

一类不确定离散系统的严格正实分析和设计

邵汉永, 冯纯伯

(东南大学 自动化研究所, 江苏 南京 210096)

摘要: 考虑了一类不确定离散多变量系统严格正实分析和控制问题, 其中不确定参数具有非负性. 分析了系统鲁棒稳定且严格正实的条件, 讨论了状态反馈、输出反馈使闭环系统鲁棒稳定且严格正实的问题. 将不确定系统的鲁棒严格正实分析和设计转化为确定系统的严格正实分析和控制, 得到了系统鲁棒稳定且严格正实的充分必要条件. 最后给出了鲁棒严格正实控制问题的可解条件及控制器的综合方法.

关键词: 线性多变量系统; 参数不确定性; 严格正实; 正实控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Strict positive real analysis and design for discrete-time systems with parametric uncertainty

SHAO Han-yong, FENG Chun-bo

(Institute of Automation, Southeast University, Nanjing Jiangsu 210096, China)

Abstract: The strict positive real analysis and design of discrete-time systems with positive real parametric uncertainty are considered. First, conditions are characterized for which the uncertain systems are robust stable and strict positive real. Then state feedback and output feedback controllers to achieve robust stability and strict positive realness are discussed respectively. It is shown that the strict positive real analysis and design of the uncertain systems can be reduced to those of related systems without uncertainty. Sufficient and necessary conditions are derived for the uncertain systems to be robust stable and strict positive real. Solvable conditions of the robust positive real control problem are also obtained. At last, methods of designing robust strict positive real controllers are given.

Key words: linear multivariable systems; parametric uncertainty; strict positive real; positive real control

1 引言(Introduction)

严格正实性在系统的分析和设计中起着重要作用, 在鲁棒稳定性分析、绝对稳定性研究、非线性控制及自适应控制等方面有着广泛的应用^[1,2]. 设计内稳且闭环传递函数是正实的控制器, 称为正实控制问题, 这类问题可通过解黎卡提方程或不等式解决^[3]. 由于不确定性的存在, 鲁棒正实性研究就有必要. 近几年不确定系统的鲁棒正实控制问题已成为一个研究热点^[4~6]. 文献[7]讨论了状态反馈正实控制问题, 而文献[8]则考虑了输出反馈正实控制器设计, 但这些讨论都是针对连续系统的. 离散系统在计算机控制、信号处理等方面应用广泛, 研究离散系统的正实控制有重要意义. 本文考虑了一类不确定离散系统, 其中不确定参数具有非负性. 先对这类系统进行了鲁棒正实性分析, 得出系统鲁棒严格正实的

充分必要条件. 然后讨论状态反馈、输出反馈鲁棒正实控制问题, 给出了鲁棒正实控制问题的可解条件和控制器的综合方法.

2 系统描述及基础知识(Description of systems and preliminaries)

考虑下面的不确定线性离散系统:

$$\Sigma_{\Delta}: \begin{cases} x(k+1) = A_{\Delta}x(k) + B_{\Delta}\omega(k), & x(0) = 0, \\ z(k) = C_{\Delta}x(k) + D_{\Delta}\omega(k). \end{cases} \quad (1)$$

其中 $x(k) \in \mathbb{R}^n$ 为状态, $\omega(k) \in \mathbb{R}^q$ 为外部输入, $z(k) \in \mathbb{R}^r$ 为输出, $A_{\Delta}, B_{\Delta}, C_{\Delta}, D_{\Delta}$ 为不确定性矩阵且满足以下假设:

$$\begin{bmatrix} A_{\Delta} & B_{\Delta} \\ C_{\Delta} & D_{\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} H \\ H_1 \end{bmatrix} \Delta(k) \begin{bmatrix} E & E_1 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

$\Delta(k)$ 由不确定矩阵 $F(k)$ 决定:

$$\begin{cases} \Delta(k) = F(k)[I + JF(k)]^{-1}, \\ F(k) + F^T(k) \geq 0, \forall k, J + J^T > 0. \end{cases} \quad (3)$$

式中 A, B, C, D 为标称参数矩阵, H, H_1, E, E_1 及 J 为已知矩阵.

注 1 文献[6~8]讨论的不确定性与式(2)和(3)描述的类似, 只是 $F^T(k)F(k) \leq I$. 这里, $F(k) + F^T(k) \geq 0$. 前者是从增益上对不确定矩阵 $F(k)$ 的约束, 后者则是从相位上对 $F(k)$ 的限制. 两者不能互相代替. 以下为叙述方便, 由式(2)和(3)描述的不确定性称为系统(1)的容许不确定性. 另外, 系统 Σ_Δ 可视为下面的闭环系统:

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B\omega(k) + Hu(k), \\ z(k) = Cx(k) + D\omega(k) + H_1u(k), \\ y(k) = Ex(k) + E_1\omega(k) + Ju(k), \\ u(k) = -F(k)y(k). \end{cases}$$

由此可见, Σ_Δ 在单变量情形就是不确定反馈增益闭环系统, 研究这类系统的鲁棒正实性是有实际意义的.

为了分析系统 Σ_Δ 的正实性, 给出以下定义及引理:

对系统

$$\Sigma_0: \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B\omega(k), x(0) = 0, \\ z(k) = Cx(k) + D\omega(k) \end{cases}$$

及其传递函数 $G(z) = D + C(zI - A)^{-1}B$, 有

定义 1^[9] 若 $G(z)$ 的所有极点均在闭单位圆内且 $G(z) + G^*(z) \geq 0, \forall |z| > 1$, 则称 $G(z)$ 为正实的; 若 $G(z)$ 是渐近稳定的且 $G(e^{j\theta}) + G^T(e^{-j\theta}) > 0, \forall \theta \in [0, 2\pi]$, 则称 $G(z)$ 为严格正实的; 若 $G(z)$ 为严格正实的且 $G(\infty) + G^T(\infty) > 0$, 则称 $G(z)$ 为扩展严格正实的.

关于扩展严格正实, 有下面的引理:

引理^[9] 对系统 Σ_0 , 下列命题等价:

a) A 稳定且系统 Σ_0 为扩展严格正实的;

b) 存在 $0 < P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 使

$$\begin{aligned} D^T + D - B^T P B &> 0, \\ A^T P A - P + (C - B^T P A)^T (D^T + D - \\ B^T P B)^{-1} (C - B^T P A) &< 0; \end{aligned}$$

c) 存在 $0 < P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 使

$$\begin{bmatrix} A^T P A - P & C^T - A^T P B \\ C - B^T P A & -(D^T + D - B^T P B) \end{bmatrix} < 0;$$

d) 存在 $0 < P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 使

$$\begin{bmatrix} -P & C C^T & A^T \\ C & -(D^T + D) & -B^T \\ A & -B & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0. \quad (4)$$

证 a) $\Leftrightarrow$ b) 参见文献[9], b), c), d) 三者间的等

价性可由 Schur 补得到.

定义 2 系统 Σ_Δ 称为鲁棒稳定且扩展严格正实的, 若存在 $0 < P \in \mathbb{R}^{n \times n}$, 使

$$\begin{bmatrix} -P & C_\Delta^T & A_\Delta^T \\ C_\Delta & -(D_\Delta^T + D_\Delta) & -B_\Delta^T \\ A_\Delta & -B_\Delta & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0 \quad (5)$$

对任意容许不确定性都成立.

这里, 鲁棒扩展严格正实的定义比通常的理解要强一些, 因为对所有容许不确定性要求同一正定矩阵 P 使式(5)成立, 但这样处理却便于分析系统 Σ_Δ 的正实性.

3 正实性分析(Positive realness analysis)

直接按定义 2 分析系统 Σ_Δ 的正实性, 就要考虑到所有容许不确定性, 这样比较困难. 为此, 引入下面的增广系统, 试将不确定系统 Σ_Δ 的鲁棒严格正实性分析转化为确定系统的情形.

Σ_ϵ :

$$\begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_\epsilon \bar{\omega}(k) = \\ Ax(k) + [B \quad -\epsilon H \quad 0] \bar{\omega}(k), x(0) = 0, \\ \bar{z}(k) = C_\epsilon x(k) + D_\epsilon \bar{\omega}(k) = \\ \begin{bmatrix} C \\ 0 \\ \epsilon^{-1} E \end{bmatrix} x(k) + \begin{bmatrix} D & -\epsilon H_1 & 0 \\ 0 & \mu I/2 & \mu I \\ \epsilon^{-1} E_1 & 0 & (R + \mu I)/2 \end{bmatrix} \bar{\omega}(k). \end{cases}$$

其中 $\epsilon > 0, \mu > 0; R = J + J^T$.

下面针对增广系统给出系统 Σ_Δ 鲁棒严格正实的条件.

定理 1 系统 Σ_Δ 鲁棒稳定且扩展严格正实的充分必要条件为存在 $\epsilon > 0, \mu > 0$ 使 Σ_ϵ 为渐近稳定且扩展严格正实的.

证 系统 Σ_Δ 鲁棒稳定且扩展严格正实的充分必要条件为存在 $P > 0$, 使

$$\begin{bmatrix} -P & C_\Delta^T & A_\Delta^T \\ C_\Delta & -(D_\Delta^T + D_\Delta) & -B_\Delta^T \\ A_\Delta & -B_\Delta & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0$$

对任意容许不确定性都成立. 记

$$Y = \begin{bmatrix} -P & C^T & A^T \\ C & -(D^T + D) & -B^T \\ A & -B & -P^{-1} \end{bmatrix}, \quad \tilde{H} = \begin{bmatrix} 0 \\ H_1 \\ H \end{bmatrix},$$

$$\tilde{E} = [E \quad -E_1 \quad 0],$$

则

$$Y - \tilde{H} \Delta(k) \tilde{E} - (\tilde{H} \Delta(k) \tilde{E})^T < 0. \quad (6)$$

由文献[10], $\Delta(k)$ 可等价地表示为

$$\Delta(k) = R^{-\frac{1}{2}}(I + Q)R^{-\frac{1}{2}}.$$

其中 $Q^T Q \leq I$ 且 $\det(I - R^{-\frac{1}{2}}(I + Q)R^{-\frac{1}{2}}D) \neq 0$.

故式(6)可重写为

$$Y - \tilde{H}R^{-1}\tilde{E} - (\tilde{H}R^{-1}\tilde{E})^T - \tilde{H}R^{-\frac{1}{2}}QR^{-\frac{1}{2}}\tilde{E} - (\tilde{H}R^{-\frac{1}{2}}QR^{-\frac{1}{2}}\tilde{E})^T < 0,$$

$\Leftrightarrow$ 存在 $\varepsilon > 0$ 使

$$Y - \tilde{H}R^{-1}\tilde{E} - (\tilde{H}R^{-1}\tilde{E})^T + \varepsilon^2\tilde{H}R^{-1}\tilde{H}^T + \varepsilon^{-2}\tilde{E}^TR^{-1}\tilde{E} < 0, \quad (7)$$

$\Leftrightarrow$ 存在 $\varepsilon > 0, \mu > 0$ 使

$$Y - \tilde{H}R^{-1}\tilde{E} - (\tilde{H}R^{-1}\tilde{E})^T + \varepsilon^2\tilde{H}(R^{-1} + \mu^{-1}I)\tilde{H}^T + \varepsilon^{-2}\tilde{E}^TR^{-1}\tilde{E} < 0,$$

$\Leftrightarrow$ 存在 $\varepsilon > 0, \mu > 0$ 使

$$Y + [\varepsilon\tilde{H} \quad \varepsilon^{-1}\tilde{E}^T] \begin{bmatrix} \mu I & \mu I \\ \mu I & R + \mu I \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon\tilde{H}^T \\ \varepsilon^{-1}\tilde{E} \end{bmatrix} < 0, \quad (8)$$

$\Leftrightarrow$ 存在 $\varepsilon > 0, \mu > 0$ 使

$$\begin{bmatrix} -P & C^T & A^T & 0 & \varepsilon^{-1}E^T \\ C & -(D+D^T) & -B^T & \varepsilon H_1 & -\varepsilon^{-1}E_1^T \\ A & -B & -P^{-1} & \varepsilon H & 0 \\ 0 & \varepsilon H_1^T & \varepsilon H^T & -\mu I & -\mu I \\ \varepsilon^{-1}E & -\varepsilon^{-1}E_1 & 0 & -\mu I & -R-\mu I \end{bmatrix} < 0,$$

$\Leftrightarrow$ 存在 $\varepsilon > 0, \mu > 0$ 使

$$\begin{bmatrix} -P & C^T & 0 & \varepsilon^{-1}E^T & A^T \\ C & -(D+D^T) & \varepsilon H_1 & -\varepsilon^{-1}E_1^T & -B^T \\ 0 & \varepsilon H_1^T & -\mu I & -\mu I & \varepsilon H^T \\ \varepsilon^{-1}E & -\varepsilon^{-1}E_1 & -\mu I & -R-\mu I & 0 \\ A & -B & \varepsilon H & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

根据式(4),这正是系统 Σ_ε 为渐近稳定且扩展严格正实的充分必要条件.

注2 式(7)即

$$Y + [\varepsilon\tilde{H} \quad \varepsilon^{-1}\tilde{E}^T] \begin{bmatrix} R^{-1} & -R^{-1} \\ -R^{-1} & R^{-1} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon\tilde{H}^T \\ \varepsilon^{-1}\tilde{E} \end{bmatrix} < 0.$$

其中

$$\begin{bmatrix} R^{-1} & -R^{-1} \\ -R^{-1} & R^{-1} \end{bmatrix}$$

不是正定的.为了使用 Schur 补,引入 $\mu > 0$ 将式(7)变换为式(8).

由定理1,不确定系统的鲁棒正实分析可转化为确定系统的正实分析,而后者可进一步转化为线性矩阵不等式用 Matlab 中的 LMI 工具箱求解^[11].

定理2 系统 Σ_ε 为渐近稳定且扩展严格正实的充分必要条件是存在矩阵 $0 < X \in \mathbb{R}^{n \times n}$ 及 $\bar{\varepsilon} > 0, \bar{\mu} > 0$ 使

$$\begin{bmatrix} -X & XC^T & 0 & XE^T & XA^T \\ CX & -(D^T+D) & \bar{\varepsilon}H_1 & -E_1^T & -B^T \\ 0 & \bar{\varepsilon}H_1^T & -\bar{\mu}I & -\bar{\mu}I & \bar{\varepsilon}H^T \\ EX & -E_1 & -\bar{\mu}I & -\bar{\varepsilon}R-\bar{\mu}I & 0 \\ AX & -B & \bar{\varepsilon}H & 0 & -X \end{bmatrix} < 0.$$

证 由引理中的式(4),系统 Σ_ε 为渐近稳定且扩展严格正实的充分必要条件是存在矩阵 $P > 0$ 及 $\varepsilon > 0, \mu > 0$ 使

$$\begin{bmatrix} -P & C^T & 0 & \varepsilon^{-1}E^T & A^T \\ C & -(D+D^T) & \varepsilon H_1 & -\varepsilon^{-1}E_1^T & -B^T \\ 0 & \varepsilon H_1^T & -\mu I & -\mu I & \varepsilon H^T \\ \varepsilon^{-1}E & -\varepsilon^{-1}E_1 & -\mu I & -R-\mu I & 0 \\ A & -B & \varepsilon H & 0 & -P^{-1} \end{bmatrix} < 0.$$

矩阵左右乘以 $\text{diag}\{P^{-1}, I, \varepsilon I, \varepsilon I, I\}$, 令 $\bar{\varepsilon} = \varepsilon^2, \varepsilon^2\mu = \bar{\mu}, P^{-1} = X$ 即知定理2正确.

4 正实设计(Positive real design)

考虑下面的系统:

$$\Sigma_{\Delta}: \begin{cases} x(k+1) = A_{\Delta}x(k) + B_{\Delta}\omega(k) + B_{1\Delta}u(k), \\ x(0) = 0, \\ z(k) = C_{\Delta}x(k) + D_{\Delta}\omega(k) + D_{12\Delta}u(k). \end{cases} \quad (9)$$

其中 $u(k) \in \mathbb{R}^m$ 为控制输入, $B_{1\Delta} = B_1 - H\Delta(k)E_2$, $D_{12\Delta} = D_{12} - H_1\Delta(k)E_2$, 而 E_2 为已知矩阵,其余矩阵与式(1)中的相同.

假设系统的状态可直接测量,要设计状态反馈 $u(k) = Kx(k)$ 使闭环系统鲁棒稳定且为扩展严格正实的.方法是先把不确定系统 Σ_{Δ} 的状态反馈鲁棒扩展严格正实设计转化为确定系统的状态反馈扩展严格正实控制问题,再对后者求解.为此,引入下面的增广系统:

$$\Sigma_{\varepsilon\bar{\varepsilon}}: \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_{\varepsilon}\bar{\omega}(k) + B_1u(k), \\ x(0) = 0, \\ \bar{z}(k) = C_{\varepsilon}x(k) + D_{\varepsilon}\bar{\omega}(k) + D_{12\varepsilon}u(k). \end{cases} \quad (10)$$

其中

$$D_{12\varepsilon}^T = [D_{12}^T \quad 0 \quad \varepsilon^{-1}E_2^T].$$

于是,有

定理3 状态反馈 $u(k) = Kx(k)$ 与系统 Σ_{Δ} 组成的闭环系统鲁棒稳定且扩展严格正实的充分必

要条件为存在 $\epsilon > 0, \mu > 0$ 使系统 $\Sigma_{\epsilon s}$ 与该状态反馈构成的闭环系统为渐近稳定且为扩展严格正实的.

证 将 $u(k) = Kx(k)$ 作用于系统 $\Sigma_{\Delta s}$, 有

$$x(k+1) = \tilde{A}_{\Delta}x(k) + B_{\Delta}\omega(k), x(0) = 0, \quad (11)$$

$$z(k) = \tilde{C}_{\Delta}x(k) + D_{\Delta}\omega(k). \quad (12)$$

其中

$$\tilde{A}_{\Delta} = \tilde{A} - H\Delta(k)\tilde{E}, \quad \tilde{C}_{\Delta} = \tilde{C} - H_1\Delta(k)\tilde{E}.$$

而

$$\tilde{A} = A + B_1K, \quad \tilde{C} = C + D_{12}K, \quad \tilde{E} = E + E_2K.$$

$$\begin{bmatrix} -X & XC^T + WD_{12}^T & 0 & XE^T + WE_2^T & XA^T + WB_1^T \\ CX + D_{12}W & -(D^T + D) & \bar{\epsilon}H_1 & -E_1^T & -B^T \\ 0 & \bar{\epsilon}H_1^T & -\bar{\mu}I & -\bar{\mu}I & \bar{\epsilon}H^T \\ EX + E_2W & -E_1 & -\bar{\mu}I & -\bar{\epsilon}R - \bar{\mu}I & 0 \\ AX + B_1W & -B & \bar{\epsilon}H & 0 & -X \end{bmatrix} < 0$$

成立. 进而, 若 $X^*, W^*, \bar{\epsilon}^*, \bar{\mu}^*$ 为上述矩阵不等式的一个可行解, 则 $u(k) = W^*(X^*)^{-1}x(k)$ 为一状态反馈扩展严格正实控制器.

证 对闭环系统(13)应用定理2, 令 $KX = W$ 即得.

在许多实际问题中, 系统的状态往往不能直接测量, 因此状态反馈难以应用, 下面考虑输出反馈控制.

考虑不确定离散系统

$$\Sigma_{\Delta f}: \begin{cases} x(k+1) = A_{\Delta}x(k) + B_{\Delta}\omega(k) + B_{1\Delta}u(k), \\ x(0) = 0, \\ z(k) = C_{\Delta}x(k) + D_{\Delta}\omega(k) + D_{12\Delta}u(k), \\ y(k) = C_{1\Delta}x(k) + D_{21\Delta}\omega(k) + D_{22\Delta}u(k). \end{cases} \quad (14)$$

其中

$$\begin{bmatrix} C_{1\Delta} & D_{21\Delta} & D_{22\Delta} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_1 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} - H_2\Delta(k)[E \quad E_1 \quad E_2].$$

而 H_2, C_1, D_{21}, D_{22} 为已知矩阵, 其余矩阵与系统(9)中的相同.

现要设计输出反馈控制器

$$\Sigma_f: \begin{cases} \xi(k+1) = F_0\xi(k) + G_0y(k), \\ u(k) = K_0\xi(k), \end{cases}$$

使闭环系统鲁棒稳定且为扩展严格正实的.

类似于状态反馈的情形, 引入增广系统

$$\Sigma_{ef}: \begin{cases} x(k+1) = Ax(k) + B_{\epsilon}\bar{\omega}(k) + B_1u(k), \\ x(0) = 0, \\ z(k) = C_{\epsilon}x(k) + D_{\epsilon}\bar{\omega}(k) + D_{12\epsilon}u(k), \\ y(k) = C_1x(k) + D_{21\epsilon}\bar{\omega}(k) + D_{22}u(k). \end{cases}$$

将 $u(k) = Kx(k)$ 作用于系统 $\Sigma_{\epsilon s}$, 有

$$\begin{cases} x(k+1) = \tilde{A}x(k) + B_{\epsilon}\bar{\omega}(k), \\ z(k) = \tilde{C}_{\epsilon}x(k) + D_{\epsilon}\bar{\omega}(k). \end{cases} \quad (13)$$

其中

$$C_{\epsilon}^T = [\tilde{C}^T \quad 0 \quad \epsilon^{-1}\tilde{E}^T].$$

重复定理1的证明过程可知定理3的结论正确.

类似于第3节, 系统 $\Sigma_{\epsilon s}$ 的状态反馈扩展严格正实设计可用 Matlab 中的 LMI 工具箱求解.

定理4 系统 $\Sigma_{\epsilon s}$ 存在状态反馈扩展严格正实控制器, 当且仅当存在矩阵 $X > 0, W$ 及 $\bar{\epsilon} > 0, \bar{\mu} > 0$ 使

其中 $D_{21\epsilon} = [D_{21} \quad -\epsilon H_2 \quad 0]$, 其余矩阵与系统(10)中的相同.

下面要说明, 不确定系统的输出反馈鲁棒扩展严格正实设计可转化为确定系统 Σ_{ef} 的输出反馈扩展严格正实控制.

首先, 由系统 $\Sigma_{\Delta f}$ 与 Σ_f 构成的闭环系统为

$$\Sigma_{\Delta c}: \begin{cases} \eta(k+1) = \bar{A}_{\Delta}\eta(k) + \bar{B}_{\Delta}\omega(k), \quad \eta(0) = 0, \\ z(k) = \bar{C}_{\Delta}\eta(k) + D_{\Delta}\omega(k). \end{cases}$$

其中

$$\begin{aligned} \eta(k) &= [x^T(k) \quad \xi^T(k)]^T, \\ \bar{C}_{\Delta} &= \bar{C} - H_1\Delta(k)\bar{E}, \end{aligned} \quad (15)$$

$$[\bar{A}_{\Delta} \quad \bar{B}_{\Delta}] = [\bar{A} \quad \bar{B}] - \bar{H}\Delta(k)[\bar{E} \quad E_1]. \quad (16)$$

而

$$\bar{A} = \begin{bmatrix} A & B_1K_0 \\ G_0C_1 & F_0 + G_0D_{22}K_0 \end{bmatrix}, \quad \bar{B} = \begin{bmatrix} B \\ G_0D_{21} \end{bmatrix},$$

$$\bar{H} = \begin{bmatrix} H \\ G_0H_2 \end{bmatrix}, \quad \bar{C} = [C \quad D_{12}K_0], \quad \bar{E} = [E \quad E_2K_0].$$

而系统 Σ_{ef} 与 Σ_f 构成的闭环系统为

$$\Sigma_{ec}: \begin{cases} \eta(k+1) = \bar{A}\eta(k) + \bar{B}_{\epsilon}\bar{\omega}(k), \quad x(0) = 0, \\ z(k) = \bar{C}_{\epsilon}\eta(k) + D_{\epsilon}\bar{\omega}(k). \end{cases}$$

其中

$$\bar{B}_{\epsilon} = [\bar{B} \quad -\epsilon\bar{H} \quad 0], \quad \bar{C}_{\epsilon}^T = [\bar{C}^T \quad 0 \quad \epsilon^{-1}\bar{E}^T]. \quad (17)$$

注意到式(15), (16)及(17), 对系统 $\Sigma_{\Delta c}, \Sigma_{ec}$ 应用定理1易知

定理5 输出反馈 Σ_f 与系统 $\Sigma_{\Delta f}$ 组成的闭环系统鲁棒稳定且扩展严格正实的充分必要条件为存在

$\epsilon > 0, \mu > 0$ 使系统 Σ_{ef} 与该输出反馈构成的闭环系统渐近稳定且扩展严格正实。

5 结论(Conclusion)

研究了一类不确定离散系统的鲁棒严格正实分析和控制问题,其中不确定参数具有非负性.通过构造增广系统,将这类不确定系统的鲁棒正实性分析和综合问题转化为确定系统的正实分析和设计,由此得到了系统鲁棒稳定且扩展严格正实的充分必要条件以及鲁棒扩展严格正实控制问题可解的充分必要条件,这些条件可用 Matlab 中的 LMI 工具箱验证。

参考文献(References):

- [1] VIDYASSAGAR M. *Nonlinear Systems Analysis* [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall, 1993.
- [2] HADAD W M, BERNSTEIN D S. Robust stabilization with positive real uncertainty: Beyond the small gain theorem [J]. *Systems and Control Letters*, 1991, 17(3): 191 - 208.
- [3] SUN Weiqian, KHARGONEKER P P, SHIM Dulsun. Solution to the positive real control problem for linear time-invariant systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(10): 2034 - 2046.
- [4] 邵汉永, 冯纯伯. 一类不确定多变量线性系统的鲁棒严格正实性分析及其输出反馈控制 [J]. 东南大学学报, 2003, 33(4): 492 - 494.
(SHAO Hanyong, FENG Chunbo. Robustly strict positive real analysis and output feedback control for a class of uncertain MIMO linear systems [J]. *J of Southeast University*, 2003, 33(4): 492 - 494.)
- [5] 邵汉永, 冯纯伯. 严格正实线性多变量系统的鲁棒性分析及其

输出反馈控制 [J]. 控制与决策, 2004, 19(3): 277 - 280.

(SHAO Hanyong, FENG Chunbo. Robustness analysis and feedback control for strictly positive real linear MIMO systems [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(3): 277 - 280.)

- [6] 关新平, 龙承念, 段广仁. 离散时滞系统的鲁棒无源控制 [J]. 自动化学报, 2002, 28(10): 146 - 149.
(GUAN Xinping, LONG Chengnian, DUAN Guangren. Robust passive control for discrete time-delay systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 2002, 28(10): 146 - 149.)
- [7] 曹永岩, 孙优贤. 鲁棒严格正实控制器设计 [J]. 控制理论与应用, 1999, 16(1): 109 - 112.
(CAO Yongyan, SUN Youxian. Synthesis of robust strictly positive real controllers [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(1): 109 - 112.)
- [8] XIE L, SOH Y C. Positive real control problem for uncertain time-invariant systems [J]. *Systems and Control Letters*, 1995, 24(4): 265 - 271.
- [9] MAHMOUD M, XIE L. Positive real analysis and synthesis of uncertain discrete-time systems [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems*, 2000, 47(3): 403 - 406.
- [10] SHIM D. Equivalence between positive real and norm-bounded uncertainty [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(8): 1190 - 1193.
- [11] GAHINET P, NERMIROVSKI A, LAUB A J, et al. *LMI Control Toolbox* [M]. Boston, MA: The Math Works, 1995.

作者简介:

邵汉永 (1964—), 男, 博士生, 研究方向为无源控制、鲁棒控制, E-mail: hanyongshao@163.com;

冯纯伯 (1928—), 男, 中国科学院院士, 研究方向为复杂系统控制、无源控制和切换控制。