

不确定非线性系统的鲁棒耗散性与保性能控制

关新平, 华长春, 龙承念

(燕山大学 电气工程学院, 河北 秦皇岛 066004)

摘要: 考虑了不确定仿射非线性系统的鲁棒耗散性与保性能控制问题, 不确定性范数有界, 不满足匹配条件. 基于 HJI 不等式, 设计了状态反馈控制器. 当扰动存在时, 控制器能使系统达到耗散, 当扰动为零时, 所设计的控制器使系统对于给定的性能函数具有上界, 最后研究了不确定线性系统的保性能与耗散性控制情形.

关键词: 非线性系统; 耗散性控制; 保性能控制

中图分类号: TP27 **文献标识码:** A

Robust dissipative control and guaranteed cost control for uncertain nonlinear systems

GUAN Xin-ping, HUA Chang-chun, LONG Cheng-nian

(Institute of Electrical Engineering, Yanshan University, Hebei Qinhuangdao 066004, China)

Abstract: The problem of robust dissipative control and guaranteed cost control for uncertain nonlinear systems was considered. The uncertainties were norm bounded, and did not satisfy matching conditions. Based on HJI, a state feedback controller was constructed which rendered the closed-loop system dissipative when there existed disturbances in systems, and also guaranteed the given cost bounded for the closed-loop system without the disturbances in systems. Finally, robust dissipative was investigated and control problem for uncertain linear systems was guaranteed.

Key words: nonlinear systems; dissipative control; guaranteed cost control

1 引言(Introduction)

耗散性系统理论自上世纪 70 年代提出以来, 得到了人们的关注, 并取得了广泛的研究成果^[1~4]. 它的实质内容就是系统内部能量的损耗总是小于外部能量的供给率, H_∞ 控制和无源控制都是耗散性控制的特例. H_∞ 控制^[1,2] 是一种干扰抑制的思想, 在保证系统稳定的前提下, 使干扰对系统的输出的影响抑制到所要求的最小程度. 取供给率为输入输出的乘积时, 就成为状态无源问题^[3], 无源性系统理论在许多工程问题中, 如电路系统和热动力系统等, 都得到了广泛的应用. 文献[4]考虑了线性系统的鲁棒耗散性控制问题, 非线性系统耗散性研究结果还很少见到.

保性能控制自 Chang 等人^[5]提出以来, 得到了人们的广泛研究. 线性系统的保性能控制已经获得了许多好的成果, 有代表性的文献[6~8], 相比较来说尽管非线性系统的保性能研究较早, 但结果不是

很多, 而不确定非线性系统的保性能控制结果还很少. 文献[9, 10]从最优的思想做了研究, 考虑了线性和非线性系统的最优调节问题. 本文在文献[4, 9, 10]基础上结合耗散性与保性能思想, 考虑了不确定仿射非线性系统的鲁棒耗散性与保性能控制, 不确定性不需要满足匹配条件. 推导出当干扰不为零时, 系统达到耗散性性能要求. 干扰为零时, 系统保证其成本函数存在上界, 首先给出了确定性非线性系统耗散性与保性能条件, 然后研究了具有控制输入的非线性系统, 考虑了不确定非线性系统鲁棒耗散性与保性能控制问题, 最后研究了当不确定非线性系统退化为不确定线性系统情形下的鲁棒耗散性与保性能控制问题.

2 系统描述与预备知识(System formulation and preliminaries)

本节将介绍耗散性与非线性系统保性能等概念. 考虑如下的非线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = f(x, u, w), \\ z = h(x, u, w). \end{cases}$$

其中, $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, w(t) \in \mathbb{R}^p, z(t) \in \mathbb{R}^q$, 分别为系统的状态、控制输入、外部输入和测量输出.

对上述系统选取如下的供给率

$$r(z, w) = z^T Q z + 2z^T R w + w^T S w.$$

其中 Q, S 为给定对称阵, R 为给定的适当维数的矩阵.

定义 1 如果对于上述系统, 存在一个能量函数对于上述能量供给率是耗散的, 即存在正定函数 V , 使得

$$\int_0^T r(z(t), w(t)) dt + V(x_0) \geq 0,$$

则称系统是 (Q, R, S) 耗散的.

定义 2 如果对于上述系统, 给定性能函数

$$\Omega(x_0, u) = \int_0^\infty L(x, u) dt.$$

设计控制输入 u , 使性能函数存在某一上界, 则称系统达到保性能控制.

考虑如下的仿射非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)w, \quad (2.1)$$

$$z = h(x) + k(x)w. \quad (2.2)$$

其中 x, w, z 为前面所定义.

定理 1 对于给定的非线性系统 (2.1) ~ (2.2), 给定性能函数为

$$J(x_0) = \int_0^\infty L(x(t)) dt. \quad (2.3)$$

如果存在正定函数 $V(x)$ ($V(0) = 0$), 满足如下不等式

$$\frac{\partial V}{\partial x} f < 0, \quad (2.4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} g(x)w \leq r(z, w) + L(x) + \Gamma(x), \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} f + L(x) + \Gamma(x) \leq 0. \quad (2.6)$$

其中 $\Gamma(x) > 0$, 则当 $w \neq 0$ 时, 有

$$\int_0^T r(z(t), w(t)) dt + V(x_0) \geq 0. \quad (2.7)$$

当 $w = 0$ 时, 系统渐近稳定, 且有性能函数

$$J(x_0) \leq E(x_0) \leq V(x_0). \quad (2.8)$$

其中 $E(x_0)$ 为辅助性能函数, 且满足

$$E(x_0) = \int_0^\infty (L(x) + \Gamma(x)) dt.$$

证 由于

$$\dot{V}(x(t)) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x)w \leq r(z, w).$$

当 $w \neq 0$ 时, 根据式 (2.5) 和 (2.6) 有

$$\dot{V}(x(t)) = \frac{\partial V}{\partial x} f(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g(x)w \leq r(z, w),$$

两边积分得

$$V(x(T)) - V(x(0)) \leq \int_0^T r(z, w) dt,$$

由于 $V(x(T)) \geq 0$, 从而式 (2.7) 显然成立. 当 $w = 0$ 时, 根据式 (2.4), 易知系统是渐近稳定的, 由式 (2.6) 知

$$L(x) \leq L(x) + \Gamma(x) \leq -\frac{\partial V}{\partial x} f = -\dot{V}(x(t)).$$

积分后就得到式 (2.8) 成立. 证毕.

注 1 在线性系统中, 往往选择

$$\int_0^\infty L(x) dt = \int_0^\infty x^T Q x dt$$

做为性能函数. 定理 1 中的 $\Gamma(x)$ 是为了系统满足耗散性能要求而增设的辅助函数, 对于给定的 $L(x)$, 选取尽可能小的 $\Gamma(x)$ 对于式 (2.6) 的求解, 有很重要的作用. 另外条件 (2.4) 的目的是使系统渐近稳定, 而条件 (2.6) 常常在供给率选定后, 在零状态可检测的假设条件下, 也能保证系统渐近稳定, 所以有时在零状态可检测的条件下, 适当选择 $\Gamma(x)$, 就不需要条件 (2.4).

推论 1 在定理 1 中如果取供给率

$$r(z, w) = z^T Q z + 2z^T R w + w^T S w,$$

则定理 (1) 中的 $\Gamma(x)$ 须满足

$$L(x) + \Gamma(x) \geq$$

$$\frac{1}{4} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g - 2h^T R - 2h^T Q k \right] \hat{d}^{-1} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g - 2h^T R - 2h^T Q k \right]^T - h^T Q h.$$

其中

$$\hat{d} = k^T Q k + k^T R + R^T k + S > 0.$$

根据式 (2.5) 可以容易得到上式, 故略去证明.

注 2 当 $Q = -I, R = 0, S = \gamma^2$ 供给率为 H_∞ 供给率. 此时若 $L(x) \geq 0$, 则可取

$$\Gamma(x) = \frac{1}{4} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g + 2h^T k \right] [\gamma^2 I - k^T k]^{-1} \cdot \left[\frac{\partial V}{\partial x} g + 2h^T k \right]^T + h^T h.$$

若 $L(x) = h^T h$, 则可取

$$\Gamma(x) =$$

$$\frac{1}{4} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g + 2h^T k \right] [\gamma^2 I - k^T k]^{-1} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g + 2h^T k \right]^T.$$

在一定条件下, $\Gamma(x)$ 的选择可根据 $L(x)$ 的给定而选择.

3 耗散性与保性能控制 (Dissipative control and guaranteed cost control)

考虑如下具有输入的非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)u + g_1(x)w, \quad (3.1)$$

$$z = h(x) + d(x)u + k(x)w. \quad (3.2)$$

其中 u 为控制输入, $g(x), d(x)$ 具有适当的维数.

下面考虑求取控制器使系统既达到保性能要求, 又达到耗散性控制.

与第2部分内容相类似, 本文选取的性能指标和辅助性能指标为

$$J(x_0, u) = \int_0^\infty L(x, u) dt,$$

$$E(x_0, u) = \int_0^\infty (L(x, u) + \Gamma(x, u)) dt.$$

其中

$$L(x, u) = L_1(x) + L_2(x)u + u^T L_3(x)u.$$

定理2 考虑系统(3.1)与(3.2), 如果存在一正定函数 $V(x)$ ($V(0) = 0$), 满足如下条件

$$\frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)\phi(x)) < 0, \quad (3.3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} g_1(x)w \leq r(z, w) + L(x, \phi(x)) + \Gamma(x, \phi(x)), \quad (3.4)$$

$$H(x, \phi(x)) = \min_u H(x, u), \quad (3.5)$$

$$H(x, \phi(x)) \leq 0. \quad (3.6)$$

其中

$$H(x, u) = \frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)u) + L(x, u) + \Gamma(x, u).$$

取反馈控制器 $u = \phi(x)$, 则当 $w = 0$ 时, 有

$$J(x_0, \phi(x)) \leq E(x_0, \phi(x)) \leq V(x_0).$$

当 $w \neq 0$ 时, 有

$$\int_0^T r(z(t), w(t)) dt + V(x_0) \geq 0. \quad (3.7)$$

证明与定理1相类似故略去.

同样此时 $\Gamma(x, u)$ 须满足

$$L(x, u) + \Gamma(x, u) \geq \frac{1}{4} a \hat{a}^{-1} a^T - (h + du)^T Q (h + du).$$

其中

$$a = \frac{\partial V}{\partial x} g_1 - 2(h + du)^T R - 2(h + du)^T Qk.$$

注3 当取耗散性供给率

$$r(z, w) = z^T Qz + 2z^T R w + w^T S w,$$

性能函数 $L(x, u) \geq 0$, 则可取

$$\Gamma(x, u) = \frac{1}{4} a \hat{a}^{-1} a^T - (h + du)^T Q (h + du),$$

从而有

$$H(x, u) = L_1(x) + L_2(x)u + u^T L_3(x)u + \frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)u) + \Gamma(x, u).$$

由式(3.5), $H(x, u)$ 取最小值时有

$$\phi(x) = -\frac{1}{2} \hat{N}^{-1} a^T.$$

其中

$$\hat{N} = -d^T Q d + d^T (R + Qk) \hat{a}^{-1} (R + Qk)^T d + L_3(x),$$

$$\hat{a} = L_2(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g - 2h^T Q d - \frac{\partial V}{\partial x} g_1 \hat{a}^{-1} (R + Qk)^T d + 2h^T (R + Qk) \hat{a}^{-1} (R + Qk)^T d.$$

此时当存在一正定函数 $V(x)$ 满足如下不等式

$$H(x, \phi(x)) = \frac{\partial V}{\partial x} f + \frac{1}{4} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g_1 - 2h^T (Qk + R) \right] \hat{a}^{-1} \cdot \left[\frac{\partial V}{\partial x} g_1 - 2h^T (Qk + R) \right]^T - \frac{1}{4} a \hat{N}^{-1} a^T +$$

$$L_1(x) - h^T Q h \leq 0.$$

则 $u = \phi(x)$ 即为所求得的反馈控制律. 这样的结果是一般性能函数而得到的, 所以应用的范围较广. 在实际问题中, 根据 $L(x, u)$ 的具体给定值, 保证式(3.6)满足的前提下, 可以进行选择尽可能小的 $\Gamma(x, u)$.

4 鲁棒耗散性控制与保性能控制 (Robust dissipative control and guaranteed cost control)

考虑如下的非线性不确定系统

$$\dot{x} = f(x) + \Delta f(x) + (g(x) + \Delta g(x))u + (g_1(x) + \Delta g_1(x))w, \quad (4.1)$$

$$z = h(x) + d(x)u + k(x)w. \quad (4.2)$$

其中 $\Delta f(x), \Delta g(x), \Delta g_1(x)$ 为非线性系统的不确定性, 满足如下假设条件

$$\Delta f(x) = \bar{L}_1(X) F_1(x) E_1(x),$$

$$\Delta g(x) = \bar{L}_2(X) F_2(x) E_2(x),$$

$$\Delta g_1 = \bar{L}_3(X) F_3(x) E_3(x).$$

其中 $\bar{L}_1(x), \bar{L}_2(x), \bar{L}_3(x)$ 与 $E_1(x), E_2(x), E_3(x)$ 为系统的给定矩阵, F_1, F_2, F_3 为系统的扰动, 且满足 $F_i F_i^T \leq I$. 本节的目的就是寻找合适的反馈控制器使系统达到作者的性能要求.

定理3 考虑系统(4.1)与(4.2), 如果存在一正定函数 $V(x)$ ($V(0) = 0$), 满足如下条件

$$\frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)\phi(x)) + \frac{1}{4} \frac{\partial V}{\partial x} \left(\frac{1}{\lambda_1} \bar{L}_1^T \bar{L}_1 + \frac{1}{\lambda_2} \bar{L}_2^T \bar{L}_2 \right) \frac{\partial V^T}{\partial x} + \lambda_1 E_1^T E_1 + \lambda_2 \phi(x)^T E_2^T E_2 \phi(x) < 0, \quad (4.3)$$

$$\frac{\partial V}{\partial x} g_1(x)w + \frac{1}{4\lambda_3} \frac{\partial V}{\partial x} \bar{L}_3^T \bar{L}_3^T \frac{\partial V^T}{\partial x} + \lambda_3 w^T E_3^T E_3 w \leq r(z, w) + L(x, \phi(x)) + \Gamma(x, \phi(x)), \quad (4.4)$$

$$H(x, \phi(x)) = \min_u H(x, u), \quad H(x, \phi(x)) \leq 0. \quad (4.5)$$

其中 $\lambda_1, \lambda_2, \lambda_3$ 为正定函数,

$$H(x, u) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)u) + \\ & \frac{1}{4} \frac{\partial V}{\partial x} \left(\frac{1}{\lambda_1} \bar{L}_1^T \bar{L}_1 + \frac{1}{\lambda_2} \bar{L}_2^T \bar{L}_2 \right) \frac{\partial V^T}{\partial x} + \\ & \lambda_1 E_1^T E_1 + \lambda_2 u^T E_2^T E_2 u + L(x, u) + \Gamma(x, u). \end{aligned}$$

取反馈控制律 $u = \phi(x)$, 则当 $w = 0$ 时, 有

$$J(x_0, \phi(x)) \leq V(x_0),$$

性能函数为前面所定义. 当 $w \neq 0$ 时, 有

$$\int_0^T r(z(t), w(t)) dt + V(x_0) \geq 0.$$

证明从略.

注 4 根据式(4.4), 供给率为

$$r(z, w) = z^T Q z + 2z^T R w + w^T S w$$

时, $\Gamma(x, u)$ 的选择须满足

$$\begin{aligned} & L(x, u) + \Gamma(x, u) \geq \\ & \frac{1}{4} a \hat{d}^{-1} a^T - (h + du)^T Q (h + du) + \frac{1}{4\lambda_3} \frac{\partial V}{\partial x} \bar{L}_3 \bar{L}_3^T \frac{\partial V^T}{\partial x}. \end{aligned}$$

其中

$$\hat{d} = -\lambda_3 E_3^T E_3 + k^T Q k + k^T R + R^T k + S > 0.$$

由于 $L(x, u) \geq 0$, 一般可以取

$$\begin{aligned} & \Gamma(x, u) = \\ & \frac{1}{4} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g_1 - 2(h + du)^T R - 2(h + du)^T Q k \right] \hat{d}^{-1} \cdot \\ & \left[\frac{\partial V}{\partial x} g_1 - 2(h + du)^T R - 2(h + du)^T Q k \right]^T - \\ & (h + du)^T Q (h + du) + \frac{1}{4\lambda_3} \frac{\partial V}{\partial x} \bar{L}_3 \bar{L}_3^T \frac{\partial V^T}{\partial x}. \end{aligned}$$

从而有

$$\begin{aligned} & H(x, u) = \\ & L_1(x) + L_2(x)u + u^T L_3(x)u + \\ & \frac{\partial V}{\partial x}(f(x) + g(x)u) + \frac{1}{4\lambda_3} \frac{\partial V}{\partial x} \bar{L}_3 \bar{L}_3^T \frac{\partial V^T}{\partial x} + \\ & \lambda_1 E_1^T E_1 + \frac{1}{4} \frac{\partial V}{\partial x} \left(\frac{1}{\lambda_1} \bar{L}_1 \bar{L}_1^T + \frac{1}{\lambda_2} \bar{L}_2 \bar{L}_2^T \right) \frac{\partial V^T}{\partial x} + \\ & \lambda_2 u^T E_2^T E_2 u - (h + du)^T Q (h + du) + \frac{1}{4} a \hat{d}^{-1} a^T. \end{aligned}$$

当 $H(x, u)$ 取最小值时

$$\begin{aligned} \phi(x) = & -\frac{1}{2} \hat{N}^{-1} \left[L_2(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g - 2h^T Q d - \left(\frac{\partial V}{\partial x} g_1 - \right. \right. \\ & \left. \left. 2h^T(R + Qk) \right) \hat{d}^{-1} (R + Qk)^T d \right]^T. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \hat{N} = & -d^T Q d + d^T (R + Qk) \hat{d}^{-1} (R + Qk)^T d + \\ & L_3(x) + \lambda_2 E_2^T E_2 > 0, \end{aligned}$$

且满足 $H(x, \phi(x)) \leq 0$, 则此时 $u = \phi(x)$ 即为所求得的反馈控制律.

推论 2 当供给率取为 H_∞ 供给率时, 即 $Q = -I$,

$R = 0, S = \gamma^2 I$ 则可以取有

$$\Gamma(x, u) =$$

$$\begin{aligned} & \frac{1}{4} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g_1 + 2(h + du)^T k \right] \left[-\lambda_3 E_3^T E_3 - \right. \\ & \left. k^T k + \gamma^2 I \right]^{-1} \left[\frac{\partial V}{\partial x} g_1 + 2(h + du)^T k \right]^T + \\ & (h + du)^T (h + du) + \frac{1}{4\lambda_3} \frac{\partial V}{\partial x} \bar{L}_3 \bar{L}_3^T \frac{\partial V^T}{\partial x}. \end{aligned}$$

从而

$$\begin{aligned} u = & \phi(x) = \\ & -\frac{1}{2} \bar{N}^{-1} \left[L_2(x) + \frac{\partial V}{\partial x} g + 2h^T d + \right. \\ & \left. \frac{\partial V}{\partial x} g_1 \hat{d}^{-1} k^T d + 2h^T k \hat{d}^{-1} k^T d \right]^T, \end{aligned}$$

且 $H(x, \phi(x)) \leq 0$. 其中

$$\bar{d} = -\lambda_3 E_3^T E_3 - k^T k + \gamma^2 I > 0,$$

$$\bar{N} = d^T d + d^T k \hat{d}^{-1} k^T d + L_3(x) + \lambda_2 E_2^T E_2 > 0,$$

使系统满足性能要求. 即

当 $w = 0$ 时, 有

$$J(x_0, \phi(x)) \leq V(x_0),$$

性能函数为前面所定义.

当 $w \neq 0$ 时, 有

$$\int_0^T (-z^T z + \gamma^2 w^T w) dt + V(x_0) \geq 0,$$

满足 H_∞ 性能指标.

下面利用定理 3 的结果, 考虑线性系统情形.

考虑不确定线性系统

$$\dot{x} = (A + \Delta A)x + (B + \Delta B)u + (C + \Delta C)w, \quad (4.6)$$

$$z = \bar{h}x + \bar{d}u + \bar{k}w. \quad (4.7)$$

其中不确定性满足

$$\Delta A = \bar{L}_1 \bar{F}_1 \bar{E}_1, \Delta B = \bar{L}_2 \bar{F}_2 \bar{E}_2, \Delta C = \bar{L}_3 \bar{F}_3 \bar{E}_3.$$

$\bar{F}_i$ 为扰动量, 且满足 $\bar{F}_i \bar{F}_i^T \leq I$. 性能函数设为

$$J(x_0, u) = \int_0^\infty x^T \hat{Q} x + u^T \hat{R} u dt.$$

下面考虑该系统的鲁棒耗散性与保性能控制.

推论 3 对于系统(4.6)和(4.7), 取正定函数 $V = x^T P x$, 如果存在正定矩阵 P 使得

$$\begin{aligned} & 2x^T P (Ax + B\phi(x)) + x^T P \left(\frac{1}{\lambda_1} \bar{L}_1^T \bar{L}_1 + \frac{1}{\lambda_2} \bar{L}_2^T \bar{L}_2 \right) Px + \\ & \bar{\lambda}_1 \bar{E}_1^T \bar{E}_1 + \bar{\lambda}_2 \phi(x)^T \bar{E}_2^T \bar{E}_2 \phi(x) < 0, \end{aligned} \quad (4.8)$$

$$\begin{aligned} & 2x^T P B w + \frac{1}{\lambda_3} x^T P \bar{L}_3 \bar{L}_3^T P x + \bar{\lambda}_3 w^T \bar{E}_3^T \bar{E}_3 w \leq \\ & r(z, w) + x^T \hat{Q} x + \phi(x)^T \hat{R} \phi(x) + \Gamma(x, \phi(x)), \end{aligned} \quad (4.9)$$

$$H(x, u) \geq H(x, \phi(x)), H(x, \phi(x)) \leq 0.$$

$$(4.10)$$

其中 $\bar{\lambda}_1, \bar{\lambda}_2, \bar{\lambda}_3$ 为正定函数,

$$H(x, u) =$$

$$2x^T P(Ax + Bu) + x^T P \left(\frac{1}{\bar{\lambda}_1} \bar{L}_1^T \bar{L}_1 + \frac{1}{\bar{\lambda}_2} \bar{L}_2^T \bar{L}_2 \right) Px + \bar{\lambda}_1 \bar{E}_1^T \bar{E}_1 + \bar{\lambda}_2 \bar{E}_2^T \bar{E}_2 u + x^T \hat{Q}x + u^T \hat{R}u + \Gamma(x, u).$$

取反馈控制律 $u = \phi(x)$, 则当 $w = 0$ 时, 有

$$J(x_0, \phi(x)) \leq V(x_0),$$

性能函数为前面所定义.

当 $w \neq 0$ 时, 有

$$\int_0^T r(z(t), w(t)) dt + V(x_0) \geq 0.$$

证明略去.

此时有

$$\begin{aligned} L(x, u) + \Gamma(x, u) \geq & [x^T PC - (\bar{h}x + \bar{d}u)^T R - (\bar{h}x + \bar{d}u)^T \bar{Q}\bar{k}] \hat{d}^{-1} + \\ & [x^T PC - (\bar{h}x + \bar{d}u)^T R - (\bar{h}x + \bar{d}u)^T \bar{Q}\bar{k}]^T - \\ & (\bar{h}x + \bar{d}u)^T \bar{Q}(\bar{h}x + \bar{d}u) + \frac{1}{\bar{\lambda}_3} x^T \bar{P} \bar{L}_3 \bar{L}_3^T Px. \end{aligned} \quad (4.11)$$

其中

$$\hat{d} = -\bar{\lambda}_3 \bar{E}_3^T \bar{E}_3 + \bar{k}^T \bar{Q}\bar{k} + \bar{k}^T R + R^T \bar{k} + S > 0.$$

如果取

$$\begin{aligned} \Gamma(x, u) = & [x^T PC - (\bar{h}x + \bar{d}u)^T R - (\bar{h}x + \bar{d}u)^T \bar{Q}\bar{k}] \hat{d}^{-1} \cdot \\ & [x^T PC - (\bar{h}x + \bar{d}u)^T R - (\bar{h}x + \bar{d}u)^T \bar{Q}\bar{k}]^T - \\ & (\bar{h}x + \bar{d}u)^T \bar{Q}(\bar{h}x + \bar{d}u) + \frac{1}{4\bar{\lambda}_3} x^T \bar{P} \bar{L}_3 \bar{L}_3^T Px. \end{aligned}$$

当存在正定矩阵 P , 使得 $H(x, \phi(x)) \leq 0$, 则控制器为

$$\begin{aligned} u = \phi(x) = & -\bar{N}^{-1} [x^T \bar{P} \bar{B} - x^T \bar{h}^T \bar{Q} \bar{d} + \\ & (x^T \bar{h}^T (R + \bar{Q}\bar{k}) - x^T \bar{P} \bar{C}) \hat{d}^{-1} (R + \bar{Q}\bar{k})^T \bar{d}]^T. \end{aligned}$$

其中

$$\begin{aligned} \bar{N} = & -\bar{d}^T \bar{Q} \bar{d} + \bar{d}^T (\bar{Q}\bar{k} + R) \hat{d}^{-1} (\bar{Q}\bar{k} + \\ & R)^T \bar{d} + \hat{R} + \bar{\lambda}_2 \bar{E}_2^T \bar{E}_2 > 0. \end{aligned}$$

当 $L(x, u)$ 给定后, 根据式(4.11)来选择尽可能小的 $\Gamma(x, u)$, 使 $H(x, \phi(x)) \leq 0$ 更容易实现.

注5 在上面非线性系统保性能控制中, 性能函数中的 $L_1(x)$ 为非线性函数, 既可为二次性函数, 也可为非二次函数. 所以在线性系统保性能控制中, 利用本文的方法, 性能函数也可为非线性函数, 本文从略.

5 结论(Conclusion)

本文研究了不确定非线性系统的鲁棒耗散性与保性能控制问题, 设计状态反馈控制器, 当外部输入为零时, 系统满足耗散性性能要求, 当外部干扰为零时, 使给定的性能函数具有上界. 先从无控制输入确定非线性系统入手, 逐步研究了有控制输入, 到后来的系统存在不确定性, 最后还考虑了不确定线性系统情形的鲁棒耗散性与保性能控制. 在研究过程中耗散性与保性能控制之间存在一定的联系, 本文中 $\Gamma(x, u)$ 的选择是联系它们之间的桥梁.

参考文献(References):

- [1] ISIDORI A. Dissipative inequalities in nonlinear H_∞ control [A]. *Proc 31st Conf on Decision Control* [C]. Tucson, AZ: [s. n.], 1992:3265-3270.
- [2] SHEN Tielong. *H_∞ Control Theory and Application* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1996.
- [3] LIN W, SHEN T L. Robust passivity and feedback design for minimum-phase nonlinear systems with structural uncertainty [J]. *Automatica*, 1999, 35(1): 35-47.
- [4] XIE Shoulie, XIE Lihua, de SOUZA CARLIS D E. Robust dissipative Control for linear systems with dissipative uncertainty [J]. *Int J Control*, 1998, 70(6): 770-783.
- [5] CHANG S S L, PENG T K C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1972, 17(4): 356-361.
- [6] PETERSEN I R, McFARLANE D C. Optimal guaranteed cost control and filtering for uncertain linear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(9): 1971-1977.
- [7] PETER I R. Guaranteed cost LQG control of uncertain linear systems [J]. *IEE proc Control Theory and Applications*, 1995, 142(1): 183-188.
- [8] VALERY A U, IAN R P. Guaranteed cost control of uncertain systems via Lur' e-Postnikov Lyapunov functions [J]. *Automatica*, 2000, 36(2): 279-285.
- [9] WASSIM M H, VIJAYA-SEKHAR C, JERRY L F. Robust nonlinear feedback control for uncertain linear systems with nonquadratic performance criteria [J]. *Systems and Control Letters*, 1998, 33(5): 327-338.
- [10] WASSIM M H, VIJAYA-SEKHAR C, JERRY L F. Optimal nonlinear robust control for non-linear uncertain systems [J]. *Int J Control*, 2000, 73(4): 329-342.

作者简介:

关新平 (1963—), 男, 教授, 博士生导师. 燕山大学电气学院院长, 现主要从事非线性系统、时滞系统的鲁棒控制理论及应用研究. E-mail: xpguan@ysu.edu.cn;

华长春 (1979—), 男, 博士生, 研究方向为非线性系统、时滞系统的鲁棒控制. E-mail: cch@ysu.edu.cn;

龙承念 (1977—), 男, 博士生, 研究方向为时滞系统的鲁棒控制及在 ATM 网络控制中的应用.