

基于自适应神经网络的不确定非线性系统的模糊跟踪控制

刘 亚, 胡寿松

(南京航空航天大学 自动化学院, 江苏 南京, 210016)

摘要: 提出了一种基于模糊模型和自适应神经网络的跟踪控制方法. 在系统具有未知不确定非线性特性的情况下, 首先利用 T-S 模糊模型对系统的已知特性进行近似建模, 对基于模糊模型的模糊 H_∞ 跟踪控制律进行输出跟踪控制. 并在此基础上, 进一步采用 RBF 神经网络完全自适应控制, 通过在线自适应调整 RBF 神经网络的权重、函数中心和宽度, 从而有效地消除系统的未知不确定性和模糊建模误差的影响, 保证了非线性闭环系统的稳定性和系统的 H_∞ 跟踪性能, 而不要求系统的不确定项和模糊建模误差满足任何匹配条件或约束. 最后, 将所提出的方法应用到一非线性混沌系统, 仿真结果表明了所提出的方案不仅能够有效地稳定该混沌系统, 而且能使系统输出跟踪期望输出.

关键词: T-S 模糊模型; 自适应神经网络; 跟踪控制; 不确定非线性系统

中图分类号: TP18 **文献标识码:** A

Fuzzy tracking control for uncertain nonlinear system based on adaptive neural network

LIU Ya, HU Shou-song

(College of Automation Engineering, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing Jiangsu 210016, China)

Abstract: The tracking control scheme based on fuzzy model and adaptive neural network is presented for a class of nonlinear system with unknown uncertain nonlinearities. Firstly, the Takagi-Sugeno (T-S) fuzzy model was adopted to approximately model the known nonlinearity of the system, and fuzzy-model-based H_∞ tracking control law was designed to track the desired output signal. Secondly, full adaptive radial basis function (RBF) neural network control was used to improve the scheme of the fuzzy H_∞ tracking control. The effect of the unknown uncertainties and the error caused by fuzzy modeling was overcome by on-line adaptive tuning of the weights, centers and widths of the RBF neural network, and no matching conditions or constraint conditions were required. It was proved that the proposed control scheme could guarantee the stability of the designed closed loop system and the good H_∞ tracking performance as well. Finally, the proposed scheme was applied to a nonlinear chaos system. The simulation results showed that the proposed method not only can stabilize the chaos systems, but also track the desired output signal.

Key words: Takagi-Sugeno fuzzy model; adaptive neural network; tracking control; uncertain nonlinear system

1 引言 (Introduction)

具有未知不确定性的复杂非线性系统的最优调节和跟踪控制设计问题是当前控制领域中的两个典型的问题. 相比较而言, 在实际应用系统中, 跟踪控制设计更为一般, 更为困难, 特别是对于非线性系统. 近年来, 模糊控制方法在非线性系统控制的应用中日益兴起. 已经证明 T-S 模糊模型能够对非线性系统的全局动态特征进行有效地建模和控制, T-S 型模糊控制器已经成功地应用于非线性系统的稳定

控制设计中^[1~3], 然而基于 T-S 模糊模型的跟踪控制问题的研究却不多见. 文献[4]研究了基于 T-S 模型的跟踪控制设计问题, 提出了一种基于 LMI 方法的模型参考跟踪控制方法. 但是文中所提出的方法直接从 T-S 模糊模型本身出发, 没有考虑系统的模糊建模误差, 因此在系统存在未知不确定性时或模糊建模不是很充分的情况下, 这种方法很难获得理想的控制效果. 本文中针对一类具有未知不确定项的非线性多变量系统, 在利用已有的先验知识对系

统的非线性特性进行 T-S 模糊模型近似表征的基础上,给定 H_∞ 跟踪性能指标,设计模糊控制器使得跟踪误差尽可能的减小,并且针对系统的未知不确定非线性特性和模糊建模误差的影响,设计权重、函数中心和宽度可以在线调整的 RBF 神经网络自适应控制器,从而保证了系统期望的鲁棒输出跟踪性能.所提出的基于模糊模型和自适应神经网络的控制方案不仅能够保证非线性闭环系统的稳定性,而且具有较好的 H_∞ 跟踪性能.

2 系统描述(System description)

考虑如下不确定非线性系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1 = x_2, \\ \dot{x}_2 = f(x_1, x_2, u) + \tilde{f}(x_1, x_2, u, t) + d_2(t), \\ y = Cx = x_1. \end{cases} \quad (1)$$

其中状态量 $x = [x_1^T \ x_2^T]^T \in \mathbb{R}^{2n}$; 控制输入 $u \in \mathbb{R}^n$; 输出向量 $y \in \mathbb{R}^n$, $C = [I_n \ 0] \in \mathbb{R}^{n \times 2n}$; $f(x, u)$ 为已知非线性向量函数; $\tilde{f}(x, u, t)$ 是未知不确定性项和模型误差; $d(t) = [0 \ d_2(t)^T]^T$ 为外部扰动向量, $x(t) = 0, \forall t < 0$.

首先对系统的已知特性进行初步的模糊建模,将系统表示为如下形式:

$$r^i: \text{If } z_1(t) \text{ is } F_1^i \text{ and } \cdots z_p(t) \text{ is } F_p^i, \text{ Then } \begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_i u(t) + d(t), \\ y(t) = Cx, \\ x(t) = 0, t \leq 0, i = 1, 2, \dots, q. \end{cases} \quad (2)$$

其中 r^i 表示第 i 条模糊推理规则; F_j^i 表示模糊集合; $z(t) \in \mathbb{R}^p$ 是条件向量; q 是 If-Then 规则数; A_i, B_i 是维数适当的常量矩阵.按照文献[5]的方法将模糊系统(2)清晰化后可得

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) [A_i x(t) + B_i u(t)] + d(t). \quad (3)$$

其中

$$\mu_i(z(t)) = \omega_i(z(t)) / \sum_{i=1}^q \omega_i(z(t)),$$

$$\omega_i(z(t)) = \prod_{j=1}^p F_j^i(z_j(t)),$$

此处 $F_j^i(z_j(t))$ 是 $z_j(t)$ 属于模糊集 F_j^i 的隶属度.显然 $\omega_i(z(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^q \omega_i(z(t)) > 0$, 且

$$\mu_i(z(t)) \geq 0, \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) = 1, i = 1, 2, \dots, q.$$

不妨令 $\Delta g(u, t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) (B_i - B)u$, 其中 $B = \begin{bmatrix} 0 \\ I_n \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{2n \times n}$, 考虑建模误差和系统不确定性,原系统(1)可等价

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) A_i x(t) + B(u(t) + \Delta(x(t), u, t)) + d(t). \quad (4)$$

其中 $\Delta(x(t), u(t), t) = \tilde{f} + \Delta f(x, u, t) + \Delta g(u, t)$, $\tilde{f}$ 表示系统的未知不确定项, Δf 表示模糊系统的建模误差.

3 基于模糊模型的鲁棒 H_∞ 跟踪控制器设计 (Design of fuzzy model based robust H_∞ tracking controller)

给定参考输出信号 y_r , 定义输出跟踪误差为 $e(t) = y - y_r = Cx - y_r$, 故可以构造如下增广系统:

$$\dot{\tilde{x}} = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) [\bar{A}_i \tilde{x}(t) + \bar{B}u(t) + \bar{d}(t)] + \bar{B}\Delta(x, u, t). \quad (5)$$

其中

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= [(\int_0^t e(t)dt)^T \ x(t)^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}, \\ \bar{B} &= \begin{bmatrix} 0 \\ B \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3n \times n}, \bar{A}_i = \begin{bmatrix} 0 & C \\ 0 & A_i \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}, \\ \bar{d}(t) &= [-y_r^T \ d(t)^T]^T. \end{aligned}$$

考虑如下 H_∞ 跟踪控制性能指标^[4]:

$$\begin{aligned} &\int_0^{t_f} \{ (\int_0^t e(t)dt)^T Q_1 (\int_0^t e(t)dt) + x(t)^T Q_2 x(t) \} dt = \\ &\int_0^{t_f} \tilde{x}(t)^T R \tilde{x}(t) dt \leq \\ &\tilde{x}^T(0) P \tilde{x}(0) + \gamma^2 \int_0^{t_f} \|\bar{d}(t)\|^2 dt. \end{aligned} \quad (6)$$

其中 $\bar{d}(t) \in L_2[0 \ t_f]$, γ 是给定的正常数, $R = R^T = \text{block-diag}(Q_1, Q_2)$ 为给定正定常数矩阵, t_f 为控制结束时间, P 为对称正定常数矩阵.

使用式(2)中相同的规则前件,设计基于 T-S 模型的模糊控制器:

$$\begin{aligned} u_f(t) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) K_i \tilde{x} = \\ &\sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) \{ K_{ei} \int_0^t e(t)dt + K_{xi} x(t) \}. \end{aligned} \quad (7)$$

其中 $K_i = [K_{ei} \ K_{xi}] \in \mathbb{R}^{n \times 3n}$.若不考虑 $\Delta(x, u, t)$ 项的作用,即令式(5)中 $\Delta(x, u, t) = 0$, 则可以得

到如下闭环增广系统:

$$\dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))(\bar{A}_i + \bar{B}K_i)\bar{x}(t) + \bar{d}(t). \quad (8)$$

引理 1^[6] 对于任意 $m \times n$ 实矩阵 X, Y , 任意正实常数 $\varepsilon > 0$, 有

$$X^T Y + Y^T X \leq \varepsilon X^T X + \varepsilon^{-1} Y^T Y. \quad (9)$$

定理 1 若存在一个对称正定矩阵 $P \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 和一类常矩阵 $K_i \in \mathbb{R}^{n \times 3n} (i = 1, \dots, q)$ 使得如下矩阵不等式成立:

$$(\bar{A}_i + \bar{B}K_i)^T P + P(\bar{A}_i + \bar{B}K_i) + \frac{1}{\gamma^2} PP + R < 0, \quad (10)$$

则跟踪控制律(7)使闭环系统(8)跟踪给定输出信号,并满足给定 H_∞ 跟踪控制性能指标(6).

证 考虑下式

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_f} \bar{x}(t)^T R \bar{x}(t) dt = \\ & \bar{x}^T(0) P \bar{x}(0) - \bar{x}^T(t_f) P \bar{x}(t_f) + \\ & \int_0^{t_f} \left\{ \bar{x}(t)^T R \bar{x}(t) + \frac{d}{dt} (\bar{x}(t)^T P \bar{x}(t)) \right\} dt, \quad (11) \end{aligned}$$

其中 P 为对称正定矩阵.将式(8)代入式(11)可得

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_f} \bar{x}(t)^T R \bar{x}(t) dt \leq \\ & \bar{x}^T(0) P \bar{x}(0) + \int_0^{t_f} \bar{x}(t)^T R \bar{x}(t) + \\ & \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) [\bar{x}(t)^T P (\bar{A}_i + \bar{B}K_i) \bar{x}(t) \bar{x}(t)^T P \bar{d}(t) + \\ & \bar{x}(t)^T (\bar{A}_i + \bar{B}K_i)^T P \bar{x}(t) + \bar{d}(t)^T P \bar{x}(t)] dt. \quad (12) \end{aligned}$$

对式(12)利用引理 1,进一步可得

$$\begin{aligned} & \int_0^{t_f} \bar{x}(t)^T R \bar{x}(t) dt \leq \\ & \bar{x}^T(0) P \bar{x}(0) + \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) \int_0^{t_f} \bar{x}(t)^T [(\bar{A}_i + \bar{B}K_i)^T P + \\ & P(\bar{A}_i + \bar{B}K_i) + \frac{1}{\gamma^2} PP + R] + \gamma^2 \bar{d}(t)^T \bar{d}(t) dt. \end{aligned}$$

故可知如果存在正定对称矩阵 P 使得不等式(10)成立,则 H_∞ 性能指标(6)满足. 证毕.

定理 2 若式(10)中公共对称正定矩阵 $P \in \mathbb{R}^{3n \times 3n}$ 存在,则如下闭环系统(13)渐近稳定.

$$\dot{\bar{x}} = \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))(\bar{A}_i + \bar{B}K_i)\bar{x}(t). \quad (13)$$

证 定义李雅普诺夫函数

$$V(\bar{x}) = \bar{x}(t)^T P \bar{x}(t). \quad (14)$$

其中 P 定义同式(11),为对称正定矩阵.对式(14)求导可得

$$\begin{aligned} \dot{V}(\bar{x}) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) \bar{x}(t)^T \{ (\bar{A}_i + \bar{B}K_i)^T P + \\ & P(\bar{A}_i + \bar{B}K_i) \} \bar{x}(t). \quad (15) \end{aligned}$$

若式(11)成立,可知 $\dot{V}(\bar{x}) < 0$, 故模糊闭环系统(13)渐近稳定. 证毕.

以上分析过程中,忽略了未知不确定项和模糊建模误差项 $\Delta(x, u, t)$ 的作用.如果考虑 $\Delta(x, u, t)$ 的作用,单纯依赖定理 1 中所提出的跟踪控制规律对非线性系统(1)进行控制,难以获得理想的控制效果.为此,在模糊控制的基础上,引入了基于 RBF 神经网络的自适应控制 u_{nn} , 用于在线对消不确定项和模糊建模误差的影响.以保证系统具有期望的鲁棒 H_∞ 跟踪性能.

4 基于自适应 RBF 神经网络的模糊跟踪控制(Fuzzy tracking control based on adaptive RBF neural network)

设引入 RBF 神经网络后的组合控制律为

$$u(t) = u_f(t) - u_{nn}(t). \quad (16)$$

其中 $u_f(t)$ 定义同式(7).将上式代入式(4)可得

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) (A_i x(t) + B u_f(t)) + \\ & B(\Delta(x(t), u, t) - u_{nn}) + d(t). \quad (17) \end{aligned}$$

令 $e(t) = y - y_r = Cx - y_r$, 则可以得到一个新的增广系统:

$$\begin{aligned} \dot{\hat{x}} &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) (\bar{A}_i + \bar{B}K_i) \hat{x}(t) + \\ & \bar{B}(\Delta(x(t), u, t) - u_{nn}) + \bar{d}(t). \quad (18) \end{aligned}$$

其中 $\hat{x} = [(\int_0^t e(t) dt)^T \ x(t)^T]^T \in \mathbb{R}^{3n}$.

令 $\bar{e}(t) = \hat{x}(t) - \bar{x}(t)$, 则

$$\begin{aligned} \dot{\bar{e}} &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t)) (\bar{A}_i + \bar{B}K_i) \bar{e}(t) + \\ & \bar{B}(\Delta(x(t), u(t), t) - u_{nn}). \quad (19) \end{aligned}$$

从上式可以看出,如果 RBF 神经网络的输出 u_{nn} 能有效地对消非线性项 Δ , 那么由定理 2 可知误差动态系统稳定,同时可保证系统期望的鲁棒 H_∞ 跟踪性能.定义如下 RBF 神经网络:

$$u_{nn} = W^T G(X, \xi, \eta). \quad (20)$$

其中 $X = [x(t)^T, u(t)^T]^T \in \mathbb{R}^N, (N = 3n)$ 为神经网络的输入. $W = (w_{ij})_{l \times n}$ 为权重向量, $l > 1$ 为隐层神经元个数, $G = (G_i)_{l \times 1}, G_i$ 为 Gaussian 函数,其形式为

$$G_i(X) = \exp\left[-\frac{(X - \xi_i)^T(X - \xi_i)}{\eta_i^2}\right], \quad i = 1, 2, \dots, l. \quad (21)$$

其中 ξ_i 是与 X 同维的向量, 表示 Gaussian 函数的中心, η_i 为 Gaussian 函数的宽度. $\xi = [\xi_1^T, \dots, \xi_l^T]^T$, $\eta = [\eta_1, \dots, \eta_l]^T$.

已经证明, 神经网络(20)在紧集合 A_d 上可以任意精度逼近任何连续函数^[7] $\Delta(X)$, 使得

$$\Delta(X) = W^{*T}G(X, \xi^*, \eta^*) + \epsilon_f(X). \quad (22)$$

其中 W^* , ξ^* , η^* 分别为最优的权重、中心和宽度值, $\epsilon_f(X)$ 表示逼近误差.

假设 1^[7] 对于所有的输入 $X \in A_d$, 存在最优的常数权重 W^* , 中心 ξ^* 和宽度 η^* , 使得 $\|\epsilon_f(X)\| < \epsilon^*$, ϵ^* 为一常数, $\epsilon^* > 0$, 且存在常数 $\bar{W}$, $\bar{\xi}$, $\bar{\eta}$, 满足 $\|W^*\|_F \leq \bar{W}$, $\|\xi^*\| \leq \bar{\xi}$, $\|\eta^*\| \leq \bar{\eta}$.

其中 $\|\cdot\|$ 表示 2 范数, $\|\cdot\|_F$ 为 Frobenius 范数.

由于最优的 W^* , ξ^* , η^* 是未知的, 因此采用 $\hat{W}$, $\hat{\xi}$, $\hat{\eta}$ 对 W^* , ξ^* , η^* 进行估计. 定义估计误差为

$$\tilde{G} = G^* - \hat{G}, \quad \tilde{W} = W^* - \hat{W}, \quad \tilde{\xi} = \xi^* - \hat{\xi},$$

$$\tilde{\eta} = \eta^* - \hat{\eta}, \quad \tilde{Z} = \text{block-diag}(\tilde{W}, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}).$$

故

$$\Delta(X) - u_{nn} = W^{*T}G^* - \hat{W}^T\hat{G} + \epsilon_f(X) = \tilde{W}^T\tilde{G} + \tilde{W}^T\hat{G} + \hat{W}^T\tilde{G} + \epsilon_f(X). \quad (23)$$

对 $G(X, \xi^*, \eta^*)$ 在 $\xi^* = \hat{\xi}$, $\eta^* = \hat{\eta}$ 处进行 Taylor 级数展开, 可得

$$G(X, \xi^*, \eta^*) = G(X, \hat{\xi}, \hat{\eta}) + (G'_\xi(\xi^* - \hat{\xi}) + G'_\eta(\eta^* - \hat{\eta}) + O(X, \tilde{\xi}, \tilde{\eta})). \quad (24)$$

其中 $G'_\xi = \text{diag}(g'_{\xi_i}) \in \mathbb{R}^{l \times M}$, $G'_\eta = \text{diag}(g'_{\eta_i}) \in \mathbb{R}^{l \times l}$. $O(X, \tilde{\xi}, \tilde{\eta})$ 为高阶项. 由于

$$g_{\xi_i} = 2 \frac{(X - \xi_i)^T}{\eta_i^2} \exp\left[-\frac{(X - \xi_i)^T(X - \xi_i)}{\eta_i^2}\right],$$

$$g_{\eta_i} = 2 \frac{\|X - \xi_i\|^2}{\eta_i^3} \exp\left[-\frac{(X - \xi_i)^T(X - \xi_i)}{\eta_i^2}\right].$$

根据 RBF 的性质可知, $\|\tilde{G}\|$, $\|G'_\xi\|$, $\|G'_\eta\|$, 有界. 不妨设其界为 c_1, c_2, c_3 , 则可知

$$\begin{aligned} \|O(X, \tilde{\xi}, \tilde{\eta})\| &= \\ \|\tilde{G} - G'_\xi\tilde{\xi} - G'_\eta\tilde{\eta}\| &\leq c_1 + c_2\|\tilde{\xi}\| + c_3\|\tilde{\eta}\|. \end{aligned} \quad (25)$$

将式(24)代入式(23)可得

$$\Delta(X) - u_{nn} = \tilde{W}^T(\hat{G} - G'_\xi\hat{\xi} - G'_\eta\hat{\eta}) +$$

$$\hat{W}^T(G'_\xi\tilde{\xi} + G'_\eta\tilde{\eta}) + d_f. \quad (26)$$

其中

$$d_f = \tilde{W}^T(G'_\xi\xi^* + G'_\eta\eta^*) + W^{*T}O(X, \tilde{\xi}, \tilde{\eta}) + \epsilon_f(X).$$

由式(25)可知

$$\begin{aligned} \|d_f\| &\leq \|\tilde{W}\|_F c_2\|\tilde{\xi}\| + \|\tilde{W}\|_F c_3\|\tilde{\eta}\| + \\ &\quad \bar{W}(c_1 + c_2\|\tilde{\xi}\| + c_3\|\tilde{\eta}\|) + \epsilon^*. \end{aligned} \quad (27)$$

上式表明 d_f 有界. 将式(26)代入式(19)可得

$$\begin{aligned} \dot{\hat{e}}(t) &= \sum_{i=1}^q \mu_i(z(t))(\bar{A}_i + \bar{B}K_i)\hat{e}(t) + \bar{B}[\tilde{W}^T(\hat{G} - \\ &\quad G'_\xi\hat{\xi} - G'_\eta\hat{\eta}) + \hat{W}^T(G'_\xi\tilde{\xi} + G'_\eta\tilde{\eta}) + d_f]. \end{aligned} \quad (28)$$

定理 3 考虑系统(1), 模糊 H_∞ 跟踪控制律(7), RBF 神经网络自适应控制律(20), 当 $X \in A_d$ 时, 则组合控制律(16)可以使具有未知不确定性的非线性系统(1)闭环一致最终有界稳定(UUBS), 并且满足给定的 H_∞ 跟踪性能指标(6). 其中模糊 H_∞ 跟踪控制律(7)按定理 1 中给出的方法设计, RBF 神经网络的权重、中心和宽度按照以下自适应规律进行调整:

$$\dot{\hat{W}} = L_1(\hat{G} - G'_\xi\hat{\xi} - G'_\eta\hat{\eta})\bar{e}^T P\bar{B} - \lambda_w \|\bar{e}^T P\bar{B}\| L_1 \hat{W}, \quad (29)$$

$$\dot{\hat{\xi}} = L_2(\bar{e}^T P\bar{B}\hat{W}^T G'_\xi)^T - \lambda_\xi \|\bar{e}^T P\bar{B}\| L_2 \hat{\xi}, \quad (30)$$

$$\dot{\hat{\eta}} = L_3(\bar{e}^T P\bar{B}\hat{W}^T G'_\eta)^T - \lambda_\eta \|\bar{e}^T P\bar{B}\| L_3 \hat{\eta}. \quad (31)$$

其中 L_1, L_2, L_3 是维数适当的正定矩阵, $\lambda_w, \lambda_\xi, \lambda_\eta > 0$ 为调节因子. $\bar{e}$ 为增广系统(18)状态与模糊增广系统(8)状态响应的误差向量. P 为对称正定矩阵, 由定理 1 中式(10)求取. 当 $\|\bar{e}(t)\| > \Omega_1$ 或 $\|\tilde{Z}\|_F > \Omega_2$ 时, $\bar{e}(t)$, $\tilde{W}$, $\tilde{\xi}$, $\tilde{\eta}$ 一致最终有界(UUB), Ω_1, Ω_2 为误差界.

证 考虑误差动态方程式(28), 选择 Lyapunov 函数如下

$$V = \bar{e}^T(t)P\bar{e}(t) + \text{tr}(\tilde{W}^T L_1^{-1} \tilde{W}) + \tilde{\xi}^T L_2^{-1} \tilde{\xi} + \tilde{\eta}^T L_3^{-1} \tilde{\eta}. \quad (32)$$

对上式求导得

$$\begin{aligned} \dot{V} &= \dot{\bar{e}}^T(t)P\bar{e}(t) + \bar{e}^T(t)P\dot{\bar{e}}(t) + 2\text{tr}(\tilde{W}^T L_1^{-1} \dot{\tilde{W}}) + \\ &\quad 2\tilde{\xi}^T L_2^{-1} \dot{\tilde{\xi}} + 2\tilde{\eta}^T L_3^{-1} \dot{\tilde{\eta}}. \end{aligned} \quad (33)$$

注意到 $\dot{\tilde{W}} = -\dot{\hat{W}}$, $\dot{\tilde{\xi}} = -\dot{\hat{\xi}}$, $\dot{\tilde{\eta}} = -\dot{\hat{\eta}}$, 由定理 2 的证明过程可知

$$(\bar{A}_i + \bar{B}K_i)^T P + P(\bar{A}_i + \bar{B}K_i) < 0.$$

取 $\lambda = -\lambda_{\min}[(\bar{A}_i + \bar{B}K_i)^T P + P(\bar{A}_i + \bar{B}K_i)]$, ($\lambda_{\min}(\cdot)$ 为矩阵最小的特征值), 结合式(29)~(31)

可得

$$\dot{V} < -\lambda \bar{e}(t)^T \bar{e}(t) + 2\bar{e}(t)^T \bar{P} \bar{B} d_f + 2\lambda_w \|\bar{e}^T \bar{P} \bar{B}\| \text{tr}(\bar{W}^T \bar{W}) + 2\lambda_\xi \|\bar{e}^T \bar{P} \bar{B}\| \bar{\xi}^T \bar{\xi} + 2\lambda_\eta \|\bar{e}^T \bar{P} \bar{B}\| \bar{\eta}^T \bar{\eta}.$$

注意到

$$\text{tr}(\bar{W}^T \bar{W}) = \langle \bar{W}, \bar{W}^* \rangle_F - \|\bar{W}\|_F^2 < \|\bar{W}\|_F \|\bar{W} - \bar{W}^*\|_F - \|\bar{W}\|_F^2,$$

$$\bar{\xi}^T \bar{\xi} < \|\bar{\xi}\| \|\bar{\xi} - \bar{\xi}^*\| + \|\bar{\xi}\|^2, \quad \bar{\eta}^T \bar{\eta} < \|\bar{\eta}\| \|\bar{\eta} - \bar{\eta}^*\| + \|\bar{\eta}\|^2,$$

并且由式(27)可知

$$\dot{V} < -\lambda \bar{e}(t)^T \bar{e}(t) + 2\|\bar{e}^T \bar{P} \bar{B}\| \{ (C_0 + C_1 \|\bar{W}\|_F + C_2 \|\bar{\xi}\| + C_3 \|\bar{\eta}\|) - \lambda_w \|\bar{W}\|_F^2 - \lambda_\xi \|\bar{\xi}\|^2 - \lambda_\eta \|\bar{\eta}\|^2 \}.$$

其中

$$C_0 = \bar{W}c_1 + \varepsilon^*, \quad C_1 = c_2 \bar{\xi} + c_3 \bar{\eta} + \lambda_w \bar{W},$$

$$C_2 = \bar{W}c_2 + \lambda_\xi \bar{\xi}, \quad C_3 = \bar{W}c_3 + \lambda_\eta \bar{\eta},$$

为有界常数. 记

$$\lambda_m = \min\{\lambda_w, \lambda_\xi, \lambda_\eta\}, \quad \bar{Z} = \text{diag}(\bar{W}, \bar{\xi}, \bar{\eta}),$$

$$Y = \{C_1, C_2, C_3\}^T, \quad \lambda_M = \|Y\|.$$

并且注意到 $C_1 \|\bar{W}\|_F + C_2 \|\bar{\xi}\| + C_3 \|\bar{\eta}\| \leq \lambda_M \|\bar{Z}\|_F$, 故上式可进一步转化为

$$\dot{V} < -\lambda \bar{e}(t)^T \bar{e}(t) - 2\|\bar{e}^T \bar{P} \bar{B}\| \lambda_m (\|\bar{Z}\|_F - \frac{\lambda_M}{2\lambda_m})^2 + 2\|\bar{e}^T \bar{P} \bar{B}\| (C_0 + \frac{\lambda_M^2}{4\lambda_m}). \quad (34)$$

令

$$\Omega_1 = \sqrt{2\|\bar{e}^T \bar{P} \bar{B}\| (C_0 + \frac{\lambda_M^2}{4\lambda_m}) / \lambda},$$

$$\Omega_2 = \frac{\lambda_M}{2\lambda_m} + \sqrt{(C_0 + \frac{\lambda_M^2}{4\lambda_m}) / \lambda_m}$$

为误差空间的界, 由式(34)知, 若 $\|\bar{e}(t)\| > \Omega_1$ 或 $\|\bar{Z}\|_F > \Omega_2$, 则 $\dot{V} < 0$, 故 $\bar{e}(t), \bar{W}, \bar{\xi}, \bar{\eta}$ 一致最终有界, 非线性系统(1)在控制律(16)作用下闭环一致最终有界稳定, 满足给定的 H_∞ 跟踪性能指标.

证毕.

5 仿真研究(Simulation research)

考虑如下非线性混沌系统:

$$\begin{cases} \dot{x}_1(t) = 2.5x_2(t), \\ \dot{x}_2(t) = -(\frac{1}{2.5}x_1(t))^3 - \frac{1}{2.5}x_1(t) - 0.1x_2(t) + 15\cos 1.29t + u(t) + d(t), \\ y = x_1(t). \end{cases} \quad (35)$$

对系统设计 H_∞ 跟踪控制律, 给定跟踪信号 $y_r(t)$ 为单位阶跃信号, 其中 $d(t)$ 是零均值, 方差为 0.1 的

白噪声.

不妨令 $\tilde{f} = 15\cos 1.29t$, 系统在没有输入时混沌特性曲线见图 1 和 2, $x(0) = [2 \quad -2]^T$.

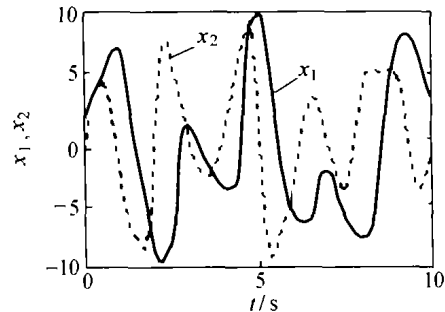


图 1 系统在没有输入时的混沌特性曲线

Fig. 1 Chaotic behavior of the system with no control force

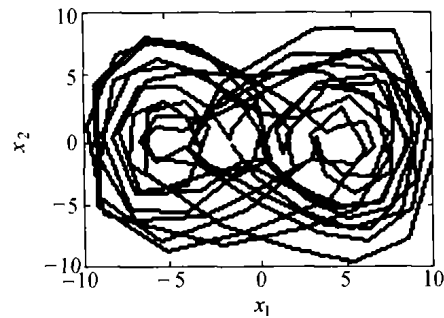


图 2 在无输入时的混沌系统的相平面曲线

Fig. 2 Phase-plane trajectory of the chaotic system

对 $x_1(t)$ 取极大值 M_1 和极小值 M_2 两个模糊集合, 对应的隶属函数为 $\mu_1(x_1(t)) = (x_1(t) - M_2)/(M_1 - M_2)$, $\mu_2(x_1(t)) = (M_1 - x_1(t))/(M_1 - M_2)$. 按照文中方法, 对系统(35)进行初步模糊建模, 从系统(35)相平面曲线图 2 上可知, 不妨取 $M_1 = 10, M_2 = -8$. 故模糊模型的参数为

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 2.5 \\ -4.496 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 2.5 \\ -6.8 & -0.1 \end{bmatrix},$$

$$B = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}, \quad C = [1 \quad 0].$$

给定 $\gamma = 1, Q_1 = 0.1, Q_2 = \text{diag}\{0.1, 0.01\}$. 按照定理 1 中给出的方法设计模糊跟踪控制律(7), 其中

$$K_1 = [-4.5699 \quad -3.0860 \quad -2.7582],$$

$$K_2 = [-3.9754 \quad -4.4917 \quad -2.6130].$$

进一步引入自适应 RBF 神经网络控制, 取 RBF 神经网络的输入为 $X = [x_1, x_2, u]$, 输出为 u_{nn} , 按照定理 3 给出的算法对 RBF 神经网络的权重, 函数中心和宽度进行在线更新. 则系统响应曲线如图 3 所示.

由响应曲线可以看出,文中所提出的方法可以稳定不确定的混沌非线性系统,并使其具有期望的跟踪性能。

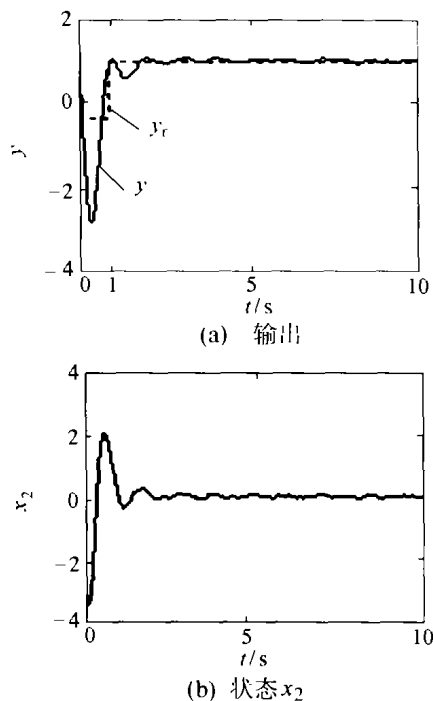


图3 系统在模糊控制和自适应RBF神经网络作用下响应曲线

Fig. 3 Response of the system controlled by the fuzzy controller and adaptive NN

6 结论(Conclusion)

针对一类具有未知不确定项的非线性多变量系统,提出了一种将RBF自适应神经网络与基于模糊模型的 H_∞ 跟踪控制律相结合的模糊跟踪控制方法.所提出的跟踪控制方法,直接从原始被控系统出发,考虑了系统的不确定性和模糊建模误差的影响,

不需要对系统的不确定性和模糊建模误差做任何假设,具有较好的跟踪控制效果。

参考文献(References):

- [1] TANAKA K, WANG H O. Fuzzy regulators and fuzzy observers; relaxed stability conditions and LMI-based designs [J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 1998, 6(2): 250 - 268.
- [2] LEE H J, PARK J B, CHEN G. Robust fuzzy control of nonlinear system with parametric uncertainties [J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2001, 9(2): 369 - 379.
- [3] LI J, WANG H O, NIEMANN D, et al. Dynamic parallel distributed compensation for Takagi-Sugeno fuzzy systems; An LMI approach [J]. *Information Sciences*, 2000, 123(3-4): 201 - 221.
- [4] TSENG C S, CHEN B S, UANG H J. Fuzzy tracking control design for nonlinear dynamic system via T-S fuzzy model [J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 2001, 9(3): 381 - 392.
- [5] WANG H O, TANAKA K, GRIFFIN M F. An approach to fuzzy control of nonlinear systems; Stability and design issues [J]. *IEEE Trans on Fuzzy System*, 1996, 4(1): 14 - 23.
- [6] GU Y, WANG H O, TANAKA K. Fuzzy control of nonlinear time-delay systems; stability and design issues [C]//2001 American Control Conference. Arlington, VA: [s. n.], 2001: 4771 - 4777.
- [7] GE S S, WANG C. Direct adaptive NN control of a class nonlinear system [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2002, 13(1): 214 - 221.

作者简介:

刘亚 (1975—), 女, 博士, 毕业于南京航空航天大学自动化学院, 研究方向为非线性控制和智能控制, liuyan@263.net;

胡寿松 (1937—), 男, 1960年毕业于北京航空航天大学自控专业, 现为南京航空航天大学首席教授、博士生导师, 中国自动化学会理事, 近期研究方向为非线性控制、鲁棒控制及智能自修复控制。

(上接第769页)

- [2] MAGANA M E, ZAK S H. Robust state feedback stabilization of discrete-time uncertain dynamical systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1988, 33(9): 887 - 891.
- [3] CARAVANI P. Stabilization and disturbance attenuation of uncertain discrete-time linear systems [J]. *Int J of Systems Science*, 1998, 29(11): 1313 - 1323.
- [4] FANG C, CHANG F. Analysis of stability robustness for generalized state-space systems with structured perturbations [J]. *Systems & Control Letters*, 1993, 21(2): 109 - 114.
- [5] 马树萍, 程兆林. 线性奇异系统的 H_∞ 控制问题: 状态反馈情形 [J]. 控制理论与应用, 2001, 18(4): 513 - 518.
(MA Shuping, CHENG Zhaolin. State feedback H_∞ control design problem for linear singular systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(4): 513 - 518.)
- [6] LIN C, WANG J, YANG G, et al. Robust stabilization via state feedback for descriptor systems with uncertainties in the derivative matrix [J]. *Int J Control*, 2000, 73(5): 407 - 415.
- [7] FANG C, LEE L, CHANG F. Robust control analysis and design for discrete-time singular systems [J]. *Automatica*, 1994, 30(12): 1741 - 1750.
- [8] 徐胜元, 陈雪如, 杨成梧. 一类离散广义系统的 H_∞ 控制 [J]. 控制理论与应用, 2000, 17(5): 739 - 741.
(XU Shengyuan, CHEN Xueru, YANG Chengwu. H_∞ Control for a class of discrete singular systems [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(5): 739 - 741.)
- [9] XU S, YANG C, NIU Y, et al. Robust stabilization for uncertain discrete singular systems [J]. *Automatica*, 2001, 37(5): 769 - 774.
- [10] XIE L. Output feedback H_∞ control of systems with parameter uncertainty [J]. *Int J Control*, 1996, 63(4): 741 - 750.

作者简介:

马树萍 (1970—), 女, 山东大学数学院副教授, 从事多变量控制理论与应用的研究, E-mail: mashup@sdu.edu.cn;

程兆林 (1939—), 男, 山东大学数学院教授, 博士生导师, 研究方向为多变量控制。