

混沌系统的 RBF 神经网络非线性补偿控制

谭文^{1,2}, 王耀南², 刘祖润¹, 周少武^{1,2}

(1. 湖南科技大学 信息与电气工程学院, 湖南 湘潭 411201; 2. 湖南大学 电气与信息工程学院, 湖南 长沙 410082)

摘要: 设计 RBF 神经网络非线性补偿控制器, 提出了混沌系统线性状态反馈的复合控制方法, 将可调系统混沌行为镇定到期望目标位置或者变成周期运动. 用 Lorenz 方程作仿真实验, 结果证明了该方法的有效性.

关键词: 混沌控制; RBF 神经网络; 混沌系统; 非线性补偿控制

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Controlling chaotic system by RBF neural networks nonlinear compensator

TAN Wen^{1,2}, WANG Yao-nan², LIU Zu-run¹, ZHOU Shao-wu^{1,2}

(1. School of Information and Electrical Engineering, Hunan University of Science and Technology, Hunan Xiangtan 411201, China;

2. College of Electrical and Information Engineering, Hunan University, Hunan Changsha 410082, China)

Abstract: A nonlinear compensation controller with RBF neural networks was developed, a hybrid control technique for chaotic system based on linear state feedback was presented. The chaotic behavior of controlled system could be directed to the desired targets or periodic trajectory. The effectiveness of the proposed method was demonstrated through numerical simulations on the chaotic Lorenz equation.

Key words: chaos control; radial basis function neural networks (RBFNs); chaotic system; nonlinear compensation control

1 引言 (Introduction)

混沌是非线性动力系统特有的一种非周期运动形式, 混沌动力系统的控制作为非线性科学领域一个新的研究方向, 自 1989 年以来已引起了世界科学界和工程界的广泛关注. 混沌系统的未来行为不可长期预测及其无规则性, 往往导致系统性能恶化, 因此在大多数情况下, 人们总是回避, 下意识去抑制它^[1].

混沌控制方法的研究吸引了不少学者. OGY 方法利用混沌系统对参数变化的敏感性及混沌吸引子不稳定周期轨道的稠密性, 成功地控制了混沌运动^[2], Fowler 设计基于卡尔曼滤波状态估计器, 使 Lorenz 方程成为规则运动状态^[3], Pettini 提出了用参数周期扰动的方法消除混沌现象^[4], S. Boccaletti 研究了参数自适应法将混沌行为镇定到稳定状态^[5].

本文设计径向基函数网络 (RBFNs), 充分利用它的学习过程收敛速度快、拟合能力强的特点, 采用自适应 C-均值聚类法确定网络的中心, 使 RBFNs 成为非线性补偿器, 以减少或消除系统非线性因素的影响, 从而使混沌非线性系统近似为线性系统, 然后

设计线性状态反馈控制器, 将可调系统混沌行为转变为期望目标位置或周期轨道运动.

2 问题描述 (Problem description)

考虑混沌动态系统:

$$\dot{X} = f(X) = f_L(X) + f_N(X) = AX + f_N(X), \quad (1)$$

这里, $X = (x_1, x_2, \dots, x_m)^T$ 为系统状态向量, m 为向量维数, $f_L(X) = AX$ 是系统 $f(X)$ 的线性部分, 参数已知, $f_N(X)$ 是系统非线性部分, 参数不确定, 其输入和输出完全可测.

设计一非线性补偿器, 其输出 $\hat{f}_N(X)$ 是系统非线性部分 $f_N(X)$ 的近似值, 令误差

$$\tilde{f}_N(X) = f_N(X) - \hat{f}_N(X) \approx 0. \quad (2)$$

由此可将原系统近似变为线性系统, 再设计线性状态反馈控制器便可镇定混沌系统或进行跟踪控制.

3 非线性补偿与线性控制 (Nonlinear compensation and linear control)

用式(1)减去 $\hat{f}_N(X)$, 得

$$\dot{X} = AX + f_N(X) - \hat{f}_N(X) = AX + \tilde{f}_N(X). \quad (3)$$

先考虑近似误差 $\tilde{f}_N(X) \equiv 0$ 理想情形, 此时混沌系统变为纯线性系统, 设计线性控制器使闭环系统变为

$$\dot{X} = AX + bu(t). \quad (4)$$

其中 $\{A, b\}$ 可控, $u(t)$ 为控制器输入, 可表示成:

$$u(t) = -K^T X + v(t). \quad (5)$$

式中 $v(t)$ 是外部输入信号, $K = [k_1, \dots, k_n]^T$ 是线性反馈增益向量, 可根据任意配置 $A - bK$ 特征值的极点配置原理设计, 于是闭环控制系统为

$$\dot{X} = A_C X + bv(t). \quad (6)$$

这里 $A_C = A - bK^T$, 通过选取适当反馈增益 K , 可保证 A_C 为稳定矩阵.

若存在近似误差, 即 $\tilde{f}_N(X)$ 非零, 则闭环动态系统为

$$\dot{X} = A_C X + bv(t) + \tilde{f}_N(X). \quad (7)$$

不失一般性, 假若 $v(t) = 0$ 时, 被控系统平衡点在原点, 则下面定理适应于式(7).

定理 如果

$$\|X\| \rightarrow 0, \frac{\|\tilde{f}_N(X)\|}{\|X\|} \rightarrow 0 \quad (8)$$

成立, 则闭环系统(7)之平衡点是渐近稳定的, 其中 $\|\cdot\|$ 表示欧氏范数. 证明可参阅文献[6]. 由于 $\tilde{f}_N(X) \neq 0$ 对系统状态随时间演化影响很大, 即使有线性控制器也可能无法使系统稳定. 为此, 要适当配置系统极点使它们远离虚轴, 所设计的控制器才可将受控系统引导至平衡状态, 这样由于系统渐近稳定, 即状态向量的幅值随时间而减小, 所以非线性近似部分 $\tilde{f}_N(X)$ 易满足条件(8), 于是 $\tilde{f}_N(X)$ 将变得更小, 促使被控系统状态最终接近零. 控制系统框图如图1所示.

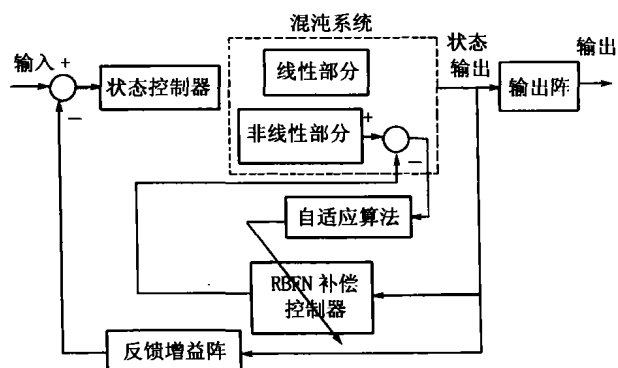


图1 带RBFN补偿控制器的控制系统框图

Fig. 1 Structure of control system with RBFN compensator

本文的任务首先是设计非线性补偿器, 使其输出与原系统非线性部分误差 $\tilde{f}_N(X)$ 有界且满足(8)的条件, 之后设计状态反馈控制器使系统混沌行为变成期望输出. 这里设计 RBFNs 作补偿控制器, 典型三层前向型 RBFNs 网络结构有三个可调参数, 即中心位置、宽度参数、隐层和输出层间的权值矩阵. 本文采用高斯径向基函数作隐层神经元的激活函数, 第 k 个隐元输出 y_k 可表示如下:

$$y_k = \sum_{i=1}^L w_{ki} e^{(-\|X - c_i\|^2 / 2\sigma_i^2)}. \quad (9)$$

这里 L 是隐元个数, w_{ki} 是第 k 个输出与第 i 个输入之间权系数, X 是输入向量, c_i 是第 i 个基函数的中心(以下简称中心), σ_i 是第 i 个感知变量, 它决定了该基函数围绕中心点的宽度(以下简称宽度). 这些参数的确定文中采用 k -最近邻近值法确定基函数宽度^[7], 梯度下降法求取权值向量阵^[8], 自适应C-均值聚类法确定网络中心. 对于 RBFNs, 网络中心点的确定极为重要, 下面将作详细阐述.

由于象 K -均值聚类、模糊 C -均值聚类这类“硬”算法都会遇到无效中心、局部极小、中心冗余等问题, 为了减少甚至消除这些现象, 使补偿器工作性能稳定可靠, 提出一种新的自适应 C -均值聚类算法. 这种算法每考虑一个样本, 就修正所有的中心, 它既可离线也可在线地调整网络参数. 具体算法步骤为:

1) 初始化聚类中心 $c_j(0)$, $j = 1, 2, \dots, n_c$, 初始学习率 $\eta(0)$ 以及与样本数相关的常数 q , 并令 $k = 1$.

2) 计算样本 $v(k)$ 与中心 $c_j(k)$ 之欧几里德距离 $d_j(k)$, 确定最短距离 $d_s(k)$ 及最长距离 $d_l(k)$, 同时找出相应的中心 $c_s(k)$ 及 $c_l(k)$.

3) 从 $j = 1$ 到 n_c :

① 修正样本 $v(k)$ 与中心之距离

$$\rho(k) = \frac{1}{n_c} \sum_{i=1}^{n_c} [\|v(k) - c_i(k)\|]^2. \quad (10)$$

② 若 $j \neq s$, 根据式(11)修正中心

$$\begin{cases} c_j(k+1) = c_j(k) + \Delta c_j(k), \\ \Delta c_j(k) = \eta(k) \vartheta(k) [v(k) - c_j(k-1)]. \end{cases} \quad (11)$$

其中

$$\vartheta(k) = \begin{cases} D_l(k) D_j(k) e^{-D_a(k)}, & d_j(k) > 0, \\ D_l(k) e^{-D_a(k)}, & d_j(k) = 0. \end{cases} \quad (12)$$

$$D_l(k) = \rho(k) / d_l^2(k), \quad D_j(k) = d_a^2(k) / d_j^2(k),$$

$$D_a(k) = d_a^2(k) / \rho(k),$$

若 $d_s(k) > 0$, 则 $\alpha = s$; 若 $d_s(k) = 0$, 则 $\alpha = z$ ($d_z(k)$ 是 $c_j(k)$ 与 $v(k)$ 之间最小非零距离).

③ 根据式(13)修正 $c_s(k)$,

$$\begin{cases} c_s(k+1) = c_s(k) + \Delta c_s(k), \\ \Delta c_s(k) = \eta(k) \vartheta(k) [v(k) - c_s(k-1)]. \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$\vartheta(k) = \begin{cases} e^{-d_i^2(k)/\rho(k)}, & d_s(k) > 0, \\ 0, & d_s(k) = 0. \end{cases} \quad (14)$$

4) 计算 $c_s(k)$ 与其他中心之间距离 $h_i(k) = \|c_s(k) - c_i(k)\|$, $i = 1, 2, \dots, n_c$ 且 $i \neq s$, 若最短距离 $h_c(k) < \eta(k) d_a(k)$, 则由式(15) 将最近中心 $c_c(k)$ 调整到新位置

$$\begin{cases} c_c(k+1) = c_c(k) + \Delta c_c(k), \\ \Delta c_c(k) = -\frac{\eta(k) d_a^2(k)}{d_i^2(k)} [c_c(k) - c_s(k)]. \end{cases} \quad (15)$$

5) $k = k + 1$, 返回 2)。

在线调整时自适应率 $\eta(k)$ 按式(16)选取

$$\eta(k) = \eta(0) e^{-qk^2/(n_c)^3} + \frac{e^{-q\eta(k-1)}}{n_c}. \quad (16)$$

离线调整时自适应率 $\eta(k)$ 按式(17)选取

$$\eta(k) = \eta(0) e^{-qk^2/(n_c)^3} + \frac{e^{-q\eta(k-1)}}{n_c^{1/2}}. \quad (17)$$

这里 $0 \leq \eta(0) \leq 1.0$, $0 \leq q \leq 1.0$, N 是训练样本数. 为做到实时在线调整以适应情况变化, 一般 $\eta(0)$ 取得较小, 如 0.001, 即相应 $\eta(k)$ 较小; 而离线训练时 $\eta(0)$ 取得较大, 如 0.5, 即相应 $\eta(k)$ 较大. 非零距离 $d_j(k)$ 的修正律 $\vartheta(k)$ 如式(12) 由三部分组成, 如果中心位置离样本太远, 则第一项 $\rho(k)/d_i^2(k)$ 便会增大, 这在开始聚类过程因聚类中心初始化不当而显得尤为重要, 它可大大加快学习进程. 第二项和第三项 $[d_a^2(k)/d_j^2(k)] e^{-d_j^2(k)/\rho(k)}$ 决定中心位置移动情况, 当样本与中心点距离与最短距离相比增大时, 中心位置朝样本方向移动距离减少. 当 $d_j(k) = 0$ 时, 固定其中一个中心位置不变, 而其他 $d_j(k) = 0$ 的中心将按式(12) 修正, 移至新的位置, 这样做将会减少中心冗余的机会. 而离样本最近的中心按式(13) 和(14) 修正, 可避免无效中心的出现, 且步骤 4) 引进了惩罚竞争学习, 使最靠近 $c_s(k)$ 的那个中心将按式(15) 移到新的位置. 于是, 中心位置收敛至同一处的机会就更进一步减少.

于是利用设计好的网络去逼近系统非线性部分, 采用一组学习数据, 如前所述, $(x_1, x_2, \dots, x_m)^T$

作输入, $f_N(x) = (f_{N1}(x), f_{N2}(x), \dots, f_{Nm}(x))^T$ 作为目标去训练网络, 学习成功则网络实际输出

$$\hat{f}_N(x) = (\hat{f}_{N1}(x), \hat{f}_{N2}(x), \dots, \hat{f}_{Nm}(x))^T$$

即为原系统该补偿掉的非线性部分.

4 仿真算例 (Simulation example)

考虑 Lorenz 方程作为控制方法的仿真实例.

$$\dot{X} = AX + f_N(X) =$$

$$\begin{bmatrix} -10 & 10 & 0 \\ 28 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{8}{3} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \\ x_3 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ -x_1 x_3 \\ x_1 x_2 \end{bmatrix}. \quad (18)$$

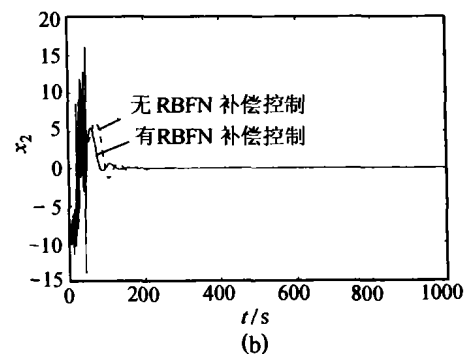
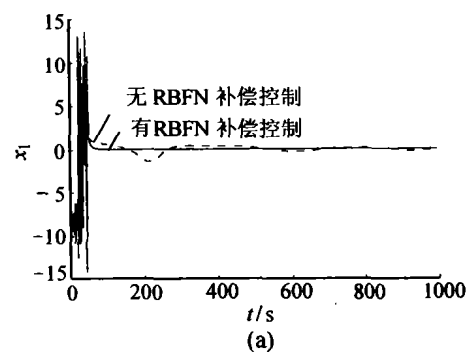
先利用 RBFNs 识别系统非线性部分, 然后将训练好的 RBFNs 加入系统, 以减少甚至消除系统的非线性, 最后运用所设计的线性状态反馈控制器对近似线性化的系统进行控制, 使系统回到不动点或跟踪目标轨迹. 训练完成的 RBFNs 网络均方误差 5 次平均结果为 6.286×10^{-4} . 仿真过程系统采样周期为 0.01 s, 以保持原系统的基本特性^[9]. 输入矩阵取 $b = [1 \ 0 \ 1]^T$ 使 $\{A, b\}$ 可控, 系统期望特征值分别为 $-1, -2, -3$, 则设计的线性状态反馈控制律

$$u(t) = -K^T X + v(t) =$$

$$-[-9.1865 \ 11.9909 \ -0.0016]X + v(t).$$

(19)

$v(t) = 0$, $X_0 = [1 \ 1 \ -1]^T$ 时将系统镇定到目标位置 0 的仿真曲线如图 2 所示.



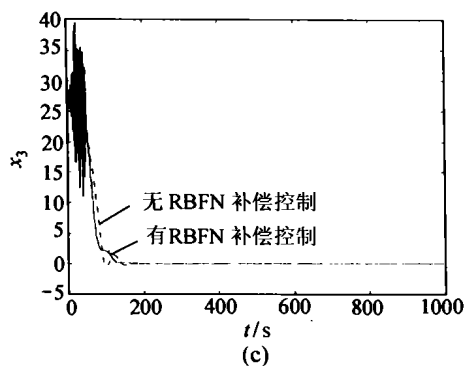


图2 50步后系统加入控制作用回到目标位置的仿真曲线

Fig. 2 Regulation curve after employing control at 50th step

跟踪控制采用的期望目标是幅值为1,周期为400的方波,因良好的跟踪性能要求系统响应速度快,所以系统期望特征值均选为-10,设计的线性状态反馈控制律

$$u(t) = -K^T X + v(t) = -[18.5670 \ 18.4003 \ -1.4171]X + v(t). \quad (20)$$

取 x_2 作为系统的输出,即

$$y(t) = CX = [0 \ 1 \ 0]X. \quad (21)$$

令 $y_d(t)$ 为期望目标轨迹,外部输入信号

$$v(t) = H^{-1}(0)y_d(t) = 13.3929y_d(t), \quad (22)$$

$$H(s) = C(sI - A + bK^T)^{-1}b.$$

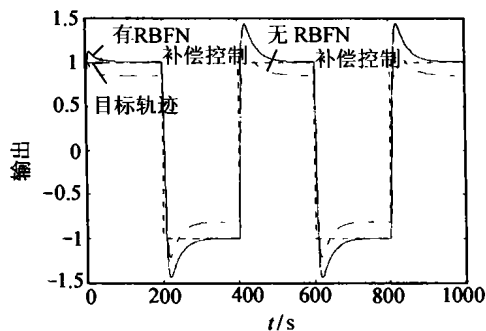


图3 Lorenz方程跟踪控制曲线

Fig. 3 Tracking control of Lorenz equation

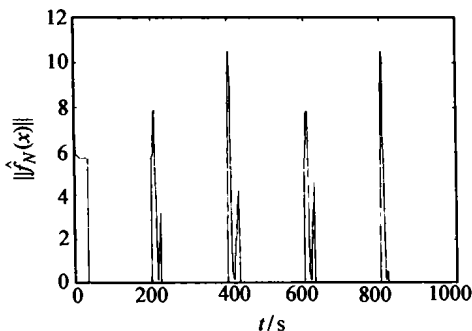


图4 目标跟踪均方误差曲线

Fig. 4 MSE curve of $\|f_N(x)\|$ in tracking

跟踪控制仿真曲线如图3所示.图4为跟踪目标轨迹 $\|f_N(x)\|$ 的均方误差曲线.在仿真过程中本文算法对系统参数受外来因素干扰而缓慢变化的抗扰效果仍然良好.

5 结论(Conclusion)

本文将径向基函数网络(RBFNs)和线性状态反馈控制技术有机结合起来,提出混沌动态系统的复合控制方法.仿真结果证明所提出的控制方法在镇定混沌系统及进行目标轨道的跟踪方面十分有效.为其他复杂非线性动态系统的控制提供了一种极具借鉴作用的方法.

参考文献(References):

- [1] CHEN G, DONG X. *From Chaos to Order—Methodologies, Perspectives, and Applications* [M]. Singapore: World Scientific, 1998.
- [2] OTT E, GREBOGI C, YORKE J A. Controlling chaos [J]. *Physics Review Letter A*, 1990, 64(1): 1196–1199.
- [3] FLOWER T B. Application of stochastic control techniques to chaotic nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(2): 201–205.
- [4] PETTINI M. Controlling chaos through parametric excitations [A]. *Dynamics and Stochastic Processes* [M]. New York: Springer-Verlag, 1990: 242–250.
- [5] BOCCALETTI S, FARINI A, KOSTELICH E J, et al. Adaptive targeting of chaos [J]. *Physiological Review E*, 1997, 55(1): 45–55.
- [6] BRAUER F, NOHEL J A. *The Qualitative Theory of Ordinary Differential Equations* [M]. New York: Wiley, 1969.
- [7] MOODY J, DARKEN C J. Fast learning in networks of locally-tuned processing units [J]. *Neural Computation*, 1989, 1(4): 281–294.
- [8] HAYKIN S. *Neural Networks—A Comprehensive Foundation* [M]. New York: Prentice-Hall, 1994.
- [9] BILLINGS S A, AGUIRRE L A. Effects of the sampling time on the dynamics and identification of nonlinear model [J]. *Int J Bifurcation Chaos*, 1995, 5(6): 1541–1556.
- [10] KIM K B, PARK J B, CHOI Y H, et al. Control of chaotic dynamical systems using radial basis function network approximators [J]. *Information Science*, 2000, 130(2): 165–183.

作者简介:

谭文 (1968—), 博士生, 副教授. 研究方向为非线性混沌系统机理研究及控制, 智能控制理论与应用. E-mail: wentan168@yahoo.com.cn;

王耀南 (1957—), 男, 教授, 博士生导师. 主要从事机器人控制, 智能控制, 图像处理. E-mail: yaonan@mail.hunnu.edu.cn;

刘祖润 (1952—), 男, 教授. 主要从事运动控制系统, 非线性系统控制, 智能控制. E-mail: lzz51@163.net;

周少武 (1964—), 男, 博士, 副教授. 研究方向为复杂系统计算机控制, 非线性系统控制. E-mail: shaowuzhou@163.com.