M^2)}{1 + \phi^T(t-d)\phi(t-d)} = 0;$$

$$2) \lim_{N \rightarrow \infty} \sum_{t=1}^N \frac{a(t-d)(e^2(t) - 4M^2)}{1 + \phi^T(t-d)\phi(t-d)} < \infty;$$

$$3) \text{ 若 } \{\phi(t)\} \text{ 为有界序列, 则有}$$

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |e(t)| \leq 2M.$$

定理1 当常规自适应控制器(3)~(8)应用线性时不变系统(1), 所有的信号保持有界, 且有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y^*(t)| \leq 2M,$$

$y^*(t)$ 为有界参考输入.

证 定义如下跟踪误差

$$e_c(t) = y(t) - y^*(t),$$

则由式(6)和(8)有

$$e_c(t) = [y(t) - \hat{y}(t)] + [\hat{y}(t) - y^*(t)] = e(t), \quad (11)$$

则

$$\frac{a(t-d)|e_c(t)|}{[1 + \phi^T(t-d)\phi(t-d)]^{1/2}} = \frac{a(t-d)|e(t)|}{[1 + [\phi^T(t-d)\phi(t-d)]^{1/2}]}. \quad (12a)$$

由引理1有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{a(t-d)|e_c(t)|}{1 + \phi^T(t-d)\phi(t-d)} = 0. \quad (12b)$$

由最小相位假设3), 有存在的正数 $m_1 > 0, m_2 > 0$, 满足

$$|u(t-d)| \leq m_1 + m_2 \max_{1 \leq \tau \leq t} |y(\tau)|,$$

由 $\phi(t)$ 定义, 有存在 $m_3 > 0, m_4 > 0$,

$$|\phi(t-d)| \leq m_3 + m_4 \max_{1 \leq \tau \leq t} |y(\tau)|,$$

由于

$$|y(t)| = |e_c(t) + y^*(t)| \leq |e_c(t)| + |y^*(t)|,$$

$|y^*(t)|$ 有界, 则有正数 $m_5 > 0, m_6 > 0$ 满足

$$\|\phi(t-d)\| \leq m_5 + m_6 \max_{1 \leq \tau \leq t} |e_c(\tau)|. \quad (13)$$

由式(12), 向量 $\phi(t-d)$ 的范数可以为有界或发散. 若 $\|\phi(t-d)\|$ 发散, 则由式(13)可知 $|e_c(t)|$

将无界,即存在时间序列 $\{t_n\}$ 满足 $\lim_{n \rightarrow \infty} |e_c(t_n)| \rightarrow \infty$,当 n 足够大,由式(5)有 $a(t_n - d) \neq 0$,由式(12),(13)与文[9]关键技术引理,得 $\|\phi(t - d)\|$ 一定有界,矛盾.则 $\|\phi(t - d)\|$ 一定有界.因此闭环系统所有的信号有界.由引理1之3)及式(11)有

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |e_c(t)| =$$

$$\limsup_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y^*(t)| \leq 2M.$$

定理2 当线性时不变系统多模型自适应控制LTIMMAC应用到线性时不变系统(1),闭环系统满足:

- 1) $\{u(t)\}$ 有界;
- 2) $\{y(t)\}$ 有界;
- 3) $\limsup_{t \rightarrow \infty} |y(t) - y^*(t)| \leq 2M$.

证 由定义1,参考定理1,如文[3]第Ⅲ部分证明过程可得证.

定理2虽然是针对线性时不变系统成立,对于含有跳变参数线性时变系统,在相邻的两次参数跳变之间可以被看作时不变系统.所以由定理2,当两次参数跳变的时间间隔足够长时,含跳变参数系统的多模型自适应控制可以极大改善含跳变参数系统的控制品质.这可以在以下的仿真中看到.

5 仿真实例(Simulation)

考虑如下离散时间系统

$$y(t) = a_1(t)y(t-1) + a_2(t)y(t-2) +$$

$$q^{-1}(b_1(t) + b_2(t)q^{-1})u(t) + \eta(t),$$

其中, $|\eta(t)| \leq 0.02$ 为有界扰动.

情况1 线性时不变系统

$$\begin{aligned} a_1(t) &= 1, a_2(t) = -0.5, \\ b_1(t) &= 2.5, b_2(t) = 2, \quad 0 < t < \infty. \end{aligned}$$

情况2 含跳变参数的时变系统

$$\begin{aligned} a_1(t) &= \begin{cases} 1, & 0 \leq t \leq 49, \\ 3, & 50 \leq t \leq 99, \\ 2, & 100 \leq t \leq 149, \\ 4, & 150 \leq t < \infty, \end{cases} \\ a_2(t) &= 0.5, b_1(t) = 2.5, \\ b_2(t) &= \begin{cases} 2, & 0 \leq t \leq 49, \\ 2, & 50 \leq t \leq 99, \\ 2.3, & 100 \leq t \leq 149, \\ 2.3, & 150 \leq t < \infty. \end{cases} \end{aligned}$$

对于情况1,对于LTIMMAC初始参数

$$\theta_{A_1}(0) = [0.3, -0.5, 2.5, 2]^T,$$

$$\theta_{A_2}(0) = [0.3, -0.5, 2.5, 2]^T,$$

同时建立186固定模型;对于单自适应模型控制器

$$\hat{\theta}(0) = [0.3, -0.5, 2.5, 2]^T;$$

$$y^*(t) = 1, 0 < t < \infty.$$

仿真结果如图1.对于情况2,对于JPMMAC初始参数如情况1, $y^*(t) = \sin(\pi t/50)$, $0 < t < \infty$, 仿真结果如图2.

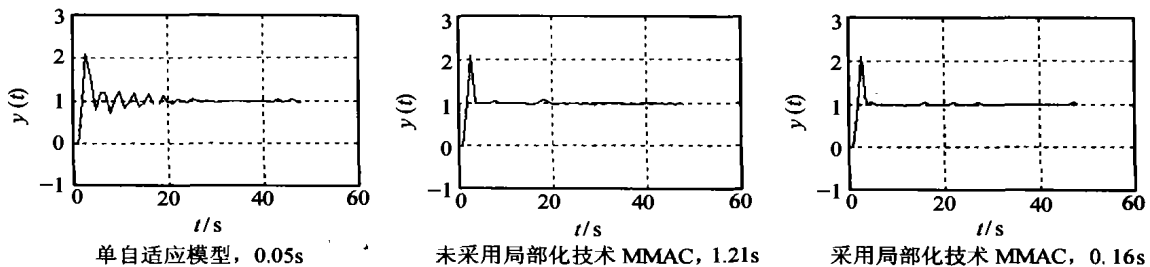


图1 LTI系统仿真及仿真所用时间

Fig. 1 Simulation of LTI system and computation time

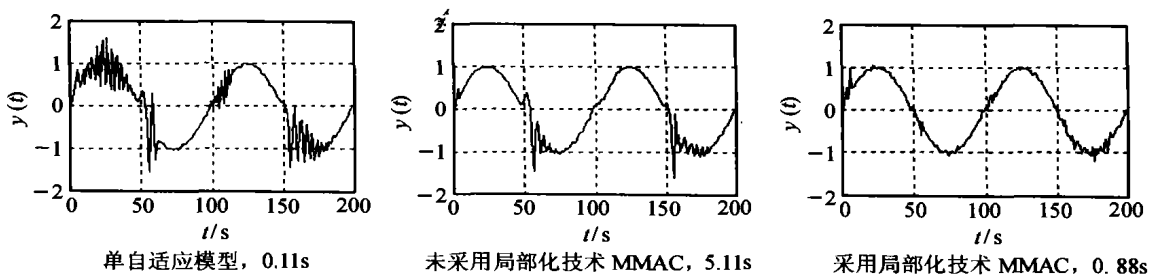


图2 LTV系统仿真及仿真所用时间

Fig. 2 Simulation of LTV system and computation time

从以上仿真可以看出,当参数辨识器的初值距离被控对象真值较远时,单自适应模型控制器需要较长时间才能使得辨识参数收敛到真值,因此在这一过渡过程当中基于辨识模型设计的控制器会造成控制品质很差;而采用多模型自适应控制,由于动态调整初值的自适应模型和多个固定模型的存在,可以使得辨识器的辨识参数的迅速切换到距离被控对象真值最近的模型参数上,这样可以保证辨识参数快速向真值收敛,因此基于多模型的自适应控制器可以极大地改善瞬态响应.同时采用“局部化”技术之后,计算精度没有损失,但却减少了计算时间.

6 结论(Conclusion)

本文针对含有有界扰动的离散时间被控对象,给出基于“局部化”技术的多模型自适应控制器,并证明闭环系统是稳定的.文中不仅解决了含有扰动的被控对象多模型自适应控制问题,同时克服了多模型自适应控制模型多、速度慢的弊端,提高了多模型自适应控制的实际应用的可能性.

参考文献(References):

- [1] 李晓理,王伟,孙维.多模型自适应控制[J].控制与决策,2000,15(4):390-394.
(LI Xiaoli, WANG Wei, SUN Wei. Multi-model adaptive control [J]. *Control and Decision*, 2000, 15(4):390-394.)
- [2] 王伟,李晓理.多模型自适应控制[M].[s.l.]:科学出版社,2001.
(WANG Wei, LI Xiaoli. *Multiple Model Adaptive Control* [M]. Science Publishing House, 2001.)
- [3] NARENDRA K S, XIANG C. Adaptive control of discrete-time systems using multiple models [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*,

2000,45(9):1669-1686.

- [4] LI Xiaoli, WANG Wei, WANG Shuning. Multiple model adaptive control for discrete time systems [A]. *American Control Conf* 2001 [C]. [s.l.]:Arlington, Virginia,2001:4820-4825.
- [5] 李晓理,王伟.输入受限系统的多模型自适应控制[J].控制理论与应用,2000,17(6):889-893.
(LI Xiaoli, WANG Wei. Multiple models adaptive control of input constrained systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(6):889-893.)
- [6] CHEN Lingji, NARENDRA K S. Nonlinear adaptive control using neural networks and multiple models [J]. *Automatica*, 2001,37(8):1245-1255.
- [7] NARENDRA K S, DRIOLLET O. Stochastic adaptive control using multiple estimation models [J]. *Int J Adaptive Control Signal Process*, 2001,15(4):287-317.
- [8] ZHIVOGLYADOV P, MIDDLETON R H, FU M Y. Localization based switching adaptive control for time-varying discrete-time systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2000,45(4):752-755.
- [9] GOODWIN G C, SIN K S. *Adaptive Filtering, Prediction and Control* [M]. Englewood Cliffs: Prentice Hall, 1984.

作者简介

李晓理 (1971—),男,分别于1994年7月、1997年3月于大连理工大学自动化系获学士和硕士学位,2000年3月于东北大学获控制理论与控制工程专业博士学位,现为清华大学自动化系博士后,主要研究方向为多模型自适应控制,广义预测控制等.现已在国内外核心期刊及学术会议上发表论文20余篇,出版专著一部. E-mail: lixiaoli@mail. au. tsinghua. edu. cn;

王书宁 (1956—),男,1982年毕业于湖南大学电机工程系,1984年于华中理工大学自动控制系获硕士学位,1988年于华中理工大学自动控制系获博士学位,1994年和2001年分别在美国加州大学河滨分校和耶鲁大学进行合作研究,现为清华大学自动化系教授,博士生导师,系统工程所所长.目前感兴趣方向:复杂系统建模,非线性辨识,系统优化,决策分析.在国内外学术刊物与会议上发表论文120多篇.