

基于直流输电系统稳定性的反馈控制

李全国¹, 吴捷²

(1. 暨南大学 数学系, 广东 广州 510632; 2. 华南理工大学 电力学院, 广东 广州 510640)

摘要: 在直流输电系统中, 换流器速度的提高可以快速调整直流线路上的功率, 从而提高交流系统的稳定性, 增强输电能力. 本文用动力系统的方法研究了直流输电系统的稳定性. 在自治与非自治两种情况下对直流输电系统的数学模型作了理论上的分析, 设计出了相应的反馈控制, 该控制可以对直流换流器中的触发滞后角与触发超前角进行快速有效的调节, 进而让换流器中直流电流指数地趋于稳定.

关键词: 直流输电系统; 稳定性; 反馈控制

中图分类号: TM721, TM76 **文献标识码:** A

Feedback control based stability of high voltage direct current system

LI Quan-guo¹, WU Jie²

(1. Department of Mathematics, Jinan University, Guangzhou Guangdong 510632, China;

2. Electric Power College, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: In power system, the power of the direct power transmission line can be adjusted quickly by increasing the speed of the converter so that the stability of the system can be improved. The stability of high voltage direct current (HVDC) system is studied by the method of dynamic system in this paper. The mathematical model of the direct power transmission is analysed under the autonomous and non-autonomous cases. The feedback control is then designed, the trigger lag angle and trigger leading angle of the direct current converter can thus be adjusted effectively under the control, and the direct current of converter is thus exponentially stabilized.

Key words: high voltage direct current (HVDC); stability; feedback

1 引言 (Introduction)

目前对直流输电系统稳定性的控制主要有两种方法, 即: 比例-积分-微分 (PID) 控制方式和微分几何的控制方式. 由于直流输电系统中, 整流器和逆变器都具有复杂的非线性控制特性, 对于整流器来说, 触发滞后角 α 可能变化的范围为 $5^\circ \sim 90^\circ$ 之间, 逆变器的触发超前角 β 在 $20^\circ \sim 60^\circ$ 之间可调; 其次整流器和逆变器的直流电压是交流侧电压的函数, 而交流母线电压则与全系统的状态呈现复杂的非线性关系. 因此, 用 PID 控制方式就难以使直流输电系统的控制对改善交直流并联系统的稳定性方面, 发挥应有的积极作用. 而微分几何的控制方式从某种程度上可以改善 PID 方式的不足, 但其设计的控制过于复杂, 且从设计出的控制器中无法体现系统能快速被稳定.

为了克服以上方法的不足, 首先要从理论上对系统的模型进行分析, 找出影响系统稳定性的原因.

为了克服这种不稳定的因素, 一个自然的想法是在设计的反馈控制中要体现克服这种不稳定因素的部分. 控制器的设计还要保证系统的快速稳定性及抗干扰性. 直流输电系统实际上是一个非自治的系统. 从理论上分析非自治的系统快速稳定的条件, 这就是作者设计反馈控制的理论基础, 这也是本文的思想.

2 理论分析 (Theoretical analysis)

考虑系统

$$\dot{x} = Ax + f(x, y) + h(t, x), \quad (1)$$

$$\dot{y} = g(y) + Bu. \quad (2)$$

其中: $x = x(t) \in \mathbb{R}^n, y = y(t) \in \mathbb{R}^m, A$ 满足 $(\omega, \infty) \subset \rho(A)$, 其中常数 $\omega < 0$; 且 $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda - \omega}, \lambda \in (\omega, \infty)$. $f: \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^m \rightarrow \mathbb{R}^n, g, h$ 均为非线性连续映射, 干扰 h 满足 $h(t, x) = h(t)$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} h(t) = h_0$ 或满足 $h(t + T, x) = h(t, x), T > 0$ 为常数, u

为控制量.

$$\begin{aligned} \text{若令 } z &= [x^T, y^T]^T, r(z) = [[Ax + f(x, y)]^T, \\ &[g(y)]^T]^T, s(z) = \begin{bmatrix} 0_{n \times m} \\ I_m \end{bmatrix}, I_m \text{ 为 } m \text{ 阶单位矩阵,} \\ p &= [h(t, x)^T, 0]^T, \text{ 则系统(1), (2)可以改写为} \\ \dot{z} &= r(z) + s(z)u + p. \end{aligned} \quad (3)$$

其中: z 为状态变量, p 为干扰项, u 为控制量.

本文考虑系统(1), (2)在适当的反馈控制 $u = k(y)$ 下系统的稳定性, 为此不妨考虑系统

$$\dot{x} = Ax + f(t, x). \quad (4)$$

其中: $x = x(t) \in \mathbb{R}^n$, A 为 n 阶实矩阵, $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}^n$. 则有如下命题:

命题 a 如果矩阵 A 满足 $(\omega, \infty) \subset \rho(A)$, 其中常数 $\omega < 0$, 且 $\|(\lambda I - A)^{-1}\| \leq \frac{1}{\lambda - \omega}$, $\lambda \in (\omega, \infty)$. 且 $f(t, x) = f(t)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = f_0$, 则对系统(4)的任意解 $x(t)$ 均有 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = -A^{-1}f_0$.

证 由 Hille-Yosida 定理易知, A 生成 $\mathbb{R}^n$ 上的 C_0 半群 $T(t)$, $t \geq 0$, 且 $\|T(t)\| \leq Me^{\omega t}$, $\forall t \geq 0$. 易知 $0 \in \rho(A)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} \|T(t)x\| = 0$, $\forall x \in \mathbb{R}^n$. 而系统(4)的解可以写成如下形式:

$$x(t) = T(t)x_0 + \int_0^t T(t-s)f(s)ds.$$

令

$$\begin{aligned} v(t) &= \int_0^t T(t-s)f(s)ds = \int_0^t T(t-s)(f(s) - \\ &f_0)ds + \int_0^t T(t-s)f_0ds = v_1(t) + v_2(t), \end{aligned}$$

其中

$$v_1(t) = \int_0^t T(t-s)(f(s) - f_0)ds,$$

$$v_2(t) = \int_0^t T(t-s)f_0ds.$$

由于 A 是一个 C_0 半群的无穷小生成元, 对于 $\lambda \geq 0$, $x \in \mathbb{R}^n$, 令

$$R(\lambda)x = \int_0^\infty e^{-\lambda t}T(t)xdt, \quad (5)$$

因为 $t \rightarrow T(t)x$ 是连续和一致有界的, 作为一个反常 Riemann 积分, 上述积分是存在的且定义一个有界线性算子 $R(\lambda)$, 满足

$$\|R(\lambda)x\| \leq \int_0^\infty e^{-\lambda t}\|T(t)x\|dt \leq$$

$$M \int_0^\infty e^{-(\lambda-\omega)t}\|x\|dt \leq \frac{M}{\lambda-\omega}\|x\|,$$

而且对 $h > 0$, 有

$$\frac{T(h) - I}{h}R(\lambda)x =$$

$$\frac{1}{h} \int_0^\infty e^{-\lambda t}(T(t+h)x - T(t)x)dt =$$

$$\frac{e^{\lambda h} - 1}{h} \int_0^\infty e^{-\lambda t}T(t)xdt - \frac{e^{\lambda h}}{h} \int_0^h e^{-\lambda t}T(t)xdt.$$

上式对 $h \rightarrow 0$ 取极限得, $AR(\lambda)x = (\lambda R(\lambda) - I)x$, 由 x 的任意性得

$$(\lambda I - A)R(\lambda) = I.$$

同时由

$$R(\lambda)Ax =$$

$$\int_0^\infty e^{-\lambda t}T(t)Axdt = \int_0^\infty e^{-\lambda t}AT(t)xdt =$$

$$A \left(\int_0^\infty e^{-\lambda t}T(t)xdt \right) = AR(\lambda)x$$

易得 $R(\lambda)(\lambda I - A) = I$, 因此 $R(\lambda) = (\lambda I - A)^{-1} = R(\lambda; A)$. 于是有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} v_2(t) = \int_0^\infty T(t)f_0dt = R(0; A)f_0 = -A^{-1}f_0.$$

(6)

令 $\|F\|_\infty = \sup_{t \geq 0} \|f(t)\|$, $\forall \epsilon > 0$, 取 t_0 使得对于 $t > t_0$ 有 $\|f(t) - f_0\| < \frac{\omega\epsilon}{2}$, 且当 $t > 2t_0$ 时, $2\|F\|_\infty M(-\omega)^{-1}e^{\omega(t-t_0)} < \frac{\epsilon}{2}$. 于是对充分大的 t 有

$$\|v_1(t)\| \leq$$

$$\int_0^{t_0} \|T(t-s)\| \cdot \|f(s) - f_0\| ds +$$

$$\int_{t_0}^t \|T(t-s)\| \cdot \|f(s) - f_0\| ds \leq$$

$$2\|F\|_\infty M(-\omega)^{-1}e^{\omega(t-t_0)} + \frac{\epsilon}{2} \leq \epsilon.$$

命题得证.

若 $-A$ 是 n 阶实对称正定矩阵, 不妨设其特征值为 $0 < \lambda_1 \leq \dots \leq \lambda_n$, 其对应的单位化正交特征向量组为 $e_1, \dots, e_n$.

定义映射 $T(t): \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}^n$, $T(t)x = \sum_{i=1}^n e^{-\lambda_i t} \langle x, e_i \rangle e_i$, 则可以验证 A 是 $T(t)$ 的生成元, 即

$$\lim_{t \rightarrow 0^+} \frac{T(t)x - x}{t} = Ax.$$

易知 $\|T(t)\| \leq e^{-\lambda_1 t}$, $\forall t \geq 0$. 于是由命题 a 可得命题 b.

命题 b 若 $-A$ 是 n 阶实对称正定矩阵, 且 $f(t, x) = f(t)$, $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = f_0$, 则对系统(4)的任意

解 $x(t)$ 均有 $\lim_{t \rightarrow \infty} x(t) = -A^{-1}f_0$.

3 控制器设计(Control design)

先介绍直流输电系统的模型^[1].

当忽略直流线路对地分布电容 C_{dr} 时,整流器的直流电流 I_{dr} 就等于逆变器的直流电流 I_{di} , 即 $I_{dr} = I_{di} = I_d$. 在这种情况下,可以得到直流输电系统简化的状态方程式为

$$\dot{I}_d = \frac{1}{L_{d\Sigma}}(-R_{d\Sigma}I_d + \frac{3\sqrt{2}}{\pi}V_{ar}(t)\cos\alpha - \frac{3\sqrt{2}}{\pi}V_{ai}(t)\cos\beta) + f(t, I_d), \quad (7)$$

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \frac{1}{T_\alpha}(-\alpha + \alpha_0 + u_\alpha(t)), \\ \dot{\beta} = \frac{1}{T_\beta}(-\beta + \beta_0 + u_\beta(t)). \end{cases} \quad (8)$$

式中: $L_{d\Sigma} = L_{dr\Sigma} + L_{di\Sigma}$; $R_{d\Sigma} = 2R_d + \frac{3}{\pi}x_r + \frac{3}{\pi}x_i$. $L_{dr\Sigma} = L_{dr} + L_d$, $L_{di\Sigma} = L_{di} + L_d$. x_r 为整流器的换流电抗, x_i 为逆变器的换流电抗. $u_\alpha(t)$ 表示 α 调节器的控制信号, $u_\beta(t)$ 表示 β 调节器的控制信号. α_0 为正常运行时触发滞后角的给定值. β_0 为正常运行时触发超前角的给定值. $f(t, I_d)$ 是系统受到的干扰, 在式(7)中, 直流换流器交换侧电压 $V_{ar}(t)$ 和 $V_{ai}(t)$ 应该是整个交直流系统中状态变量的复杂函数. 交流系统运行状态的变化是通过交流电压(幅值及其相角)的变化来影响直流系统运行行为的. 交流电压是时间 t 的函数.

下面先在 $f(t, I_d) = 0$ 情况下讨论系统的能稳性. 不妨设

$$\begin{cases} 0 < m_r = \inf_{t \geq 0} V_{ar}(t) \leq V_{ar}(t) \leq \sup_{t \geq 0} V_{ar}(t) = M_r < \infty, \\ \forall t \geq 0; \\ 0 < m_i = \inf_{t \geq 0} V_{ai}(t) \leq V_{ai}(t) \leq \sup_{t \geq 0} V_{ai}(t) = M_i < \infty, \\ \forall t \geq 0. \end{cases} \quad (9)$$

由 α, β 的取值范围知

$$\begin{aligned} \frac{3\sqrt{2}}{\pi L_{d\Sigma}}(-M_i \cos 60^\circ) &\leq \\ \frac{3\sqrt{2}}{\pi L_{d\Sigma}}(V_{ar}(t)\cos\alpha - V_{ai}(t)\cos\beta) &\leq \\ \frac{3\sqrt{2}}{\pi L_{d\Sigma}}(M_r - m_i \cos 20^\circ). \end{aligned} \quad (10)$$

设实际直流电流的设定值为 I_{ds} , 则由式(10)知

I_{ds} 应满足

$$\frac{3\sqrt{2}}{\pi L_{d\Sigma}}(-M_i \cos 60^\circ) \leq \frac{R_{d\Sigma}}{L_{d\Sigma}}I_{ds} \leq \frac{3\sqrt{2}}{\pi L_{d\Sigma}}(M_r - m_i \cos 20^\circ).$$

同时要求可选取 b, c 满足 $b - c = \frac{\pi R_{d\Sigma} I_{ds}}{3\sqrt{2}}, m_i \cos 20^\circ +$

$$\frac{\pi R_{d\Sigma} I_{ds}}{3\sqrt{2}} \leq m_i \cos 5^\circ,$$

$$0 < b \leq m_r \cos 5^\circ, m_i \cos 60^\circ \leq c \leq m_i \cos 20^\circ, \quad (11)$$

例如: $b = \frac{1}{2}m_i + \frac{\pi R_{d\Sigma} I_{ds}}{3\sqrt{2}}, c = \frac{1}{2}m_i$. 这样的 b, c 可以根据实际情况进行适当选取. 于是可令

$$\begin{cases} u_\alpha(t) = T_\alpha \frac{d}{dt} \arccos \frac{b}{V_{ar}(t)} + \arccos \frac{b}{V_{ar}(t)} - \alpha_0, \\ u_\beta(t) = T_\beta \frac{d}{dt} \arccos \frac{c}{V_{ai}(t)} + \arccos \frac{c}{V_{ai}(t)} - \beta_0. \end{cases} \quad (12)$$

式(12)就是本文基于直流输电系统稳定性设计的反馈控制.

由一般的微分方程的理论知如下方程组满足解的存在唯一性,

$$\begin{cases} \dot{\alpha} = \frac{1}{T_\alpha}(-\alpha + \alpha_0 + u_\alpha(t)), \\ \dot{\beta} = \frac{1}{T_\beta}(-\beta + \beta_0 + u_\beta(t)). \end{cases} \quad (13)$$

其中 $u_\alpha(t), u_\beta(t)$ 满足式(12). 这说明控制律(12)是有效的.

这里假设式(12)中的 $V_{ar}(t) = V_{ar}(t, \alpha, \beta)$, $V_{ai}(t) = V_{ai}(t, \alpha, \beta)$ 满足

$$\|u_x(t, \alpha_1, \beta_1) - u_x(t, \alpha_2, \beta_2)\| \leq h(\|\alpha_1 - \alpha_2\| + \|\beta_1 - \beta_2\|), x = \alpha, \beta. \quad (14)$$

其中常数 h 满足 $0 < h < \frac{T_1}{2T_2}, T_1 = \min\{\frac{1}{T_\alpha}, \frac{1}{T_\beta}\},$

$$T_2 = \max\{\frac{1}{T_\alpha}, \frac{1}{T_\beta}\}.$$

在控制律(12)下, 易验证

$$\alpha' = \arccos \frac{b}{V_{ar}(t)}, \beta' = \arccos \frac{c}{V_{ai}(t)} \quad (15)$$

是方程组(13)的解.

下面证明解(15)对方程组(13)的所有其他解具有指数吸引性.

$$\text{令 } y = [\alpha, \beta]^T, \quad A = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_\alpha} & 0 \\ 0 & \frac{1}{T_\beta} \end{bmatrix},$$

$$u = \begin{bmatrix} \frac{1}{T_\alpha} [\alpha_0 + u_\alpha(t)] \\ \frac{1}{T_\beta} [\beta_0 + u_\beta(t)] \end{bmatrix}, \text{ 则方程组(13)可以写为}$$

$$\dot{y} = -Ay + u. \quad (16)$$

设 y_1, y_2 分别是方程组(16)的解,同时令 $y = y_1 - y_2$, 式(16)的两边与 y 作内积,同时结合式(14)得

$$\frac{d}{dt} \|y\|^2 + T \|y\|^2 < 0. \quad (17)$$

由 Gronwall 不等式知

$$\|y_1 - y_2\|^2 < \|y_1(0) - y_2(0)\|^2 e^{-Tt}, \quad (18)$$

其中 $T = T_1 - 2hT_2$.

从式(18)知:解(15)对方程组(13)的所有其他解具有指数吸引性.

命题 c 若干扰 $f(t, I_d) = 0$, 在控制律(12)下, 对式(7)的任意解 $I_d(t)$ 均有 $\lim_{t \rightarrow \infty} I_d(t) = I_{ds}$.

证 从前面的讨论知在控制律(12)下, 设 $y = [\alpha, \beta]^T$ 是式(13)的任意解, 则

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{L_{d\Sigma}} \left(\frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{ar}(t) \cos \alpha - \frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{ai}(t) \cos \beta \right) =$$

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \frac{1}{L_{d\Sigma}} \left(\frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{ar}(\alpha', \beta', t) \cos \alpha' -$$

$$\frac{3\sqrt{2}}{\pi} V_{ai}(\alpha', \beta', t) \cos \beta' \right) = \frac{R_{d\Sigma}}{L_{d\Sigma}} I_{ds}.$$

由命题 a 及其证明过程知: $\lim_{t \rightarrow \infty} I_d(t) = I_{ds}$.

命题 c 得证.

下面来考虑 $f(t, I_d) \neq 0$ 的情况.

由命题 b 易得命题 d.

命题 d 设 $f(t, I_d) = f(t)$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = 0$, 在控制律(12)下, 对式(7)的任意解 $I_d(t)$ 均有 $\lim_{t \rightarrow \infty} I_d(t) = I_{ds}$.

若 $f(t, I_d) = f(t)$ 且 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t) = f_0$, 则对式(7)的任意解 $I_d(t)$ 均有 $\lim_{t \rightarrow \infty} I_d(t) = I_{ds} + f_0$.

从命题 c, 命题 d 知, 若系统(7)受到瞬时的较大或较小的干扰(在电器设备允许值范围内), 系统很快就可以回到稳定状态. 若干扰满足 $\lim_{t \rightarrow \infty} f(t, I_d) = f_0$, 虽然系统趋于稳定, 但稳定值与期望值之间存在偏差 f_0 .

命题 e 若干扰满足 $f(t + T, I_d) = f(t, I_d)$,

$|f(t, x) - f(t, y)| \leq \eta |x - y|$, 其中 T, μ 均为正常数, 且 $\eta < \omega$. 在控制律(12)下, 式(7)的任意解 $I_d(t)$ 都指数稳定到一个周期状态

$$I_0(t), (I_0(t + T) = I_0(t)).$$

证 在控制律(12)下, 由于式(18)及命题 a, 只考虑在式(15)下式(7)的解, 该解满足

$$I_d(t) = e^{-\omega t} I_d(0) + \frac{R_{d\Sigma}}{L_{d\Sigma}} I_{ds} \int_0^t e^{-\omega(t-\tau)} d\tau + \int_0^t e^{-\omega(t-s)} f(s, I_d(s)) ds. \quad (19)$$

定义映射 $S(t)$ 为 $S(t)I_d(0) = I_d(t)$. 则由文献[2]中的方法易得 $S(nT) = S(T)^n$, n 为任意自然数. 设 $I_d^1(t), I_d^2(t)$ 分别为式(7)的解. 令 $I(t) = I_d^1(t) - I_d^2(t)$, 由式(19)知

$$|I(t)| \leq e^{-\omega t} |I_d^1(0) - I_d^2(0)| + \eta \int_0^t e^{-\omega(t-s)} |I(s)| ds. \quad (20)$$

由 Gronwall 不等式得

$$|I(t)| \leq e^{-(\omega-\mu)t} |I_d^1(0) - I_d^2(0)|, \quad (21)$$

从而知 $S(T)$ 为压缩映射. 于是存在唯一的数 I^0 使得 $S(T)I^0 = I^0$, 即式(7)的以 I^0 为初值的解是周期为 T 的解 $I_0(t)$.

由式(15)知式(7)的任意解 $I_d(t)$ 都指数稳定到一个周期解 $I_0(t)$.

命题 e 得证.

命题 e 说明在控制律(12)下, 当干扰为周期干扰时, 系统会呈现同周期的周期状态.

参考文献(References):

- [1] LU Qiang, SUN Yuanzhang. *Nonlinear Control in Power System* [M]. Beijing: Science Press, 1993.
- [2] ZHAO Yi, LI Quanguo. The reduction conditions of the global attractor for a class of nonlinear second order systems and the stabilizability [J]. *J of Systems Science & Mathematics*, 1999, 42(5): 809 - 814.

作者简介:

李全国 (1967—), 男, 主要从事动力系统与控制系统的研究, 现在华南理工大学做电力系统博士后研究工作, E-mail: lqgb@tom.com;

吴捷 (1937—), 男, 华南理工大学教授, 博士生导师, 1961年毕业于哈尔滨工业大学, 主要研究方向为电力系统自动化、非线性控制、自适应控制和电力系统自动化.