文章编号：1000－8152(2004)05－0703－06

基于T-S模型的倒立摆最优保性能模糊控制

郑 科，徐建明，俞 立
（浙江工业大学 信息工程学院，浙江 杭州 310032）

摘要：对一类具有范数有界参数不确定性T-S模糊模型系统，采用状态反馈的并行分布补偿器（PDC）结构，基于线性矩阵不等式处理方法，研究了其最优保性能模糊控制律的设计问题.导出了保性能模糊控制律存在的条件，通过求解一个凸优化问题给出了最优保性能模糊控制律的设计方法，并用此方法设计了倒立摆系统的最优保性能模糊控制器.仿真实验验证了该设计方法的有效性.

关键词：T-S模糊模型；非线性系统；线性矩阵不等式；PDC方法
中图分类号：TP13 **文献标识码**：A

Takagi-Sugeno model-based optimal guaranteed cost fuzzy control for inverted pendulums

ZHENG Ke, XU Jian-ming, YU Li
(College of Information Engineering, Zhejiang University of Technology, Hangzhou Zhejiang 310032, China)

Abstract: For a class of Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy systems with norm-bounded parameter uncertainties, the problem of designing an optimal guaranteed cost fuzzy controller is considered via the parallel-distributed compensation (PDC) approach. A condition for the existence of guaranteed cost fuzzy control laws was derived in terms of linear matrix inequalities (LMIs), the design problem of the optimal guaranteed cost fuzzy controller was formulated as a convex optimization problem, which could be solved with the existing convex optimization techniques. Furthermore, the proposed approach was used to design the optimal guaranteed cost fuzzy controller for an inverted pendulum. The simulation results demonstrated the effectiveness of the proposed method.

Key words: Takagi-Sugeno model; nonlinear systems; linear matrix inequalities; parallel-distributed compensation approach

1 引言（Introduction）

倒立摆系统是一种典型的非线性、多变量、快速、不稳定系统.它和火箭的飞行及机器人关节运动有许多相似之处，其原理可用于控制火箭稳定发射[1].直升飞机、火箭发射、人造卫星运行及行走机器人步行控制等等，都存在类似于倒立摆的稳定控制问题.因此，倒立摆系统常用来检验控制方法对不稳定、非线性和快速系统的控制能力.

自T-S模糊模型[2]出现以来，基于该模型的非线性系统控制方法引起了人们浓厚的兴趣，原因在于T-S模糊模型的后件是线性的，所以可以应用线性系统完善的理论和方法来处理非线性问题.而且和其他的模糊推理方法相比，其计算效率高（线性函数和常值函数易于计算），推理速度快，因而非常适合于倒立摆这类快速系统的控制.文献[3]采用线性矩阵不等式处理方法来分析和设计基于T-S模型的模糊控制系统，给出了设计模糊控制器的一种新思路.另外，针对倒立摆系统经过局部线性化而得到的T-S模糊模型难以与实际系统精确一致的情况，需要考虑闭环系统的鲁棒稳定性和鲁棒性能问题.近年来，使得闭环系统同时具有鲁棒稳定性和鲁棒性能的不确定系统保性能控制问题研究得到了一系列成果[4].文献[5]利用永磁同步电机的T-S模型，设计了最优模糊保性能控制律，在永磁同步电机的控制中得到了成功的应用.

本文研究基于T-S模糊模型的倒立摆最优保性能模糊控制器的设计问题.首先将倒立摆的精确非线性模型线性化，建立其T-S模糊模型.然后基于LMI处理方法，采用PDC结构控制器，给出了最优保性能模糊控制器的设计方法.最后通过对倒立摆系统的控制仿真验证设计方法的有效性.

收稿日期：2004－04－30.
基金项目：国家自然科学基金资助项目（60274034）；教育部优秀青年教师教学科研奖励计划项目.

在全文中，$\begin{bmatrix} U & V \\ * & W \end{bmatrix}$ 表示分块对称矩阵 $\begin{bmatrix} U & V \\ V^{\mathrm{T}} & W \end{bmatrix}$，其中 U 和 W 是对称矩阵.

2 问题描述(Problem statement)

本文的主要目的是：针对倒立摆装置，设计一个施加在小车上的控制律，使摆杆能够保持在竖直方向，同时给予小车一个平移指令，使小车能够到达导轨上的指定位置，并且保持摆杆不倒. 下面我们将基于倒立摆装置的 T-S 模糊模型，通过设计 PDC 结构的模糊控制器来实现这一目标.

根据文献[6]建立的直线型倒立摆动力学模型为

$$(J + mL^2)\frac{\mathrm{d}^2\varphi(t)}{\mathrm{d}t^2} + mL\cos\varphi(t)\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} = mLg\sin\varphi(t), \tag{1}$$

$$(M + m)\frac{\mathrm{d}^2x(t)}{\mathrm{d}t^2} + b\frac{\mathrm{d}x(t)}{\mathrm{d}t} + mL\cos\varphi(t)\frac{\mathrm{d}^2\varphi(t)}{\mathrm{d}t^2} = v(t) + mL\sin\varphi(t)\{\frac{\mathrm{d}\varphi(t)}{\mathrm{d}t}\}^2. \tag{2}$$

其中，$J = mL^2/3$ 为转动惯量，$\varphi(t)$ 是摆杆与竖直方向之间的夹角，以弧度为单位. $x(t)$ 是小车偏离平衡位置的距离. $v(t)$ 是对电机的力矩指令，即控制量. 电机提供的小台车沿水平方向的驱动力 $f(t) = K_1\tau(t)$，τ 是电机转子输出的力矩. 假设交流电机的由 v 到 τ 的静态增益为 $1/K_1$，并忽略其动特性，得到近似关系 $f = v$（详见文献[6]）. 取状态向量

$$x(t) = [\varphi(t), \dot{\varphi}(t), x(t), \dot{x}(t)]^{\mathrm{T}} = [x_1, x_2, x_3, x_4]^{\mathrm{T}},$$

则有如下状态方程：

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = \\ \dfrac{g\sin x_1 + \cos x_1(-V(t) - mLx_2^2\sin x_1 + bx_4)}{L[4/3 - m\cos^2 x_1/(M + m)]}, \\ \dot{x} = x_4, \\ \dot{x}_4 = \dfrac{V(t) + mL(x_2^2\sin x_1 - \dot{x}_2\cos x_1) - bx_4}{M + m}. \end{cases} \tag{3}$$

这是一个非线性的状态方程. 非线性系统的分析和控制仍然是很困难的，尚缺乏统一有效的方法. 为此我们基于多模型处理的思想，采用基于 T-S 模型的模糊控制方法来设计控制器. 由于 T-S 模型的后件是线性的，线性系统中很多成熟的理论可以加以利用，而且和其他的模糊推理方法相比，其计算效率高（线性函数和常值函数易于计算），推理速度快.

各参数选择如表 1，通过 MATLAB 提供的函数 linmod[7]将原倒立摆精确模型在 0°和 ±45°三个工作点处线性化，得到线性化状态空间模型.

表 1 倒立摆装置澄数

Table 1 Parameters of the inverted pendulum

摆杆质心距节点的距离 L/m	0.25
摆杆质量 m/kg	0.109
小车质量 M/kg	1.32
小车摩擦系数 b/(N·s·m^{-1})	0.1
重力加速度 g/(m·s^{-2})	9.8

在 0°处的状态空间模型为 $\dot{x} = A_1x + B_1u$，其中

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 31.184 & 0 & 0 & 0.2227 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ -0.5947 & 0 & 0 & -0.0742 \end{bmatrix},\ B_1 = \begin{bmatrix} 0 \\ -2.2268 \\ 0 \\ 0.7423 \end{bmatrix}.$$

±45°处的线性化状态空间模型相同，为 $\dot{x} = A_2x + B_2u$，其中

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 20.1502 & 0 & 0 & 0.1529 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0.0165 & 0 & 0 & -0.072 \end{bmatrix},\ B_2 = \begin{bmatrix} 0 \\ -1.5288 \\ 0 \\ 0.7204 \end{bmatrix}.$$

从而得到如下的 T-S 模糊模型：

Rule 1: IF $x_1(t)$ is about 0,

THEN $\dot{x}(t) = A_1x(t) + B_1u(t)$, (4)

Rule 2: IF $x_1(t)$ is about ±45°,

THEN $\dot{x}(t) = A_2x(t) + B_2u(t)$. (5)

系统的输出为各个子系统输出的加权平均，即

$$\dot{x}(t) = \frac{\sum_{i=1}^{2} w_i(x)[A_ix(t) + B_iu(t)]}{\sum_{i=1}^{2} w_i(x)} = \sum_{i=1}^{2} h_i(x)[A_ix(t) + B_iu(t)]. \tag{6}$$

其中，$w_i(x) = M_i(x_1(t))$，$M_i(x_1(t))$ 表示 $x_1(t)$ 属于模糊集合 M_i 的隶属度，且

$$h_i(x) = w_i(x)/\sum_{i=1}^{2} w_i(x)\ \sum_{i=1}^{2} h_i(x) = 1.$$

3 基于 T-S 模型的最优保性能模糊控制器设计(T-S model-based optimal guaranteed cost fuzzy controller design)

由于倒立摆作为一个非线性系统经过局部线性化后与实际系统存在一定的偏差，以及摆杆质心距及导轨的摩擦系数难以精确已知等因素. 因此，模糊

控制器设计中有必要考虑倒立摆 T-S 模糊模型中存在一些参数不确定性的情况.下面给出基于具有参数不确定性 T-S 模糊模型的保性能模糊控制器设计方法.

具有不确定参数的 T-S 模糊模型:

Rule i

IF $x_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ and $x_p(t)$ is M_{ip} THEN

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = (A_i + D\Delta(t)E_{ai})x(t) + (B_i + D\Delta_i(t)E_{bi})u(t), \\ \quad i = 1,2,\cdots,r, \\ y(t) = \sum_{i=1}^{r} h_i(x(t))C_i x(t). \end{cases} \tag{7}$$

其中 $x(t) \in \mathbb{R}^N$ 和 $u(t) \in \mathbb{R}^m$ 分别是系统的状态和控制向量,A_i 和 B_i 是已知常数矩阵,D,E_{ai} 和 E_{bi} 是反映不确定性结构的常数矩阵,$\Delta(t) \in \mathbb{R}^{l\times J}$ 是满足

$$\Delta^{\mathrm{T}}(t)\Delta(t) \leqslant I \tag{8}$$

的不确定矩阵.

对系统(7),定义一个性能指标

$$J = \int_0^{\infty} [y^{\mathrm{T}}(t)Wy(t) + u^{\mathrm{T}}(t)Ru(t)]\mathrm{d}t. \tag{9}$$

其中 W 和 R 为正定的加权矩阵.

假定系统的状态是可以直接测量得到的,则研究的问题是对系统(7)和性能指标(9),设计一个 PDC 结构的模糊控制器[8]:令 Ω_i 表示第 i 个子系统对应的控制器,即

Ω_i:IF $x_1(t)$ is M_{i1} and $\cdots$ $x_p(t)$ is M_{ip},

THEN $u(t) = -F_i x(t)$, $i = 1,2,\cdots,r$.

其中 F_i 为状态反馈增益矩阵.则整个系统的控制器为

$$u(t) = -\frac{\sum_{i=1}^{r} w_i(x)F_i x(t)}{\sum_{i=1}^{r} w_i(x)} = -\sum_{i=1}^{r} h_i(x(t))F_i x(t). \tag{10}$$

本节的主要任务是设计合适的状态反馈增益矩阵 F_i,使得对所有允许的不确定性,闭环系统

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{r} h_i(x)h_j(x)\{[A_i + D\Delta(t)E_{ai} - (B_i + D\Delta(t)E_{bi})F_j]x(t)\}$$

是渐近稳定的,且相应的闭环性能指标满足 $J \leqslant J^*$,其中 J^* 是某个确定的常数.称具有这样性质的控制律(10)是不确定系统(7)和性能指标(9)的一个保性能模糊控制律.

以下引理给出了不确定连续系统(7)存在保性能模糊控制律的一个充分条件.

引理 1[3]　对于式(7)所描述的系统,若存在对称正定矩阵 P 和半正定矩阵 Q_0,满足

$$U_{ii} + (s-1)Q_3 < 0, \tag{11}$$

$$V_{ij} - 2Q_4 < 0,\ i < j \text{ s.t. } h_i \cap h_j \neq \phi. \tag{12}$$

则可以用 PDC 结构的模糊控制器(10)使其稳定.其中 $s > 1$,

$$U_{ii} = \begin{bmatrix} S_\Delta & C_i^{\mathrm{T}} & -F_i^{\mathrm{T}} \\ * & -W^{-1} & 0 \\ * & * & -R^{-1} \end{bmatrix},$$

$$S_\Delta = [A_i + D\Delta(t)E_{ai} - (B_i + D\Delta(t)E_{bi})F_i]^{\mathrm{T}}P + P[A_i + D\Delta(t)E_{ai} - (B_i + D\Delta(t)E_{bi}F_i],$$

$$V_{ij} = \begin{bmatrix} Z_\Delta & C_i^{\mathrm{T}} & -F_j^{\mathrm{T}} & C_j^{\mathrm{T}} & -F_i^{\mathrm{T}} \\ * & -W^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & -W^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & -R^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Z_\Delta = [A_i + D\Delta(t)E_{ai} - (B_i + D\Delta(t)E_{bi})F_j]^{\mathrm{T}}P + P[A_i + D\Delta(t)E_{ai} - (B_i + D\Delta(t)E_{bi}F_j] + [A_j + D\Delta(t)E_{aj} - (B_j + D\Delta(t)E_{bj})F_i]^{\mathrm{T}}P + P[A_j + D\Delta(t)E_{aj} - (B_j + D\Delta(t)E_{bj})F_i],$$

$Q_3 = \mathrm{diag}\{Q_0,0,0\}$, $Q_4 = \mathrm{diag}\{Q_0,0,0,0\}$.

则性能指标满足

$$J < x^{\mathrm{T}}(0)Px(0). \tag{13}$$

引理 2[9]　给定适当维数的矩阵 Y,D 和 E,其中 Y 是对称的,则对所有满足 $\Delta^{\mathrm{T}}\Delta \leqslant I$ 的矩阵 Δ,

$$Y + D\Delta E + E^{\mathrm{T}}\Delta^{\mathrm{T}}D^{\mathrm{T}} < 0$$

成立,当且仅当存在常数 $\varepsilon > 0$,使得

$$Y + \varepsilon DD^{\mathrm{T}} + \varepsilon^{-1}E^{\mathrm{T}}E < 0.$$

下面的定理将引理 1 给出的保性能模糊控制律的存在条件转化为线性矩阵不等式组的可解性问题.

定理 1　对于式(7)所描述的系统,若存在矩阵 X,M_i 和 Y_0,以及标量 $\varepsilon_i > 0$ 和 $\varepsilon_{ij} > 0 (i < j)$,且 X 是对称正定矩阵、Y_0 是对称半正定矩阵,满足

$$\bar{U}_{ii} + (s-1)Y_4 < 0, \tag{14}$$

$$\bar{V}_{ij} - 2Y_5 < 0,\ i < j \text{ s.t. } h_i \cap h_j \neq \phi. \tag{15}$$

则系统(7)存在稳定化控制器(10).其中,$s > 1$,i,$j = 1,2,\cdots,r$,

$$\bar{U}_{ii} = \begin{bmatrix} \bar{S}_\Delta & XC_i^{\mathrm{T}} & -M_i^{\mathrm{T}} & XE_{ai}^{\mathrm{T}} - M_i^{\mathrm{T}}E_{bi}^{\mathrm{T}} \\ * & -W^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & -R^{-1} & 0 \\ * & * & * & -\varepsilon_i I \end{bmatrix},$$

$$\bar{S}_\Delta = XA_i^{\mathrm{T}} + A_iX + \varepsilon_iDD^{\mathrm{T}} - B_iM_i - M_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{Z}_\Delta = XA_i^{\mathrm{T}} + A_iX + \varepsilon_{ij}DD^{\mathrm{T}} - B_iM_j - M_j^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} + XA_j^{\mathrm{T}} + A_jX - B_jM_i - M_i^{\mathrm{T}}B_j^{\mathrm{T}},$$

$$Y_4 = \mathrm{diag}\{Y_0,0,0,0\},\quad Y_5 = \mathrm{diag}\{Y_0,0,0,0,0,0\},$$

$$T_\Delta = XE_{ai}^{\mathrm{T}} + XE_{aj}^{\mathrm{T}} - M_j^{\mathrm{T}}E_{bi}^{\mathrm{T}} - M_i^{\mathrm{T}}E_{bj}^{\mathrm{T}},$$

$$\bar{V}_{ij} = \begin{bmatrix} \bar{Z}_\Delta & XC_i^{\mathrm{T}} & -M_j^{\mathrm{T}} & XC_j^{\mathrm{T}} & -M_i^{\mathrm{T}} & T_\Delta \\ * & -W^{-1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ * & * & -R^{-1} & 0 & 0 & 0 \\ * & * & * & -W^{-1} & 0 & 0 \\ * & * & * & * & -R^{-1} & 0 \\ * & * & * & * & * & -\varepsilon_{ij}I \end{bmatrix}.$$

则性能指标满足

$$J < x^{\mathrm{T}}(0)X^{-1}x(0). \tag{16}$$

证 引理1中式(11)两边左乘和右乘矩阵 $\mathrm{diag}\{P^{-1},I,I\}$,并令 $X = P^{-1}, Y_0 = XQ_0X$ 和 $M_i = F_iX$,可得

$$\begin{bmatrix} H_\Delta & XC_i^{\mathrm{T}} & M_i^{\mathrm{T}} \\ * & -W^{-1} & 0 \\ * & * & -R^{-1} \end{bmatrix} + (s-1)\mathrm{diag}\{Y_0,0,0\} < 0,$$

$$H_\Delta = X[A_i + D\Delta(t)E_{ai}]^{\mathrm{T}} + [A_i + D\Delta(t)E_{ai}]X - -[B_i + D\Delta(t)E_{bi}]M_i - M_i^{\mathrm{T}}[B_i + D\Delta(t)E_{bi}]^{\mathrm{T}}.$$

上式进一步可写成

$$\hat{U}_{ii} + (s-1)Y_3 + \begin{bmatrix} D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\Delta(t)\begin{bmatrix} XE_{ai}^{\mathrm{T}} - M_i^{\mathrm{T}}E_{bi}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} + \begin{bmatrix} XE_{ai}^{\mathrm{T}} - M_i^{\mathrm{T}}E_{bi}^{\mathrm{T}} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}\Delta^{\mathrm{T}}(t)\begin{bmatrix} D \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^{\mathrm{T}} < 0.$$

其中

$$\hat{U}_{ii} = \begin{bmatrix} XA_i^{\mathrm{T}} + A_iX - B_iM_i - M_i^{\mathrm{T}}B_i^{\mathrm{T}} & XC_i^{\mathrm{T}} & -M_i^{\mathrm{T}} \\ * & -W^{-1} & 0 \\ * & * & -R^{-1} \end{bmatrix},$$

$$Y_3 = \mathrm{diag}\{Y_0,0,0\}.$$

根据引理2,并应用矩阵的Schur补性质,上式对所有允许的不确定性成立,当且仅当存在标量 $\varepsilon_i > 0$,使得(14)式成立.

类似的可以得到有关式(15)的证明.因此,由引理1可得定理1成立.

在定理1的基础上,进一步来设计一个模糊控制器使得性能指标上界 $x^{\mathrm{T}}(0)Px(0)$ 最小化.最优保性能模糊控制律可以通过求解以下的优化问题得到:

$$\min_{X,M_i(i=1,\cdots,r),\varepsilon_i(i=1,\cdots,r),\varepsilon_{ij}(i<j,j=1,\cdots,r),Y_0} \lambda, \tag{17}$$

s.t. i) $X > 0, Y_0 \geqslant 0, \varepsilon_i > 0, \varepsilon_{ij} > 0$,

ii) (14),(15),

iii) $\begin{bmatrix} \lambda & x^{\mathrm{T}}(0) \\ * & X \end{bmatrix} > 0.$

问题(17)是一个具有线性矩阵不等式约束的凸优化问题,可以应用LMI工具箱中的线性矩阵不等式求解器mincx来求解问题(17).

4 倒立摆的保性能鲁棒模糊控制器设计(Optimal guaranteed cost fuzzy robust controller design for an inverted pendulum)

考虑到倒立摆系统的不确定因素主要为摆杆质心距 L 及导轨的摩擦系数,另外,当 L,b 变化时,在0度处线性化模型参数变化范围更大.选择

$$E_{a1} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 100 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 3 & 0 & 0 & 7 \end{bmatrix},\quad E_{b1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 5 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$E_{a2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 10 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 0 & 5 \end{bmatrix},\quad E_{b2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix},$$

$$D = 0.01 \times I_4.$$

其中 I_4 表示4阶的单位矩阵.

对于此倒立摆系统,主要目标为尽量减小其摆杆偏角及位移偏差,因而选取加权阵为

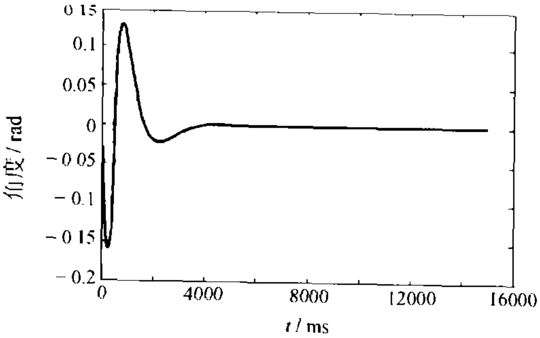
$$W = \mathrm{diag}\{1,0.01,1,0.01\},\ R = 0.01.$$

当初始状态 $x(0) = [0.2\quad 0\quad 0\quad 0]^{\mathrm{T}}$ 时,利用LMI求解(17)的优化问题可得性能指标(9)的上界 $J^* = 0.7454$ 和保证这一性能的PDC结构模糊控制器的状态反馈增益矩阵

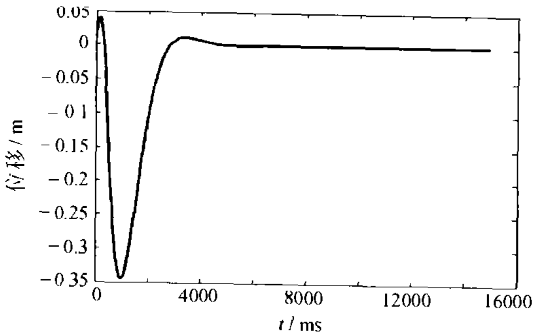
$$F_1 = -[207.94\quad 41.19\quad 39.92\quad 40.21],$$

$$F_2 = -[100.59\quad 20.11\quad 17.62\quad 18.34].$$

借助MATLAB的Fuzzy Logic Toolbox,选用Sugeno型推理和三角形隶属度函数构造模糊控制器.对小车施加 $f(t)$ 方向 $40\delta(t)N$ 的脉冲力来考验摆的镇定能力,然后在施加脉冲5 s后再给予小车0.2 m的位移信号来测试小车位移的跟踪性能.得到仿真结果如图1和图2所示.并求得施加脉冲时的性能指标 $J_1 = \int_0^6 \varphi^2(\tau)\mathrm{d}\tau = 0.0162$,施加位移信号时的性能指标 $J_2 = \int_0^{10} \{\varphi^2(\tau) + (x(\tau) - x_d)^2\}\mathrm{d}t = 0.51978$.其中 $x_d = 0.2$ m.为了验证系统的鲁棒性,在系统参数改变($L = 0.6, b = 0.2$)情况下再次实验.仿真结果分别如图3和图4所示.



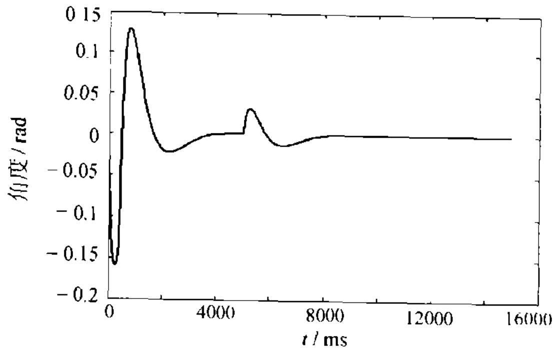
(a)　闭环系统的角度响应



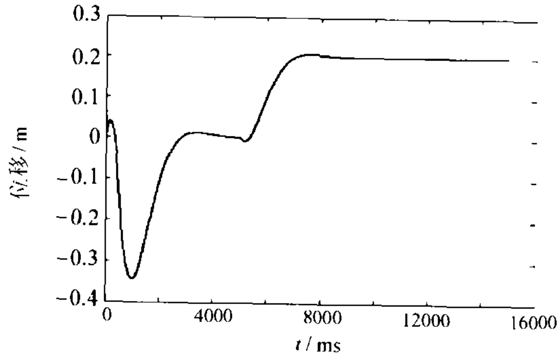
(b)　闭环系统的位移响应

图 1　施加脉冲力时模型参数不变的仿真结果

Fig. 1　Simulation results of pulse signal when the parameters are permanent



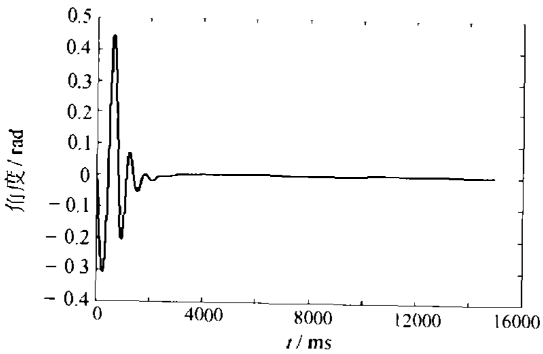
(a)　闭环系统的角度响应



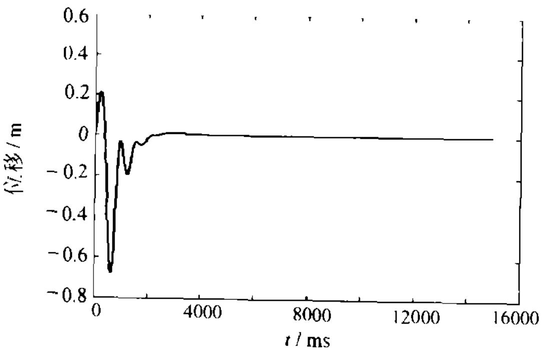
(b)　闭环系统的位移响应

图 2　施加 0.2 m 的位移信号时模型参数不变的仿真结果

Fig. 2　Simulation results of pulse signal when the parameters are permanent ($x_d = 0.2$ m)



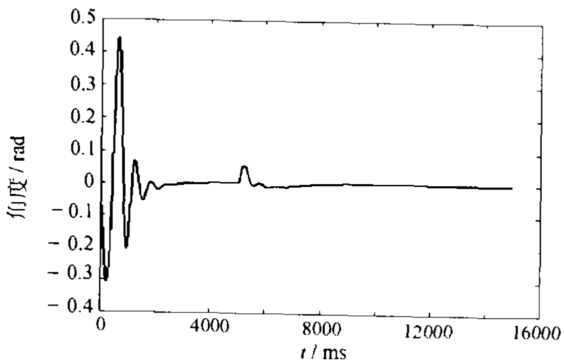
(a)　闭环系统的角度响应



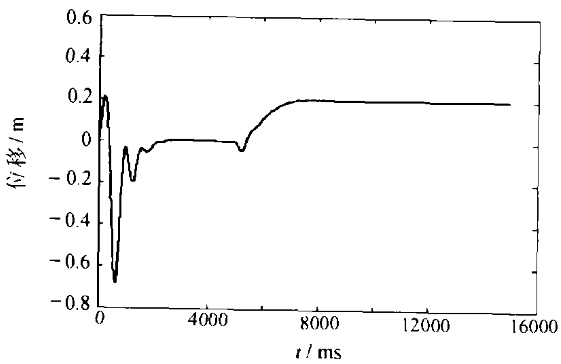
(b)　闭环系统的位移响应

图 3　施加脉冲力时模型参数改变 ($L = 0.6, b = 0.2$) 的仿真结果

Fig.3　Simulation results of pulse signal when the parameters are changed ($L = 0.6, b = 0.2$)



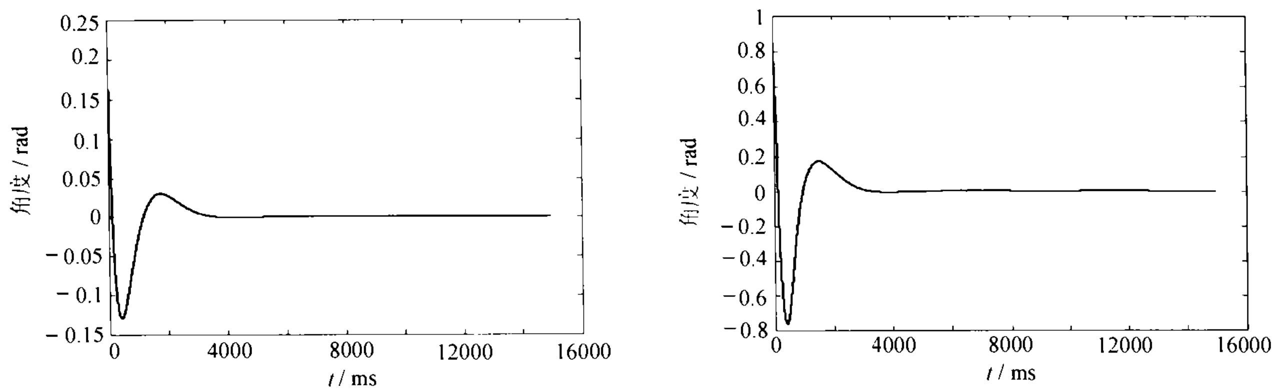
(a)　闭环系统的角度响应



(b)　闭环系统的位移响应

图 4　施加 0.2 m 的位移信号时模型参数改变 ($L = 0.6, b = 0.2$) 的仿真结果

Fig. 4　Simulation results of displacement signal when the parameters are changed ($x_d = 0.2$ m)



(a) 闭环系统的角度响应 (b) 闭环系统的位移响应

图 5 初始偏角分别为 0.2 rad 和 0.8 rad 时的仿真结果

Fig. 5 Simulation results with original angel of 0.2 rad and 0.8 rad

可见鲁棒模糊控制器具有极强的鲁棒性.当质心距在0.25~0.6 m范围内,导轨摩擦系数在0.1~0.2范围内变化时,系统基本保持了原有性能.在保证摆杆不倒的情况下,能控制小车到达指定位置(位移响应中可见能到达指定的0.2 m处).

利用T-S模型设计的倒立摆模糊控制器另一个优点是其可以保证有较大的控制范围,即当初始偏角较大时,也能实现稳定控制.初始偏角分别为0.2 rad和0.8 rad时的角度响应如图5所示.

5 结论(Conclusion)

研究了基于T-S模糊模型,借助于LMI优化工具,采用PDC结构控制器,设计了倒立摆的最优保性能模糊控制器.仿真结果表明,基于T-S模糊模型设计的模糊控制器,控制范围大,鲁棒性强,且动态响应迅速.通过对倒立摆的仿真实验,说明了基于T-S模糊模型设计模糊控制器是解决非线性系统特别是难以用传统方法求解的复杂非线性系统控制问题的一种方便的途径.

参考文献(References):

[1] 黄苑虹,梁慧冰.从倒立摆装置的控制策略看控制理论的发展和应用[J].广东工业大学学报,2001,18(3):50-53.
(HUANG Yuanhong, LIANG Huibing. The development and application of control theory based on the control strategy of inverted pendulum system [J]. *Journal of Guangdong University of Technology*, 2001, 18(3):50-53.)

[2] TAKAGI T, SUGENO M. Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control [J]. *IEEE Trans on Syst Man Cyber*, 1985, 15(1):116-132.

[3] TANAKA Kazuo, WANG Hua O. *Fuzzy Control Systems Design and Analysis: A Linear Matrix Inequality Approach* [M]. New York: John Wiley & Sons, Inc., 2001:50-131.

[4] CHANG S.S.L., PENG T.K.C. Adaptive guaranteed cost control of systems with uncertain parameters [J]. *IEEE Trans on Automic Control*, 1972, 17(4): 474-483.

[5] 吴忠强.非线性系统的最优模糊保代价控制及在永磁同步电动机混沌系统中的应用[J].中国电机工程学报,2003,23(9):152-157.
(WU Zhongqiang. Optimal fuzzy guaranteed control for nonlinear system and its application in permanent-magnet synchronous motor chaos system [J]. *Proceedings of the CSEE*, 2003, 23(9):152-157.)

[6] 申铁龙,梅生伟,王宏,等.鲁棒控制基准设计问题:倒立摆控制[J].控制理论与应用,2003,20(6):973-976.
(SHEN Tielong, MEI Shengwei, WANG Hong, et al. A benchmark problem for robust control of inverted pendulums [J]. *Control Theory & Applications*, 2003, 20(6):973-976.)

[7] 吴晓莉,林哲辉等.Matlab辅助模糊系统设计[M].西安:西安电子科技大学出版社,2002:212-214.
(WU Xiaoli, LIN Zhehui. *Matlab-aided Fuzzy System Design* [M]. Xi'an: Xidian University Press, 2002:212-214.)

[8] 赵文杰,刘吉臻,赵玉辉,等.基于LMI的非线性系统PDC控制器设计方法[J].系统仿真学报,2003,15(8):1110-1112.
(ZHAO Wenjie, LIU Jizhen, ZHAO Yuhui, et al. A design method for nonlinear system PDC controller based on LMI [J]. *Journal of System Simulation*, 2003, 15(8):1110-1112.)

[9] 俞立,鲁棒控制——线性矩阵不等式处理方法[M].北京:清华大学出版社,2002:23-140.
(YU LI. *Robust Control - A LMI Approach* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002:23-140.)

作者简介:

郑 科 (1980—),男,浙江工业大学硕士研究生,研究领域为模糊控制、鲁棒滤波、运动控制等;

徐建明 (1970—),男,浙江工业大学讲师,研究领域为PID控制、鲁棒控制等,E-mail: xujm@zjut.edu.cn;

俞 立 (1961—),男,浙江工业大学自动化系教授,博士生导师,研究领域为鲁棒控制、网络控制等.