

文章编号: 1000 - 8152(2005)02 - 0288 - 03

## 零相差自适应跟踪控制系统设计

王 茂, 游文虎, 黄丽莲

(哈尔滨工业大学 惯导中心, 黑龙江 哈尔滨 150001)

**摘要:** 提出了一种零相差自适应跟踪控制的设计方法. 首先运用传递函数为 1 的参考模型, 针对状态变量方程, 引入状态变量过滤器, 然后设计出了直接运用广义输出误差的自适应律. 所构成的自适应结构简单, 并且能获得相对良好的伺服性能. 最后经仿真验证, 该方法对改善具有未知恒定或缓慢时变参数系统的动态性能有很明显的作用.

**关键词:** 零相差; 自适应跟踪控制; 时变参数

**中图分类号:** TP27      **文献标识码:** A

### Adaptive tracking control based on zero phase error

WANG Mao, YOU Wen-hu, HUANG Li-lian

(Inertial Navigation Test Equipment Research Center, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

**Abstract:** An adaptive tracking control based on zero phase error is presented. First, state-variable filters based on the state equations for reference model with transfer function being 1 are introduced. Then, an adaptive law with generalized output error is designed. The structure of the controller is relatively simple and it has better servo performance. Finally, the simulation results show that the method can improve the performance of the dynamic system with unknown parameters or time-varying parameters.

**Key words:** zero phase error; adaptive tracking control; time-varying parameter

#### 1 引言(Introduction)

过去模型参考自适应控制设计中多采用与对象等阶的模型, 其自适应系统结构相对复杂, 不易在工程应用中实现. 文献[1]给出一种以低阶模型来设计模型参考自适应系统的方法, 能够获得一个简单的系统结构, 但这种方法的模型最低只能降到一阶, 设计方法仍显复杂. 众所周知, 在模型参考自适应系统设计中, 参考模型的选取对整个系统的性能有很大影响. 在控制系统中, 最理想的系统传递函数为 1, 文献[2]定义这种系统为零相移系统; 如果以这类系统为参考模型来设计自适应控制系统, 将能获得最理想的动态性能. 本文基于这一思想, 提出了一个零相差自适应跟踪控制系统设计方法, 它较文献[1]的方法更为简单, 有利于进一步改善自适应控制系统的性能.

#### 2 零相差自适应跟踪控制系统设计方法 (Design of adaptive tracking control based on zero phase error)

设被控对象为 SISO 系统

$$D_p(p)y_p(t) = N_p(p)u(t). \quad (1)$$

其中

$$\begin{cases} D_p(p) = p^n + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i p^i, \\ N_p(p) = \sum_{i=0}^m \beta_i p^i, \quad m \leq n - 1. \end{cases} \quad (2)$$

其中:  $p = \frac{d}{dt}$  表示微分算子,  $y_p(t)$  是被控对象的输出,  $u(t)$  是控制输入.  $N_p(p)$  是 Hurwitz 多项式, 保证对象是最小相位系统.  $\alpha_i, \beta_i$  均为未知常数或者慢时变参数.

零相差模型为

$$y_m(t) = R(t). \quad (3)$$

其中:  $y_m(t)$  是参考模型的输出,  $R(t)$  为系统的参考输入, 是分段连续的.

引入状态过滤器为

$$C(p) = \left( \sum_{i=0}^n c_i p^i \right). \quad (4)$$

$c_i (i = 0, \dots, n - 1)$  为任意正常数,  $c_n = 1$ , 且  $C(p)$

为一 Hurwitz 多项式,以使状态变量过滤器是渐近稳定的。

式(1),(3)两边同乘以  $1/C(p)$  得

$$\frac{D_p(p)}{C(p)} y_p(t) = \frac{N_p(p)}{C(p)} u(t), \quad (1)'$$

$$\frac{y_m(t)}{C(p)} = \frac{R(t)}{C(p)}. \quad (3)'$$

令  $y_p(t), u(t)$  和  $y_m(t)$  的过滤值如下:

$$y_{pf}(t) = \frac{y_p(t)}{C(p)},$$

$$u_f(t) = \frac{u(t)}{C(p)},$$

$$y_{mf}(t) = \frac{y_m(t)}{C(p)},$$

并由式(1)',(3)'<sub>得</sub>

$$y_{mf}(t) - D_p(p) y_{pf}(t) = \frac{R(t)}{C(p)} - N_p(p) u_f(t). \quad (5)$$

进一步得

$$y_{mf}(t) - y_{pf}(t) = (p^n + \sum_{i=0}^{n-1} \alpha_i p^i) y_{pf}(t) - y_{pf}(t) + \frac{R(t)}{C(p)} - N_p(p) u_f(t). \quad (6)$$

令  $\epsilon_f = y_{mf}(t) - y_{pf}(t)$  为广义误差,代入式(6)则得

$$\epsilon_f = \sum_{i=0}^n \alpha_i p^i y_{pf}(t) + \frac{R(t)}{C(p)} - N_p(p) u_f(t). \quad (7)$$

其中:  $\alpha'_0 = \alpha_0 - 1, \alpha'_n = 1, \alpha'_i = \alpha_i, i = 1 \sim n - 1$ .

令

$$\frac{R(t)}{C(p)} = u + u_1. \quad (8)$$

其中  $u_1$  为自适应信号。

将式(8)代入式(7),则得等价反馈系统为

$$\begin{cases} \epsilon_f = \sum_{i=0}^n \alpha_i p^i y_{pf}(t) + u + u_1 - N_p(p) u_f(t) = -w, \\ v = \epsilon_f. \end{cases} \quad (9)$$

可见,由于前向环节传递函数为 1,其严格正实自动满足,则只要设计自适应输入使

$$\int_0^t w \epsilon_f d\tau \geq -\gamma_0^2, \quad (10)$$

即反馈通道满足 Popov 不等式,可以得到渐近稳定的自适应系统。

令

$$u_1 = K(p) y_{pf} + G(p) u_f(t) + f_0(v, t) u. \quad (11)$$

其中

$$K(p) = \sum_{i=0}^n k_i(v, t) p^i, \quad (12)$$

$$G(p) = \sum_{i=0}^m g_i(v, t) p^i. \quad (13)$$

将以上二式代入式(9)可得

$$\begin{aligned} \epsilon_f = & \left( \sum_{i=0}^n \alpha_i p^i + K(p) \right) y_{pf} + (G(p) - N_p(p)) u_f + (1 + f_0(v, t)) u = \\ & \left( \sum_{i=0}^n \alpha_i p^i + \sum_{i=0}^n k_i(v, t) p^i \right) y_{pf} + \\ & \left( \sum_{i=0}^m g_i(v, t) p^i - \sum_{i=0}^m \beta_i p^i \right) u_f + \\ & (1 + f_0(v, t)) u, \end{aligned} \quad (14)$$

即得

$$w = - \left( \sum_{i=0}^n \alpha_i p^i + \sum_{i=0}^n k_i(v, t) p^i \right) y_{pf} - \left( \sum_{i=0}^m g_i(v, t) p^i - \sum_{i=0}^m \beta_i p^i \right) u_f - (1 + f_0(v, t)) u. \quad (15)$$

将式(15)代入式(10)的 Popov 不等式中并求解可得如下二类自适应律:

注 在求解该不等式过程中,假定对象参数  $\alpha_i (i = 0 \sim n), \beta_i (i = 0 \sim m)$  是未知恒定或缓慢时变的。

A) 积分自适应律。

$$\begin{cases} k_i(\epsilon_f, t) = - \int_0^t A_i p^i y_{pf} \epsilon_f d\tau + k_i(0), \\ \quad \text{常数 } A_i > 0, i = 0 \sim n, \\ g_i(\epsilon_f, t) = - \int_0^t B_i p^i u_f \epsilon_f d\tau + g_i(0), \\ \quad \text{常数 } B_i > 0, i = 0 \sim m, \\ f_0(\epsilon_f, t) = - \int_0^t C_0 u \epsilon_f d\tau + f_0(0), \\ \quad \text{常数 } C_0 > 0. \end{cases} \quad (16)$$

B) 比例 + 积分自适应律。

$$\begin{cases} k_i(\epsilon_f, t) = - \int_0^t A_{li} p^i y_{pf} \epsilon_f d\tau - A_{pi} p^i y_{pf} \epsilon_f + k_i(0), \\ \quad \text{常数 } A_{li}, A_{pi} > 0, i = 0 \sim n, \\ g_i(\epsilon_f, t) = - \int_0^t B_{li} p^i u_f \epsilon_f d\tau - B_{pi} p^i u_f \epsilon_f + g_i(0), \\ \quad \text{常数 } B_{li}, B_{pi} > 0, i = 0 \sim m, \\ f_0(\epsilon_f, t) = - \int_0^t C_{l0} u \epsilon_f d\tau - C_{p0} u \epsilon_f + f_0(0), \\ \quad \text{常数 } C_{l0}, C_{p0} > 0. \end{cases} \quad (17)$$

这样设计能够针对任何分段连续的输入  $R(t)$  有

$$\lim_{t \rightarrow \infty} \epsilon_f = \lim_{t \rightarrow \infty} (y_{mf} - y_{pf}) = 0.$$

由上式可以看出,由于引入了状态过滤器,自适应律中包含  $y$  过滤后的变量,这就解决了对象输出

y 的各阶导数一般不可能全部获得的问题.综合上述可得零相差自适应跟踪控制系统方框图如图 1 所示.

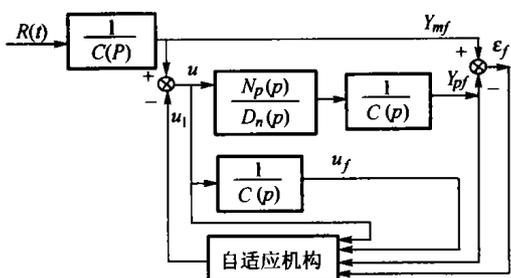


图 1 零相差自适应跟踪控制系统原理方框图  
Fig. 1 Diagram for adaptive tracking control system based on zero phase error

### 3 仿真研究 (Simulation studies)

为检验该自适应控制的跟踪性能,取单输入单输出被控对象,用 MATLAB 进行了数字仿真.选取 2 阶被控对象的模型为

$$(p^2 + \alpha_0 p + \alpha_1)y_p(t) = \beta_0 u(t).$$

其中,假设  $\alpha_0, \alpha_1, \beta_0$  的值是恒定未知或者缓慢时变的.参考输入信号运用幅值为  $\pm 1$  的周期性方波信号.

自适应律中各个系数的选择:

1) 状态观测器中系数的选择.

状态观测器  $C(p) = (\sum_{i=0}^n c_i p^i), c_n = 1; c_i (i=0, \dots, n-1)$  的值可以选择,要使  $C(p)$  为一 Hurwitz 多项式;

2) 积分自适应律中各系数及各初值的选择.

a) 初值为零时积分项系数的选择.

初值为零时,积分自适应律中各系数可选为大于零的正数.

b) 初值不为零时积分项系数的选择.

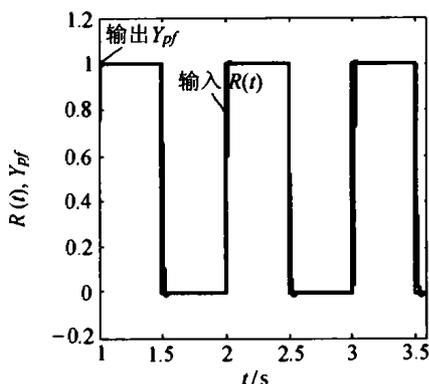
积分自适应律中各系数都选为比较小的正数.初值的选择非常关键,经过多次反复实验,能得到一组能够达到满意跟踪性能的值.这些初值,改变任何一个,都会对输出产生很大的影响,因此这些值的选择是很重要的.

3) 比例加积分自适应律中系数的选择.

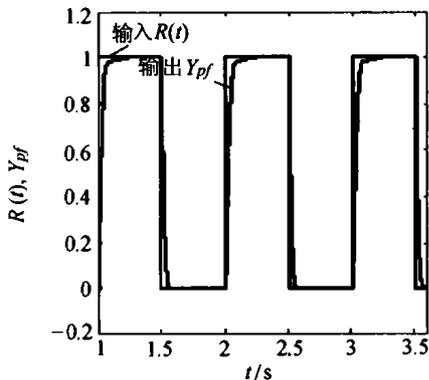
比例加积分自适应律中比例项的系数可以为零,即成为积分自适应律,也可以都选为比较小的正数,而积分项的系数选择也都为大于零的正数即可.

仿真结果如图 2 和图 3 所示.其中,图 2 为方波输入时参数未知时,采用积分自适应律和比例加积分自适应律的输入输出结果.图 3 为方波输入时,其中参数  $\alpha_0$  在 2s 时变化为  $\alpha'_0 = \alpha_0 + \Delta\alpha_0$ ,采用积分自适应律和比例加积分自适应律的输入输出结果.

从仿真结果可以看出,本文提出的零相差自适应跟踪控制系统,采用积分自适应律和比例加积分自适应律能够实现对输入信号的跟踪.

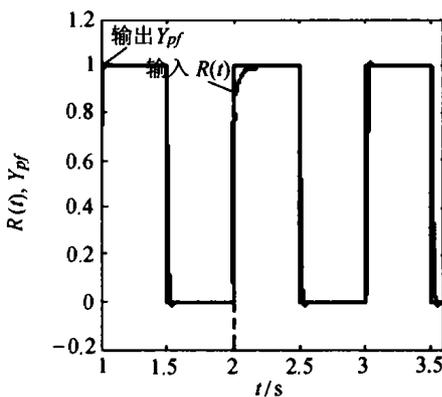


(a) 积分自适应律

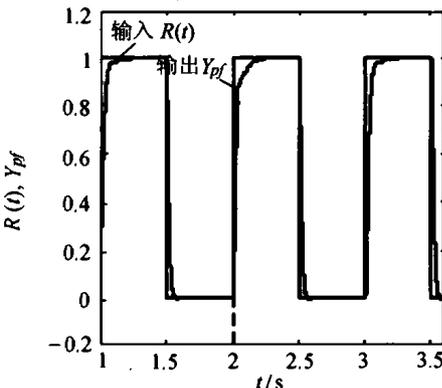


(b) 比例+积分自适应律

图 2 方波输入时的仿真结果  
Fig. 2 Simulation results for rectangular input



(a) 积分自适应律



(b) 比例+积分自适应律

图 3 参数变化时方波输入的仿真结果  
Fig. 3 Simulation results with variable parameters for rectangular input

trol, 1999, 44(9): 1711 - 1713.

- [4] TRINH H. Linear functional state observer for time-delay systems [J]. *Int J Control*, 1999, 72(8): 1642 - 1658.
- [5] DAROUACH M. Linear functional observers for systems with delays in state variables [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(3): 491 - 496.
- [6] DAROUACH M. Corrections to "linear functional observers for systems with delays in state variables" [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(10): 1677.

(上接第 290 页)

#### 4 结论(Conclusion)

1) 本文提出的零相差自适应跟踪控制, 没有附加状态补偿器, 而是直接利用广义输出误差及其各阶导数的值来设计自适应律, 在结构上比较简单, 在工程应用中易于实现;

2) 此类系统针对具有未知恒定或缓慢时变参数的系统, 具有良好的实时性和自适应性, 能够改善它的动态性能, 具有广泛的应用价值;

3) 从仿真结果上看到, 通过合理地选择自适应律中的各个系数的值, 便能达到良好的跟踪效果, 具有良好的跟踪性能.

#### 参考文献(References):

- [1] 吴士昌, 臧瀛芝, 方敏. 一种使用低阶参考模型的 MRACS 的设计方法及其在液压伺服系统上的试验[J]. *控制理论与应用*, 1988, 5(2): 111 - 116.  
(WU Shichang, ZANG Yingzhi, FANG Min. A method of MRACS

#### 作者简介:

朱淑倩 (1979—), 女, 山东大学数学与系统科学学院控制论专业博士研究生, 研究方向为奇异系统、时滞系统, E-mail: sdzsq@mail.sdu.edu.cn;

冯俊娥 (1971—), 女, 山东大学数学与系统科学学院副教授, 2003 年获山东大学博士学位, 研究领域包括奇异系统、时滞系统、随机系统, E-mail: thefengs@163.com;

程兆林 (1939—), 男, 山东大学数学与系统科学学院教授, 博士生导师, 长期从事多变量控制系统的理论与应用、奇异系统、时滞系统、非线性系统等方面的研究, E-mail: chengzha@jn-public.sd.cninfo.net.

using the lower reference model and test on the hydraulic servo-mechanism [J]. *Control Theory & Applications*, 1988, 5(2): 111 - 116.)

- [2] TOMIZUKA M. Zero phase error tracking algorithm for digital control [J]. *ASME J of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1987, 109(1): 65 - 68.
- [3] LANDAU I D. *Adaptive Control-the Model Reference Approach* [M]. New York: Marcel Dekker, 1979: 51 - 123.
- [4] HANG C C, PARKS P C. Comparative studies of model reference adaptive control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1973, 18(5): 419 - 428.

#### 作者简介:

王茂 (1965—), 男, 哈尔滨工业大学控制科学与工程系教授, 博士生导师, 从事自适应控制、变结构控制和惯性技术研究, E-mail: wangmao0451@sina.com;

游文虎 (1972—), 男, 哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士生, 讲师, 从事最优控制、自适应控制、组合导航和惯性技术研究, E-mail: houhainan@0451.com;

黄丽莲 (1972—), 女, 哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士生, 从事混沌控制、非线性控制、自适应控制及惯性技术研究, E-mail: lilian\_huang@163.com.

(上接第 294 页)

(YAN Pingfan. Reinforcement learning - theory, arithmetic and its application in intelligent control [J]. *Information and Control*, 1996, 25(1): 28 - 34.)

- [6] 张乃尧, 阎平凡. *神经网络与模糊控制* [M]. 北京: 清华大学出版社, 1998: 236 - 257.  
(ZHANG Naiyao, YAN Pingfan. *Neural network and fuzzy control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998: 236 - 257.)

#### 作者简介:

郭红霞 (1971—), 女, 博士研究生, 研究方向为多 Agent 系统、强化学习及其在电力系统中的应用, E-mail: ghx9@163.com;

吴捷 (1937—), 男, 华南理工大学教授, 博士生导师, 1961 年毕业于哈尔滨工业大学, 主要研究方向为电力系统自动化、非线性控制、自适应控制和电力系统自动化;

王春茹 (1968—), 女, 讲师, 博士研究生, 研究方向为网络控制.