

自主飞艇俯仰角姿态动力学建模及控制

方存光¹, 王 伟²

(1. 东北大学 信息工程学院, 辽宁 沈阳, 110006; 2. 大连理工大学 信息与控制研究中心, 辽宁 大连, 116024)

摘要: 针对平流层信息平台—自主飞艇动力学特性与升降舵操纵角之间的非线性关系, 建立飞艇俯仰角姿态动力学模型, 将离散滑模变结构控制方法应用于飞艇的俯仰角姿态控制, 从理论上证明所提控制方法对控制系统的渐近稳定性, 而且有效削弱了跟踪误差轨迹在滑动过程中的抖动现象, 增强了控制系统的鲁棒性, 计算机仿真实验不仅表明所建立的飞艇俯仰角姿态动力学模型是正确的, 离散滑模变结构控制方法适于飞艇的俯仰角姿态跟踪误差的控制, 而且验证了对本文提出的控制方法的理论分析。

关键词: 动力学建模; 俯仰角姿态控制; 滑模变结构控制

中图分类号: TP242 **文献标识码:** A

Pitching attitude dynamics modeling and its control of unmanned dirigible airship

FANG Cun-guang¹, WANG Wei²

(1. Information science and Engineering School, Northeastern University, Liaoning Shenyang 110006, China;

2. Electronics and Information Engineering School, Dalian University of Technology, Liaoning Dalian 116024, China)

Abstract: In allusion to non-linearity between the dynamical characteristics and the rudder manipulation angle of the unmanned dirigible airship, the dynamics of pitching angle of airship is modeled and the discrete sliding mode variable structure control is applied to the attitude control. It is proved that the proposed control leads to asymptotic stability of the system, improves robustness of the controlled system, and effectively depresses chattering of the tracking errors during the sliding mode gliding movement. The simulation verifies the constructed model for the airship pitching attitude dynamics and shows that the discrete sliding mode variable structure control is suitable for controlling the airship pitching attitude tracking error and justifies the theoretical analysis for control methods proposed in the paper.

Key words: dynamics modeling; pitching attitude control; sliding mode variable structure control

1 引言(Introduction)

利用自主飞艇以特定的俯仰角、准静止、长期驻守在平流层高度、担任通讯平台被称为续地面通讯站、卫星之后的第三代通讯平台, 已成为美、日、法、英等发达国家竞相角逐的研究热点^[1,2]. 飞艇质量重、体积大, 工况极度复杂, 其动力学特性与升降舵操纵角之间存在着非线性关系. 同时, 飞艇担任的任务对其在运行期间的俯仰角姿态精度提出了较高要求。

分析尾翼、艇身及相关部件的动力学特性, 建立对飞艇俯仰角 θ 进行姿态控制的力学模型, 针对飞艇俯仰角动力学特性与升降舵操纵角之间的非线性关系, 采取适当的控制方法, 抑制气象参数的强烈干扰, 对飞艇的运行状态实行实时、在线调节, 满足飞艇在运行期间的俯仰角姿态精度要求是一个全新的课题。

国内外对平流层信息平台——自主飞艇的研究

工作, 目前大多集中在平台的通讯方面. 一些作者根据不同的要求, 只是对飞艇的结构提出了各自的框架设计方案, 还未见到对飞艇进行力学建模及控制的相关文献报道^[2~7].

滑模变结构控制器是一种非线性控制器, 对控制对象的调节不仅实时性好, 而且对系统的摄动和外部的扰动作用在一定条件下具有很强的鲁棒性. 然而平流层信息平台是一个以计算机控制为手段的高度复杂的离散控制系统. 根据李雅普洛夫稳定条件, 在离散滑模变结构控制中, 只能保证系统在采样时刻渐近稳定. 在两次采样间隔, 由于控制量的非连续性, 系统的滑动不在切换面上进行, 产生较大的抖动. 剧烈的抖动不仅带来系统控制性能的变坏, 在严重情况下会造成系统的失稳^[8]. 本文提出的控制方法不仅保证了控制系统的渐近稳定性, 而且有效削

弱了跟踪误差轨迹在滑动过程中的抖动现象,增强了系统的鲁棒性,取得了良好的控制效果。

2 飞艇的结构及空气动力学分析 (Airship structure and atmosphere dynamics analysis)

建立 $oxyz$ 机体坐标系. 飞艇采用硬式、多气囊结构, 艇身采用三轴椭圆体设计, 垂直尾翼与水平尾翼结构参数相同, 浮力作用于质心, 飞艇在驻空期间, 头部始终逆着风向. 沿纵轴 ox 所在平面内的大姿态控制由辅助推进系统担负, 小的姿态控制由垂直尾翼担负. 水平尾翼担负着飞艇俯仰角的姿态精度控制任务。

由牛顿力学定律, 飞艇俯仰角的变化取决于力矩水平尾翼升力力矩 $M_{EA}(t)$ 、尾翼阻力力矩 $M_R(t)$ 及艇身抬头力矩 $M_A(t)$ 在 oxy 内的分量 M'_A 的共同作用. 其中, 尾翼阻力力矩 $M_R(t)$ 包括水平尾翼阻力力矩 M_{WA} 、垂直尾翼阻力力矩 $M_{WS}(t)$. 飞艇结构及受力情况见图 1 所示. 图中, M_A 为艇身所受力矩; M_{SA} 为垂直尾翼侧滑力矩; M_{EA} 为水平尾翼升力力矩; M_T 为辅助推进系统侧滑力矩; M_R 尾翼阻力矩; F_B 为浮力; F_{EA} 为水平尾翼升力; F_{SA} 为垂直尾翼侧滑力; F_{ER} 为水平尾翼阻力; F_{SR} 为垂直尾翼阻力; G 为飞艇重力; F_R 为艇身阻力; T 为推力; U_∞ 为来流速度; α 为俯仰角; β 为侧滑角。

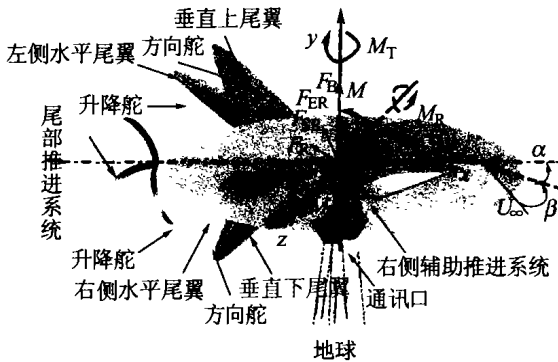


图 1 飞艇结构及受力示意图

Fig. 1 Airship structure and force acting sketch

3 力学模型的建立 (Dynamics modeling)

对于平流层信息平台——自主飞艇俯仰角 $\theta(t)$ 姿态控制的动力学建模提出如下假设: 1) 流经艇身的气流马赫数小, 雷诺数大, 假设气流不可压、无粘性. 2) 在飞艇运行过程中气囊泄漏、排出的气体质量与飞艇总质量相比是一小量, 假设飞艇质量恒定. 3) 操纵面的变化、气囊的漏气对飞艇的质量分布影响较小, 设计上保证气囊的充、放气对飞艇质心位置无影响, 假设飞艇质心恒定。

3.1 无限翼展尾翼升力系数及升力焦点的确定 (Infinite wing-span empennage lift force coefficient and its focus defining)

如图 2 所示, 以尾翼安定面的前缘与其中线的交点 o' 为原点, 建立坐标系 $o'x'y'z'$, 以尾翼安定面的前缘及操纵面后缘连线为 $o'x_k$ 轴, 建立坐标系 $o'x_k y_k$. L 为翼弦长度. 图中, b 表示翼展宽度, η_k 为水平尾翼安定面操纵角, b_k 为操纵面宽度, φ_k 表示 $o'x_k$ 轴相对 ox' 轴的夹角. 令 $X = x'/b$, $Y = y'/b$, $X_k = x_k/b$, $Y_k = y_k/b$, $Z = z'/L$, $Z_k = z_k/L$.

设坐标系 $o'x'y'z'$ 中, 翼型中线为 Y^s , 则在 $o'x_k y_k$ 中的坐标为

$$\begin{cases} Y_k^s = \lambda_k \eta_k X + Y^s, & 0 \leq X < 1 - \lambda_k, \\ Y_k^s = (1 - \lambda_k) \eta_k (1 - X) + Y^s, & 1 - \lambda_k \leq X \leq 1. \end{cases} \quad (1)$$

设在图 2 坐标系 $o'x'y'z'$ 中, 零弯度翼型表面坐标为 Y^t , 则在坐标系 $o'x_k y_k$ 中, 零弯度翼型表面坐标为

$$\begin{cases} Y_k^t = Y^t + X \lambda_k \eta_k, & 0 \leq X < 1 - \lambda_k, \\ Y_k^t = Y^t + (1 - \lambda_k) \eta_k (1 - X), & 1 - \lambda_k \leq X \leq 1. \end{cases} \quad (2)$$

根据奇点法中的有仰角的无限厚度翼型理论^[9], 得到修正的无限翼展尾翼升力线斜率公式及升力焦点位置公式分别为

$$\begin{cases} C_{EA}^\infty(\eta_k) = 2\pi \left(1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{Y_k^t}{\sin \varphi} d\varphi \right), \\ x_N(\eta_k) = \frac{b}{4} \left(1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi \frac{1 + 2\cos \varphi - 2\cos(2\varphi)}{\sin \varphi} Y_k^t d\varphi \right). \end{cases} \quad (3)$$

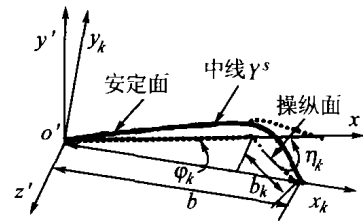


图 2 薄尾翼坐标变换示意图

Fig. 2 Thin empennage coordinate transform sketch

3.2 水平尾翼所受升力力矩 (Lift force moment acting on stabilizer empennage)

如图 3 所示, 以 $\alpha(z_k)$ 表示尾翼俯仰角沿翼展方向的分布函数, 由普朗特翼型翼展环量分布积分方程^[9], 得

$$\alpha(z_k) = \frac{2\Gamma(z_k)}{U_\infty(t)b(z_k)C_{EA}^\infty(\eta_k)} + \frac{1}{4\pi U_\infty(t)} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{d\Gamma(z'_k)}{dz'_k} \frac{dz'_k}{z_k - z'_k} \quad (4)$$

其中, $U_\infty(t)$ 表示空气来流速度, $b(z_k)$ 表示尾翼翼弦沿翼展方向的弦长分布函数, $\Gamma(z_k)$ 表示尾翼上的气流环量强度沿翼展方向的分布函数, L 为翼展最大长度. 利用上式, 知道了参数 $\alpha(z_k)$, $U_\infty(t)$, $b(z_k)$, $C_{EA}^\infty(\eta_k)$, 可以确定参数 $\Gamma(z_k)$.

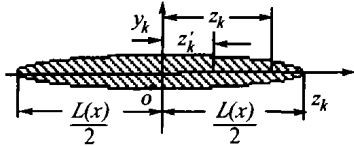


图3 平行于 $o'y_k z_k$ 尾翼剖面

Fig. 3 Empennage section paralleling $o'y_k z_k$

由毕奥-萨瓦定律及库塔-儒可夫斯基升力定理, 水平尾翼所受升力

$$F_{EA}(t) = \rho(t) U_\infty(t) \int_{-L/2}^{L/2} \Gamma(z_k) dz_k. \quad (5)$$

式中, $\rho(t)$ 为空气密度, $F_{EA}(t)$ 与立轴 oy 的夹角为 $\alpha - \alpha_i$,

$$\alpha_i = \frac{1}{4\pi U_\infty} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{d\Gamma(z'_k)}{dz'_k} \frac{dz'_k}{z_k - z'_k}$$

为诱导仰角.

令 $b_d(z_k)$ 为水平尾翼的前缘分布函数, 对式(3)近似处理, 得升力 $F_{EA}(t)$ 的焦点位置

$$\tilde{x}_N(\eta_k) = \frac{1}{L} \int_{-L/2}^{L/2} \left[-b_d(z_k) + \frac{b(z_k)}{4} (1 + \frac{2}{\pi} \int_0^\pi Y_k^t \frac{1+2\cos\varphi-2\cos(2\varphi)}{\sin\varphi} d\varphi) \right] dz_k. \quad (6)$$

令 D 为飞艇水平尾翼的前缘到飞艇质心的距离, 则水平尾翼升力力矩 $M_{EA}(t)$ 可以表示为

$$M_{EA}(t) = F_{EA}(t) [\tilde{x}_N(\eta_k) + D] \cos(\alpha - \alpha_i). \quad (7)$$

3.3 尾翼所受阻力力矩 (Resistance force moment acting on empennage)

水平尾翼所受阻力 $F_{ER}(t)$ 由两部分组成: 诱导阻力 $W_i(t)$ 和翼型阻力 $W_p(t)$.

由毕奥-萨瓦定律及库塔-儒可夫斯基升力定理, 得水平尾翼所受的诱导阻力

$$W_i(t) = \frac{\rho(t)}{4\pi} \int_{-L/2}^{L/2} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{d\Gamma(z'_k)}{dz'_k} \frac{\Gamma(z_k)}{z_k - z'_k} dz'_k dz_k. \quad (8)$$

其中, $W_i(t)$ 的作用点与力 $F_{EA}(t)$ 的焦点位置相同, 夹角为 $\pi/2$.

由动量定律及翼型紊流附面层相关计算方法^[9], 得到经修正的水平尾翼翼型阻力

$$W_p(t) = \frac{\rho(t) U_\infty^2(t)}{2} \int_{-L/2}^{L/2} C_{wp} b(z_k) dz_k. \quad (9)$$

如图4所示,

$$\begin{aligned} C_{wp} = & \frac{0.074}{\sqrt{Re}} \left[\int_{X_u}^1 \left(\frac{U(X)}{U_\infty(t)} \right)^{3.5} dX + \right. \\ & \left. \left(\frac{62.5}{b(z_k)} \left(\frac{v(t)}{U_\infty(t)} \right)^{\frac{3}{8}} \left(0.47 \int_0^{X_u} \left(\frac{U(X)}{U_\infty(t)} \right)^5 dX \right)^{\frac{5}{8}} \right] \frac{U(X)}{U_\infty(t)} = \right. \\ & \left[1 + \left(\frac{dY_k^t}{dX} \right)^2 \right]^{-\frac{1}{2}} \left\{ 1 + \frac{1}{\pi} \int_0^1 \frac{dY_k^t}{dX'} \frac{dX'}{X - X'} \pm \right. \\ & \left. \sqrt{\frac{1-X}{\pi^2 X}} \int_0^1 \frac{dY_k^t}{dX'} \sqrt{\frac{1-X'}{X'}} \pm \alpha \sqrt{\frac{1-X}{X}} [1 + \right. \\ & \left. \frac{1}{\pi} \frac{dX'}{X - X'} \int_0^1 \left(\frac{dY_k^t}{dX'} - \frac{y_k^t}{2X'(1-X')} \right) \frac{dX'}{X - X'} \right\}^{[9]}. \end{aligned}$$

“+”号适用于水平尾翼上表面, “-”号适用于水平尾翼下表面, $U(X)$ 为附面层表面流速, U_{2u} 为附面层表面转折点处 X_{2u} 的流速, $Re = U_\infty(t)b(z_k)/v(t)$ 为雷诺数, $v(t)$ 是空气运动粘性系数. $X = (1 + \cos\phi)/2$, $\phi \in [-\pi, \pi]$. 设 S 为水平尾翼的面积, 水平尾翼所受的翼型阻力 $W_p(t)$ 与迎面气流方向相反, 作用点位于 ox 轴上, 距坐标原点 o 处的距离为

$$x_c = - \frac{1}{S} \int_S x' dS, \quad (10)$$

则水平尾翼阻力力矩为

$$\begin{aligned} M_{WA}(t) = & W_i(t) [\tilde{x}_N(\eta_k) + D] \sin(\alpha - \alpha_i) - \\ & W_p(t) (x_c + D) \sin\alpha. \end{aligned} \quad (11)$$

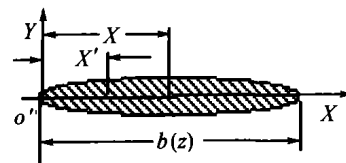


图4 平行于 $o'x'y'$ 尾翼剖面

Fig. 4 Empennage section paralleling $o'x'y'$

同理, 垂直尾翼所受阻力 $F_{SR}(t)$ 由诱导阻力 $W_{si}(t)$ 和翼型阻力 $W_{sp}(t)$. 因为垂直尾翼与水平尾翼结构参数相同, 由式(6)、(8) ~ (10) 可分别类推垂直尾翼所受诱导阻力 $W_{si}(t)$ 及其焦点位置 $\tilde{x}_N(\Psi_k)$, 翼型阻力 $W_{sp}(t)$ 及其焦点位置 x_{sc} , 则垂直

尾翼所受阻力矩对飞艇俯仰角变化的影响分量为

$$M_{SA}'(t) = W_{st}(t)[\tilde{x}_N(\Psi_k) + D]\cos(\beta - \beta_i)\sin(\alpha - \alpha_i) - W_{sp}(x)(x_{sc} + D)\cos\beta\sin\alpha. \quad (12)$$

其中诱导侧滑角

$$\beta_i = \frac{1}{4\pi U_\infty(t)} \int_{-L/2}^{L/2} \frac{d\Gamma(y_k')}{dy_k'} \frac{dy_k'}{y_k - y_k'},$$

Ψ_k 为垂直尾翼操纵角. 则尾翼受到的对飞艇俯仰角变化产生影响的阻力矩为

$$M_R(t) = M_{WA}(t) + M_{SA}'(t). \quad (13)$$

3.4 艇身所受俯仰力矩 (Pitching moment acting on airship body)

因为流经艇身的气流为无粘不可压流, 则艇身只受到阻力 $F_R(t)$ 及力矩 $M_A(t)$ 的作用^[9]. 令 γ 为随飞艇运动的流体与艇身间的体积比, a, b, c 分别为椭圆体艇身沿纵轴、立轴、横轴方向的半轴长. 根据矢量分解原则, 艇身受到的抬头力矩 $M_A(t)$ 在 oxy 内的分量 M_A' 为

$$M_A'(t) = 4\pi\gamma abc\rho(t)U_\infty^2(t)\alpha\cos\beta/3. \quad (14)$$

3.5 俯仰角姿态动力学建模 (Pitching attitude dynamics modeling)

飞艇的惯性主轴 I_x, I_y, I_z 分别与机体坐标系的 ox, oy, oz 重合. θ 为俯仰角, ω_x, ω_y 分别表示飞艇角速度在动轴 ox, oy 轴上的投影. 由前面的假设可知飞艇的质量、质心恒定, 令 $u(t) = \eta_k(t)$, $F[t, u(t)] = [M_A'(t) - M_R(t) - M_{EA}(t)]/I_z$, $\lambda = (I_y - I_x)/I_z$, 根据牛顿第二定律, 飞艇绕质心转动的微分方程在机体坐标系 $oxyz$ 上的投影为

$$\ddot{\theta}(t) = F[t, u(t)] - \lambda\omega_x(t)\omega_y(t). \quad (15)$$

4 基于等效控制策略的离散滑模变结构控制 (Discrete sliding mode variable structure control based on equivalent policy)

设飞艇的俯仰角参考值 $\theta^*(t) = r(t)$, 则系统的偏差量为 $e(t) = \theta^*(t) - \theta(t) = r(t) - \theta(t)$, 建立以系统偏差量 $e(t)$ 为变量的微分方程

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) = \\ \ddot{r}(t) - F[t, u(t)] + \lambda\omega_x(t)\omega_y(t), \quad \eta_L \leq u(t) \leq \eta_L^+. \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \text{令 } x_1(t) = e(t), x_2(t) = \dot{e}(t), \text{ 且} \\ f[t, u(t)] = \\ \ddot{r}(t) - F[t, u(t)] + \lambda\omega_x(t)\omega_y(t), \quad \eta_L \leq u(t) \leq \eta_L^+, \end{aligned} \quad (17)$$

则系统的状态空间表达式为

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = f[t, u(t)], \\ y(t) = x_1(t), \\ \eta_L \leq u(t) \leq \eta_L^+. \end{cases} \quad (18)$$

考虑到平流层信息平台是一个以计算机控制为手段的高度复杂的离散控制系统, 采用 Tustin 离散化方法^[10]将上式积分进行离散化处理, 得

$$\begin{cases} x_1[(k+1)T] = \\ 0.5T\{x_2[(k+1)T] + x_2(kT)\} + x_1(kT), \\ x_2[(k+1)T] = \int_{kT}^{kT+T} f[t, u(kT)]dt + x_2(kT), \\ y(kT) = x_1(kT), \\ \eta_L \leq u(kT) \leq \eta_L^+. \end{cases} \quad (19)$$

其中, k 为采样时刻, T 为采样间隔. 令 $\zeta > 0$, 选取线性切换函数

$$s(kT) = \zeta x_1(kT) + x_2(kT). \quad (20)$$

令 $\dot{s}(kT) = 0$, 由下式解得等效控制量 $u_{eq}(kT)$:

$$\zeta x_2(kT) + f[kT, u_{eq}(kT)] = 0. \quad (21)$$

设 $V = \frac{1}{2}s^2(kT)$, 由李雅普诺夫稳定条件 $\frac{dV}{dt} < 0$, 考虑到系统的时变非线性, 令 $0 < \bar{h} < 1$, $|\bar{\lambda}| < 1$, $R_0 > 0$, 采用如下的趋近率

$$\dot{s}(kT) = -R_0 |\bar{\lambda}|^{k(1-\bar{h})} |s(kT)|^{\bar{h}} \text{sgn}[s(kT)]. \quad (22)$$

上述趋近率控制下的趋近速度远离切换面时大, 而接近切换面时渐近于零, 兼有抖振小、过渡过程时间短的特点, 然而当 k 足够大时, $|\bar{\lambda}|^{k(1-\bar{h})} \rightarrow 0$, 由于实际数字控制系统中舍入误差的存在, 上述趋近率控制将失效, 因此当 $|\bar{\lambda}|^{k(1-\bar{h})}$ 足够小时, 应采取诸如将 $|\bar{\lambda}|^{k(1-\bar{h})}$ 中的 k 重新赋值等增大 $|\dot{s}(kT)|$ 值的方法对式(22)进行修订, 以保证趋近率控制的有效性. 本文提出如下的修订方法:

定义 1 设 M 为正整数, $\vartheta = 0, 1, 2, \dots$, 定义以 M 为周期的函数 $\delta(\xi)$, 使得函数满足

$$\begin{cases} \delta(\xi) = \xi, \\ \delta(\xi - \vartheta M) = \delta(\xi), \end{cases} \quad 0 < \xi \leq M.$$

假设 1 当 $\vartheta M \leq k < (\vartheta + 1)M$ 时, R_0^{ϑ} 满足条件式

$$TR_0^{\vartheta}(1 - \bar{\lambda}) |s(LM)|^{\bar{h}-1} = 0, \quad (23)$$

则对式(22)进行修订, 采用如下的趋近率控制式

$$\dot{s}(kT) = -R_0^{\bar{\lambda}} |\bar{\lambda}|^{\delta(k)(1-\bar{h})} |s(kT)|^{\bar{h}} \operatorname{sgn}[s(kT)]. \quad (24)$$

在以后的证明中可以发现式(24)的趋近率控制方法不仅克服了前文提到的舍入误差对控制系统带来的负面影响,保证了系统的稳定性,而且使得控制系统按照 $s(kT+T)/s(kT) = \bar{\lambda}$ 严格等速衰减.

令控制量 $u(kT) = u_{ad}(kT) + u_{eq}(kT)$, $u_{ad}(kT)$ 是趋近率控制下等效控制量 $u_{eq}(kT)$ 的修订值,结合式(19)、(20),由下式解得控制量 $u(kT)$:

$$s[(kT+T)T] - s(kT) = -TR_0^{\bar{\lambda}} |\bar{\lambda}|^{k(1-\bar{h})} |s(kT)|^{\bar{h}} \operatorname{sgn}[s(kT)]. \quad (25)$$

4.1 参数的选择(Parameters choice)

由式(15)、(17)可以推导出 $\frac{\partial f[t, u(t)]}{\partial u(t)} < 0$, 所以 $f[t, u(t)]$ 是一单调减函数,由式(21)可知 ζ 必须满足

$$f[kT, \eta_L] \leq \zeta x_2(kT) \leq f[kT, \eta_L]. \quad (26)$$

因为 $-TR_0^{\bar{\lambda}} |\bar{\lambda}|^{k(1-\bar{h})} |s(kT)|^{\bar{h}} \operatorname{sgn}[s(kT)]$ 是一小量,由式(25)可知 T, ζ 必须满足

$$(1 + 0.5T\zeta) \int_{kT}^{kT+T} f(t, \eta_L^+) dt \leq T\zeta x_2(kT) \leq (1 + 0.5T\zeta) \int_{kT}^{kT+T} f(t, \eta_L^-) dt. \quad (27)$$

在理论上,根据式(25)、(26)确定参数 T, ζ 可以保证由式(21)、(25)解得的控制量 $u(kT)$ 满足 $\eta_L^- \leq u(kT) \leq \eta_L^+$ 的物理限制,然而在实际中,由于气象参数变动的不确定性及系统的非线性,加上在机体坐标系中,可能存在的角速度暂态耦合,为了在任一时刻均满足条件 $\eta_L^- \leq u(kT) \leq \eta_L^+$, 则必须牺牲系统的动态响应,使得参数 ζ 的取值足够小,减小采样间隔 T , 带来技术及设备上的更高要求. 因此对上面提到的极个别情况不予考虑, 这样对控制量 $u(kT)$ 作如下处理,令

$$u'(kT) = \begin{cases} \eta_L^+ \operatorname{sat}[u(kT)/\eta_L^+], & u(kT) \geq 0, \\ \eta_L^- \operatorname{sat}[u(kT)/\eta_L^-], & u(kT) < 0. \end{cases} \quad (28)$$

4.2 系统稳定性(System stability)

适应于连续系统的李雅普洛夫稳定条件,在离散滑模变结构控制中,只能保证系统在采样时刻渐近稳定,在两次采样间隔,由于控制量的非连续性,系统的滑动不在切换面上进行,产生较大的系统摄动,甚至造成系统的不稳定. 由式(19)、(25)可知,控制量 $u_{eq}(kT)$ 的修订值 $u_{ad}(kT)$ 不仅包含了 kT 时刻

及 $(k+1)T$ 时刻的信息,而且包含了两次采样间隔的部分信息. 同时趋近率的采用,保证了系统按照严格等速衰减. 这不仅保证了系统的稳定,而且有力抑制了切换带来的系统摄动. 下面证明本文控制方法的稳定性.

证 式(25)等价于下式:

$$\frac{s(kT+T)}{s(kT)} = 1 - TR_0^{\bar{\lambda}} |s(kT)|^{\bar{h}-1} |\bar{\lambda}|^{\delta(k)(1-\bar{h})}. \quad (29)$$

设 $r \in \{\vartheta \mid \vartheta = 0, 1, 2, \dots\}$, 则

1) 当 $k = rM$ 时,由条件式(23),式(29)右边等于 $1 - TR_0^{\bar{\lambda}} |s(rMT)|^{\bar{h}-1} = 1 - (1 - \bar{\lambda}) = \bar{\lambda}$, 即 $s[(rM+1)T]/s(rMT) = \bar{\lambda}$. 由 $|\bar{\lambda}| < 1$, 可得 $|s[(rM+1)T]| < |s(rMT)|$, 由离散滑模变结构控制稳定的充要条件^[8]可知,当 $k = rM$ 时,控制系统是稳定的.

2) 当 $k = rM+1$ 时,由于 $\delta(\xi)$ 是以 M 为周期的函数,根据条件式(23),式(29)

右边 =

$$1 - TR_0^{\bar{\lambda}} |s[(rM+1)T]|^{\bar{h}-1} |\bar{\lambda}|^{\delta(rM+1)(1-\bar{h})} = 1 - (1 - \bar{\lambda}) \left| \frac{s[(rM+1)T]}{s(rMT)} \right|^{\bar{h}-1} |\bar{\lambda}|^{1-\bar{h}} = \bar{\lambda},$$

则 $\frac{s[(rM+2)T]}{s[(rM+1)T]} = \bar{\lambda} < 1$, 所以 $|s[(rM+2)T]| < |s[(rM+1)T]|$, 由离散滑模变结构控制稳定的充要条件^[8]可知,当 $k = rM+1$ 时,控制系统是稳定的.

3) 设 $rM \leq n < (1+r)M-1$, 当 $k = rM+n$ 时,系统稳定,则由上面的证明过程可知

$$\frac{s[(rM+1)T]}{s(rMT)} = \frac{s[(rM+2)T]}{s[(rM+1)T]} = \dots = \frac{s[(rM+n)T]}{s[(rM+(n-1))T]} = \frac{s[(rM+(n+1))T]}{s[(rM+n)T]} = \bar{\lambda},$$

则当 $k = rM+(n+1)$ 时,由于 $\delta(\xi)$ 是以 M 为周期的函数,根据条件式(23),式(29)

右边 =

$$\begin{aligned} & 1 - TR_0^{\bar{\lambda}} |s[(rM+(n+1))T]|^{\bar{h}-1} |\bar{\lambda}|^{\delta(rM+(n+1))(1-\bar{h})} = \\ & 1 - TR_0^{\bar{\lambda}} |s[(rM+(n+1))T]|^{\bar{h}-1} |\bar{\lambda}|^{(n+1)(1-\bar{h})} = \\ & 1 - (1 - \bar{\lambda}) \left| \frac{s[(rM+(n+1))T]}{s(rMT)} \right|^{\bar{h}-1} |\bar{\lambda}|^{(n+1)(1-\bar{h})} = \\ & 1 - (1 - \bar{\lambda}) \left| \frac{s[(rM+1)T]}{s(rMT)} \right| \cdot \frac{s[(rM+2)T]}{s[(rM+1)T]} \dots \end{aligned}$$

$$\frac{s\{[rM+(n-1)]T\}}{s\{(rM+n)T\}} \cdot \frac{s\{[rM+(n+1)]T\}}{s\{(rM+n)T\}} \Big|^{h-1} \cdot$$

$$|\bar{\lambda}|^{(n+1)(1-h)} =$$

$$1 - (1 - \bar{\lambda}) |\bar{\lambda}|^{(n+1)(h-1)} |\bar{\lambda}|^{(n+1)(1-h)} =$$

$$1 - (1 - \bar{\lambda}) = \bar{\lambda},$$

即

$$\frac{s\{[rM+(n+2)]T\}}{s\{[rM+(n+1)]T\}} = \bar{\lambda}.$$

由 $|\bar{\lambda}| < 1$ 可得

$$|s\{[rM+(n+2)]T\}| < |s\{[rM+(n+1)]T\}|,$$

由离散滑模变结构控制稳定的充要条件^[8]可知,当 $k = rM + (n + 1)$ 时,控制系统是稳定的.

结论 1 当 k 为非负整数时系统是稳定的,而且按照 $s(kT + T)/s(kT) = \bar{\lambda}$ 严格等速衰减.

在上面的证明过程中,均未考虑按式(28)处理的极个别特殊情况.当 $u(kT) \notin [\eta_L^-, \eta_L^+]$ 时,由于 $f[t, u(t)]$ 是单调减函数,对控制量 $u(kT)$ 所作的处理可能将增加系统摄动,然而,由于这种情况下的作用时间短暂,对系统稳定性的影响将极为有限.下面的仿真验证了这点.

5 计算机仿真(Simulation)

5.1 仿真条件(Simulation conditions)

1) 飞艇结构参数:

$$I_z = 1.5 \times 10^7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2, abc\gamma = 1.35 \times 10^4 \text{ m}^3,$$

$$L = 34.27 \text{ m}, \lambda_k = 0.2, X_{2u} = 0.4,$$

$$X = (1 + \cos\phi)/2, Y^s = 0,$$

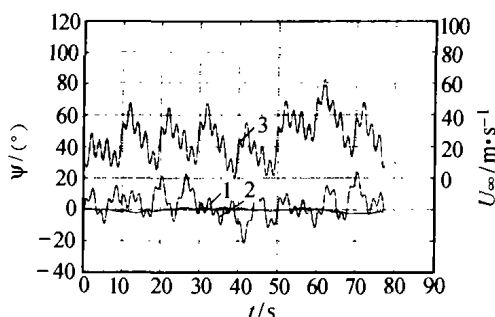
$$Y^s = (2\sqrt{3}[3 - (1 + 2X)\sqrt{X(1-X)}])/45 \text{ m},$$

$$b_d(z_k) = 3.2[1 - \sqrt{1 - 0.0034z_k^2}] \text{ m},$$

$$b(z_k) = 4\sqrt{1 - 0.0034z_k^2} \text{ m}.$$

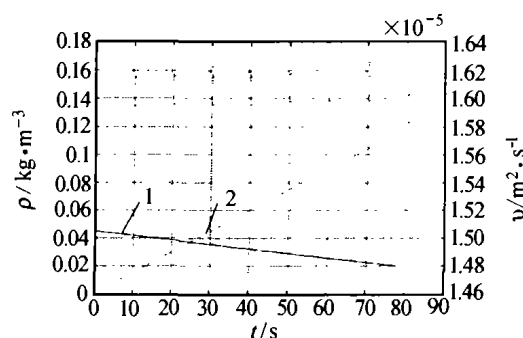
2) 空气特性参数:飞艇长期驻守于平流层,升空、回收过程中经过对流层.在对流层中,尤以离开(接近)地面的起始(最后)阶段,气流密度、粘度、流速、流向等气象条件较平流层复杂得多,而流速、流向的统计特性却相差不多^[4,11].因此在升空起始阶段,气流对飞艇控制系统的考验最为严峻,而且气流参数变化的随机特性在飞艇的运行期间具有代表性.如图5所示,以一组随机变化曲线来模拟气流的流速、流向的变化:气流流速(图5(a),曲线3)在0~50 m/s之间剧烈随机变化,轴向气流方向(图5(a),曲线1)、侧向气流方向(图5(a),曲线2)分别在 $-10^\circ \sim 26^\circ$, $-2^\circ \sim 6^\circ$ 之间变化.随着飞艇升空时间的延续,气流密度、粘度随着其升空高度分别减小、增大,设飞艇在1小时内匀速上升至22 km高空,以

曲线1(图5(b))、曲线2(图5(b))分别表示气流密度、粘度与升空时间之间的内在联系.



1: 气流仰角 $\alpha(t)$ 随时间 t 曲线
2: 气流侧滑角 $\beta(t)$ 随时间 t 变化曲线
3: 气流流速 $U_\infty(t)$ 随时间 t 变化曲线

(a) 气流流速 $U_\infty(t)$ 、流向 $\Psi(t)$ 变化曲线



1: 密度 $\rho(t)$ 随时间 t 变化曲线
2: 运动学粘度 $\nu(t)$ 随时间 t 变化曲线

(b) 气流密度 $\rho(t)$ 、粘度 $\nu(t)$ 变化曲线

图5 空气特性参数变化曲线图

Fig. 5 Atmosphere character parameters variation curves

5.2 仿真分析(Simulation analysis)

1) 图6的仿真条件: $\theta = 0.01^\circ$, $\dot{\theta}(0) = 0$, $\Psi_k(t) = 0^\circ$, $\lambda\omega_x(t)\omega_y(t) = 0$, $\eta_L^+ = -\eta_L^- = 90^\circ$.
① 对图6作如下分析:操纵角为负值,气流仰角为正值时,升降舵面与来流气体的夹角减小导致水平尾翼上的气流环量减小,根据普朗特机翼理论,此时作用于水平尾翼上的升力、诱导阻力、翼型阻力及各力作用于飞艇质心的力臂减小,力矩之和 $M_{EA}(t) + M_R(t)$ 减小,而艇身俯仰力矩分量 M_A' 不变,由式(15)可知,飞艇的俯仰角增大.当气流仰角为负值时,情况相反;然而,由于这段时间内,气流仰角的均值为正,因此,曲线1在曲线2之上;同理,曲线3在曲线2的下面.这验证了建立的飞艇俯仰角姿态控制力学模型的正确性.② 从图上可以看出,无控条件下,飞艇的俯仰角与时间之间呈非线性关系,气象参数的剧烈变化使得飞艇的俯仰角在极短时间内发生了很大的变化,因此必须采用适当的控制方法,才能使得飞艇保持特定的俯仰角在空中运行.

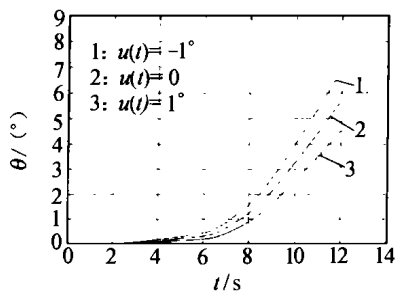


图6 无控条件下俯仰角变化曲线

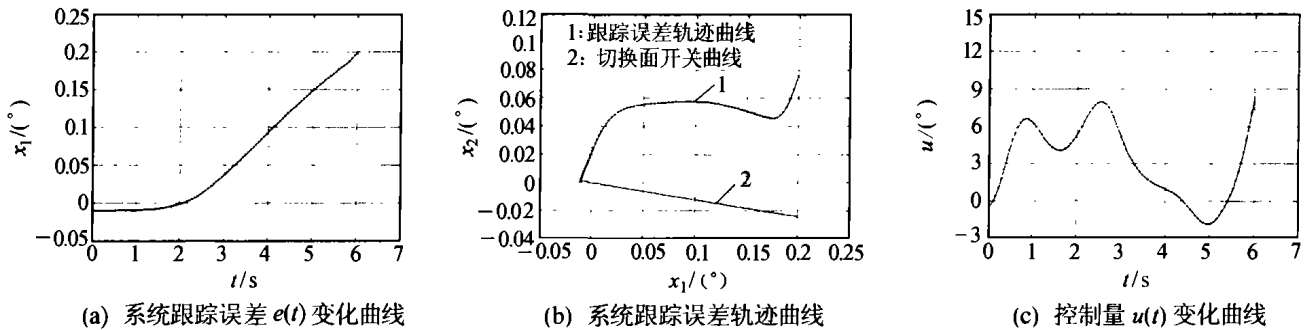
Fig. 6 Uncontrolled airship pitching attitude variation curves

2) 图7的仿真条件: $R = 10^{-6}$, $T = 0.06$ s, $\bar{h} = 0.25$, $\zeta = 0.12$, $\theta = 0.01^\circ$, $\dot{\theta} = 0$, $\Psi_k(t) = 0^\circ$, $\lambda\omega_x(t)\omega_y(t) = 0$, $\eta_L^+ = -\eta_L^- = 90^\circ$. 图7说明, 系统在常规控制 $\dot{s}(kT) = -R|s(kT)|^{\bar{h}} \text{sgn}[s(kT)]$ 的作用下, 跟踪误差不收敛(图7(a)), 跟踪轨迹曲线1(图7(b))在极短的时间内偏离了滑模线曲线2(图7(b)), 向发散方向运动, 该控制方法没能抑制气象参数的强烈变化对系统的干扰. 这验证了文章在3.2节中的分析, 同时也说明, 适用于传统连续系统的滑模变结构控制理论, 应用于离散系统, 必须根据两者的本质差异, 进行相应的发展;

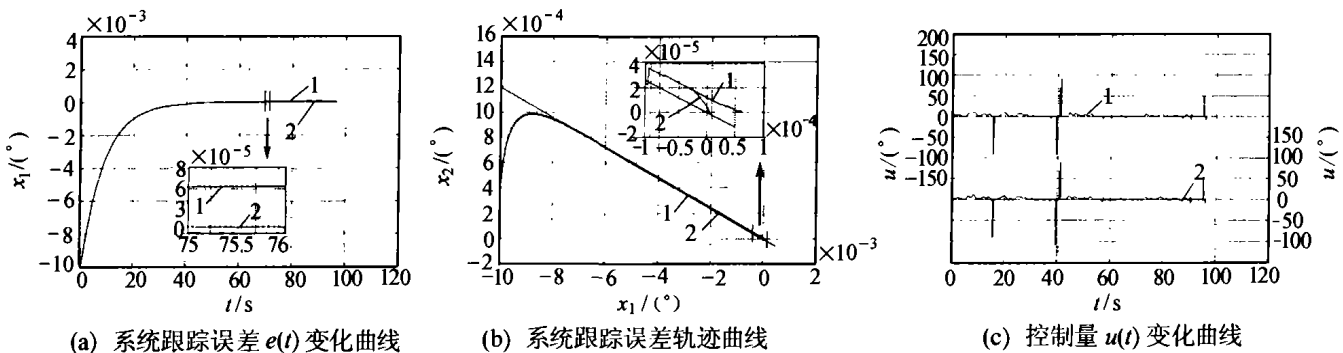
3) 图8的仿真条件: $T = 0.06$ s, $\bar{h} = 0.25$, $\zeta = 0.12$, $\theta(0) = 0.01^\circ$, $\dot{\theta}(0) = 0$, $\Psi_k(t) = 0^\circ$,

$\bar{\lambda} = 0.99$, $M = 700$, $\lambda\omega_x(t)\omega_y(t) = 0$, $\eta_L^+ = -\eta_L^- = 90^\circ$. ① 图8中, 在飞艇运行达97 s的时间内, 只有15.84 s, 39.84 s, 41.16 s, 41.22 s时刻, 控制量受物理上的限制, 实际控制量 $u'(kT)$ 小于根据式(25)计算得到的需求控制量 $u(kT)$ (如图8(c)), 而系统跟踪误差轨迹只有在39.84 s时刻出现抖振量突然加大的情况(图8(b)); ② 如曲线1(图8(a)、(b))所示, 系统在趋近率式(22)的作用下, 约39 s结束过渡过程, 沿着滑模线向着收敛方向运动. 然而在39.84 s时刻, 系统跟踪误差轨迹稳定控制, 跟踪轨迹逐渐偏离滑模线趋于发散, 系统失稳. 如曲线2(图8(a)、(b))所示, 由于趋近率式(24)考虑到了数字计算的特点, 在上述情况下, 式(24)作用下的跟踪误差逐渐减小, 误差轨迹渐近收敛, 控制系统仍然保持稳定.

4) 图9的仿真条件: $T = 0.06$ s, $\bar{h} = 0.25$, $\zeta = 0.12$, $\theta(0) = 0.01^\circ$, $\dot{\theta}(0) = 0$, $\Psi_k(t) = 0^\circ$, $\bar{\lambda} = 0.99$, $M = 700$, $\lambda\omega_x(t)\omega_y(t) = 0$, $\eta_L^+ = -\eta_L^- = 90^\circ$. 图9中, 气象条件的强烈变化对控制系统的干扰主要表现在控制量的变化上, 系统在28 s结束过渡过程, 跟踪误差沿着滑模线滑动, 逐渐减小, 其轨迹曲线渐近收敛, 控制系统不仅具有很好的鲁棒性, 而且在离散滑模变结构控制中普遍存在的抖振现象^[12]得到了很好的抑制.

图7 当 $r(t) = 0$ 时, 常规控制 $\dot{s}(kT) = -R|s(kT)|^{\bar{h}} \text{sgn}[s(kT)]$ 条件下, 系统跟踪误差仿真结果Fig. 7 When reference input $r(t) = 0$, tracking error simulation consequence under traditional

control law $\dot{s}(kT) = -R|s(kT)|^{\bar{h}} \text{sgn}[s(kT)]$

图8 当 $r(t) = 0$ 时, 系统跟踪误差仿真结果(1:采用式(8)的趋近率控制; 2:采用式(10)的趋近率控制)Fig. 8 When reference input $r(t) = 0$, tracking error simulation consequence

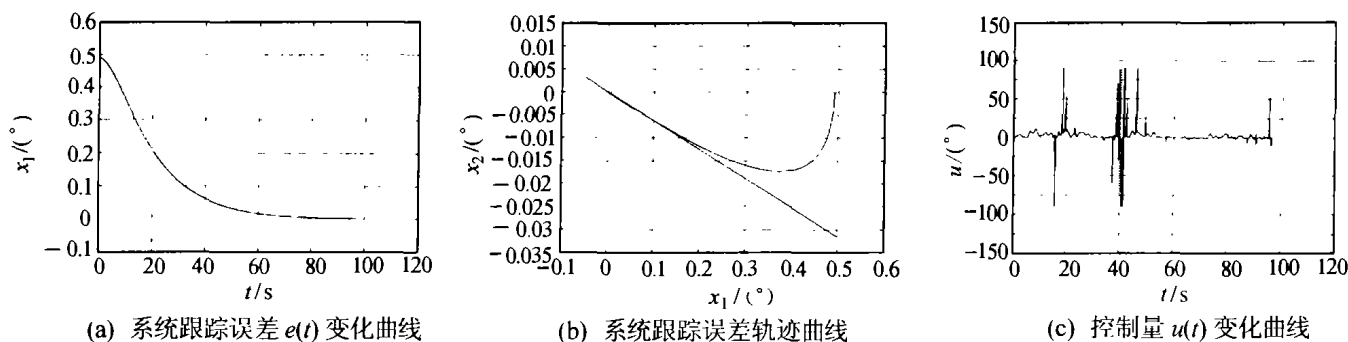


图9 当 $r(t) = 0.5^\circ$ 时,系统跟踪误差仿真结果

Fig. 9 When reference input $r(t) = 0.5^\circ$, tracking error simulation consequence

6 结束语(Conclusion)

通过对图5的说明及图6~9的分析,可以得出如下结论:

1) 平流层信息平台俯仰角动力学特性与升降舵操纵角之间是非线性关系,本文建立的飞艇俯仰角姿态控制力学模型是正确的。

2) 平流层信息平台在运行期间的俯仰角姿态保持,必须采用有效的控制方法,以抑制气象条件的激烈变化对飞艇俯仰角的扰动作用,否则,飞艇将不能保持特定的俯仰角,正常工作。

3) 对以特定俯仰角运行的平流层信息平台,在本文提出的离散滑模变结构控制方法作用下,气象条件的强烈变化对控制系统的干扰主要表现在控制量的变化上,对系统的稳定运行影响极为有限,控制系统不仅渐近地趋于稳定,具有很好的鲁棒性,而且有效抑制了离散滑模变结构控制过程中普遍存在的抖振现象,取得了良好的控制效果。

4) 在离散数字运算中,舍入误差对控制系统的性能影响较大,应给予充分考虑。

5) 造成需求控制量超越其物理限制的情况是小概率事件,在这种情况下,按式(28)处理后,系统的稳定性不受影响。

参考文献(References):

- [1] AVI G, RAPHAEL K. High-altitude cellular communication system platform [P]. PCT: Wo 97/07609, 1997-2-27.
- [2] 张中兆, 张乃通, 周雪涛. 平流层通讯及相关技术[J]. 电信科学, 1998, 14(11): 6-9.
(ZHANG Zhongzhao, ZHANG Naitong, ZHOU Xuetao. Communication in stratosphere and correlation technology [J]. Telecommunication Science, 1998, 14(11): 6-9.)
- [3] 顾青, 李建华, 诸鸿文. 平流层信息平台有效载荷技术研究[J]. 通信技术, 2000, 108(1): 9-13.
(GU Qin, LI Jianhua, ZHU Hongwen. Research on payload of stratospheric information platform [J]. Communication Technology, 2000, 108(1): 9-13.)
- [4] EGUCHI K, YOKOMAKU Y, MORI M. Feasibility study program on stratospheric platform airship technology in Japan [C]// AIAA Int Balloon Technology Conf. Reston: AIAA, 1999.
- [5] DOUDLAS G K. Feasibility study of the geostationary stratospheric lighter-than-air platform [C]// Proc of 2000 Fluids Conf and Exhibit. Reston: AIAA, 2000.
- [6] LANNOTTA B. Stratospheric hopes [J]. Aerospace America, 2000, 29(4): 36-40.
- [7] DJUKNIC G M, FREIDENFELDS J. Establishing wireless communication services via high-altitude aeronautical platform: a concept whose time has come? [J]. IEEE Communications Magazine, 1997, 35(9), 128-135.
- [8] 王丰尧. 滑模变结构控制[M]. 北京: 机械工业出版社, 1995.
(WANG Fengyao. Sliding Mode Variable Structure [M]. Beijing: Mechanic Industry Press, 1995.)
- [9] SCLICHTING H, TRUCKENBRODT E, 著. 王星灿, 译. 飞机空气动力学[M]. 北京: 国防工业出版社, 1978.
(SCHLICHTING H, TRUCKENBRODT E. WANG Xingchan, translated. Plane Atmosphere Dynamics [M]. Beijing: National Defence Industry Press, 1978.)
- [10] GENE F, FRANKLIN J, POWELL D, et al. Feedback Control of Dynamic Systems [M]. New York: Ddisonwelsley Press, 1994.
- [11] 华莱士 J M, 霍布斯 P V, 著. 王鹏飞, 译. 大气科学概观[M]. 上海: 上海科学技术出版社, 1981.
(HUA LAI-SHI J M, HUO BU-SI P V. WANG Peng-fei, translated. Survey to Atmospheric Sciences [M]. ShangHai: Shanghai Science Technology Press, 1981.)
- [12] GORAN G, CEDOMIR M. Robust discrete-time chattering free sliding mode control [J]. Systems & Control Letters, 2000, 41(1): 19-28.

作者简介:

方存光 (1972—), 男, 东北大学信息工程学院博士研究生. 研究方向是平流层信息平台的建模与控制, 智能控制. E-mail: cunguangf@tom.com;

王伟 (1955—), 男, 大连理工大学教授, 博士生导师. 1982年毕业于东北大学, 获工学博士学位. 目前主要研究方向是预测控制, 智能控制, 流程工业的集成优化控制等。