

含未知输入的时滞系统的函数观测器及输出反馈镇定

朱淑倩, 冯俊娥, 程兆林

(山东大学 数学与系统科学学院, 山东 济南 250100)

摘要: 考虑了含未知输入的时滞系统的线性函数观测器设计. 在一个不失一般性的秩条件假定下, 以线性矩阵不等式(LMI)的形式给出了观测器存在的时滞无关型及时滞相关型判据, 进而得到函数观测器改进的设计方法. 此外, 还讨论了降维状态观测器的设计, 给出了基于观测器的反馈镇定控制器, 实现了闭环的特征根分离及内稳定. 具体算例说明了本文方法的有效性.

关键词: 时滞系统; 线性函数观测器; 输出反馈镇定; 线性矩阵不等式(LMI)

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Functional observer for time-delay systems with unknown inputs and output feedback stabilization

ZHU Shu-qian, FENG Jun-e, CHENG Zhao-lin

(School of Mathematics and System Sciences, Shandong University, Jinan Shandong 250100, China)

Abstract: The design of linear functional observer for time-delay systems with unknown inputs is concerned. Under some rank conditions without loss of generality, sufficient conditions for the existence of the observers dependent on and independent of delays are given in terms of linear matrix inequality (LMI). An improved method for the functional observer design is proposed. Moreover, the design of the reduced-order state observer is considered and the observer-based feedback stabilization controller is obtained. Then the eigenvalues separation of the closed-loop can be realized and the internal stability of the closed-loop is guaranteed. A detailed example is presented for the method.

Key words: delay systems; linear functional observer; output feedback stabilization; linear matrix inequality (LMI)

1 引言(Introduction)

关于时滞系统的观测器设计, 目前已有不少成果^[1~6]. 文献[2]在关于能观性矩阵的某种秩条件下, 提出了一种新的广义坐标变换, 使得在新坐标系下系统的滞后项仅出现在输出中, 通过设计新坐标系下系统的观测器得到原系统的观测器. 文献[3]讨论了不含内部时滞的降阶观测器的设计问题, 而文献[4~6]则给出了状态滞后系统函数观测器的设计. 特别是文献[5], 作者以线性矩阵不等式(LMI)的形式给出了依赖时滞和不依赖时滞的观测器的存在条件, 且所得结论涵盖了文献[3]和[4]的结果. 然而, 文献[5]的不足亦是显而易见的, 即以 LMI 给出的观测器存在条件不是对所有待求参数都是线性的, 这使结果带有较大保守性. 至于含未知输入的时滞系统的观测器设计的文献则不多见. 考虑到系统

存在未知输入(如外部干扰、系统故障等), 因此, 研究这类问题在理论上和工程实践中都是有意义的.

本文参考文献[5]的方法, 讨论含未知输入的时滞系统的线性函数观测器设计. 本文所得到的观测器存在性判据, 无论是时滞无关型的, 或时滞相关型的, 都以秩条件及 LMI 形式给出, 并且所涉及到的这些 LMI, 对于所有待求参数都是线性的. 与文献[5]相比较, 本文在所讨论的模型的广泛性及使用的方法较少保守性两个方面作了改进. 此外, 本文还讨论了降维状态观测器的设计, 给出了基于观测器的镇定控制器, 实现了闭环的特征根分离及内稳定.

2 问题的描述和准备(Problem statement and preparation)

考虑含未知输入的线性时滞系统

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + A_d x(t - \tau(t)) + Bu(t) + Mf(t), \\ y(t) = Cx(t), \\ z(t) = Lx(t). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x(t) \in \mathbb{R}^n, u(t) \in \mathbb{R}^m, f(t) \in \mathbb{R}^q, y(t) \in \mathbb{R}^p$ 及 $z(t) \in \mathbb{R}^r$ 分别为状态、控制输入、未知输入、量测输出及待估计向量. $\tau(t)$ 为已知的时滞且满足 $0 \leq \tau(t) \leq \tau_0, 0 \leq \dot{\tau}(t) \leq \tau_1 < 1$. A, A_d, B, M, C, L 为已知的适维常矩阵. 不失一般性, 假设 $\text{rank } C = p, \text{rank } L = r$ 且 $\text{rank} [L^T \ C^T]^T = r + p$.

本文的目的是设计如下形式的观测器:

$$\begin{cases} \dot{\zeta}(t) = N\zeta(t) + N_d \zeta(t - \tau(t)) + Dy(t) + \\ \quad D_d y(t - \tau(t)) + Eu(t), \\ \hat{z}(t) = \zeta(t) + Fy(t). \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\zeta(t) \in \mathbb{R}^r$ 为观测器状态, $\hat{z}(t) \in \mathbb{R}^r$ 为 $z(t)$ 的估计量, 要求 $\hat{z}(t)$ 以指数速率逼近 $z(t)$. N, N_d, D, D_d, E 和 F 为待定适维矩阵.

记观测器误差为

$$e(t) = z(t) - \hat{z}(t) = (L - FC)x(t) - \zeta(t), \quad (3)$$

并记 $\Psi = L - FC$, 计算观测器的误差动态, 推得

$$\begin{aligned} \dot{e}(t) &= \Psi \dot{x}(t) - \dot{\zeta}(t) = \\ &= Ne(t) + N_d e(t - \tau(t)) + (\Psi B - E)u(t) + \\ &+ (\Psi A - N\Psi - DC)x(t) + \Psi Mf(t) + \\ &+ (\Psi A_d - N_d \Psi - D_d C)x(t - \tau(t)). \end{aligned} \quad (4)$$

显然, 若下列条件

- 1) $\Psi A - N\Psi - DC = 0$;
- 2) $\Psi A_d - N_d \Psi - D_d C = 0$;
- 3) $E = \Psi B$;
- 4) $\Psi M = 0$;

5) 系统 $\dot{e}(t) = Ne(t) + N_d e(t - \tau(t))$ 渐近稳定被满足, 则观测器误差 $e(t)$ 以指数速率逼近于零, 即 $\hat{z}(t)$ 以指数速率逼近 $z(t)$. 特别地, 若上述条件被满足, 又 $r + p = n$, 则可得状态 x 的估计量 $\hat{x}$:

$$\hat{x}(t) = \begin{bmatrix} L \\ C \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \hat{z}(t) \\ y(t) \end{bmatrix}. \quad (5)$$

据式(5), 在第3.2节, 本文将设计基于观测器的输出反馈控制器以镇定系统(1).

3 主要结果(Main results)

3.1 线性函数观测器的设计(Design of linear functional observer)

设 $r + p < n$, 由 $[L^T \ C^T]^T$ 行满秩知, 可找到矩阵

T_1 使得 $[L^T \ C^T \ T_1^T]^T$ 非奇异, 令 $[L^T \ C^T \ T_1^T]^{-T} = [H_1 \ F_1 \ E_1]$, 其中 $H_1 \in \mathbb{R}^{n \times r}, F_1 \in \mathbb{R}^{n \times p}$. 显然条件1)和2)可改写为

$$NL = LA - [F \ K] \begin{bmatrix} CA \\ C \end{bmatrix}, \quad (6)$$

$$N_d L = LA_d - [F \ T] \begin{bmatrix} CA_d \\ C \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中: $K = D - NF, T = D_d - N_d F$. 将式(6), (7)右乘 $[H_1 \ F_1 \ E_1]$, 得到

$$N = LAH_1 - FCAH_1, \quad (8a)$$

$$K = LAF_1 - FCAF_1, \quad (8b)$$

$$FCAE_1 = LAE_1, \quad (8c)$$

$$N_d = LA_d H_1 - FCA_d H_1, \quad (9a)$$

$$T = LA_d F_1 - FCA_d F_1, \quad (9b)$$

$$FCA_d E_1 = LA_d E_1. \quad (9c)$$

再将 $\Psi = L - FC$ 代入条件4), 推得

$$FCM = LM. \quad (10)$$

由上述可知, 观测器(2)的设计归结为寻找 F , 使得 i) F 满足式(8c), (9c)和(10); ii) 由 F 按式(8a), (9a)算得的 N, N_d 满足条件5), 亦即 N, N_d 使得观测器误差动态方程

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + N_d e(t - \tau(t)) \quad (11)$$

零解渐近稳定. 为此, 将式(8c), (9c)和(10)改写为

$$F\Sigma = \Theta. \quad (12)$$

其中

$$\Sigma = [CAE_1 \ CM \ CA_d E_1],$$

$$\Theta = [LAE_1 \ LM \ LA_d E_1].$$

引理1 方程(12)有解 F , 当且仅当

$$\text{rank} \begin{bmatrix} CA & CM & CA_d \\ LA & LM & LA_d \\ C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C \\ L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix} = \text{rank} \begin{bmatrix} CA & CM & CA_d \\ C & 0 & 0 \\ 0 & 0 & C \\ L & 0 & 0 \\ 0 & 0 & L \end{bmatrix}. \quad (13)$$

证 由方程(12)有解当且仅当

$$\text{rank} [\Sigma^T \ \Theta^T]^T = \text{rank} [\Sigma], \quad (14)$$

即得. 证毕.

式(13)保证了满足条件 1)~4)的矩阵 N, N_d, D, D_d, E 和 F 的存在性,下面考虑如何从方程(12)的通解寻找特解,使之满足条件 5). 方程(12)的一般解为

$$F = \Theta \Sigma^+ + Z(I - \Sigma \Sigma^+). \quad (15)$$

其中 Z 为适维任意矩阵. 参考文献[5], 并结合式(15), 改写式(8a)和(9a)中的 N, N_d , 得

$$N = \Lambda - Z\Gamma, \quad N_d = \Delta - Z\Omega. \quad (16)$$

其中

$$\Lambda = LAH_1 - \Theta \Sigma^+ CAH_1, \quad \Gamma = (I - \Sigma \Sigma^+)CAH_1,$$

$$\Delta = LA_dH_1 - \Theta \Sigma^+ CA_dH_1, \quad \Omega = (I - \Sigma \Sigma^+)CA_dH_1.$$

定理 1(时滞无关型判据) 系统(1)存在观测器(2)的一个充分条件是秩条件(13)成立, 且存在适维矩阵 $P > 0, Q > 0$ 及 Y 满足如下 LMI:

$$\begin{bmatrix} P\Lambda + \Lambda^T P + Q - Y\Gamma - \Gamma^T Y^T & P\Delta - Y\Omega \\ * & -(1 - \tau_1)Q \end{bmatrix} < 0. \quad (17)$$

证明从略.

以下讨论观测器(2)存在的时滞相关型判据. 对于输入已知的情形, 文献[5]作了讨论. 然而文献[5]的结果是保守的, 因为文献[5]所给出的 LMI 不是对所有待求参数均线性. 要解决这一问题, 关键是引入更为妥切的 Lyapunov-Krasovskii 泛函, 并更为精确地估计此泛函沿方程(11)对 t 的导数.

定理 2(时滞相关型判据) 系统(1)存在观测器(2)的一个充分条件是秩条件(13)成立, 且存在适维矩阵 $P > 0, Q > 0, X, U$ 及 Y 满足下列 LMI:

$$\begin{bmatrix} \Sigma_1 & \Sigma_2 & \tau_0(\Lambda^T P - \Gamma^T Y^T) \\ * & -(1 - \tau_1)Q & \tau_0(\Delta^T P - \Omega^T Y^T) \\ * & * & -\tau_0 P \end{bmatrix} < 0, \quad (18)$$

$$\begin{bmatrix} X & U \\ * & P \end{bmatrix} > 0. \quad (19)$$

其中

$$\begin{aligned} \Sigma_1 &= (1 - \tau_1)(P\Lambda + \Lambda^T P + \tau_0 X + U + U^T - \\ &\quad Y\Gamma - \Gamma^T Y^T) + Q, \\ \Sigma_2 &= (1 - \tau_1)(P\Delta - Y\Omega - U). \end{aligned}$$

证 设不等式(18), (19)有解 $P > 0, Q > 0, X, U$ 及 Y . 引入 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$\gamma = \begin{bmatrix} (1 - \tau_1)(PN + N^T P + \tau_0 X + U + U^T) + Q + \tau_0 N^T P N & (1 - \tau_1)(PN_d - U) + \tau_0 N^T P N_d \\ (1 - \tau_1)(PN_d - U)^T + \tau_0 N^T P N & -(1 - \tau_1)Q + \tau_0 N_d^T P N_d \end{bmatrix}.$$

由 Schur 补知 $\gamma < 0$ 等价于

$$V(e, t) = V_1(e, t) + V_2(e, t) + V_3(e, t), \quad (20)$$

其中

$$V_1(e, t) = (1 - \tau_1)e^T(t)Pe(t), \quad (21a)$$

$$V_2(e, t) = \int_{-\tau(t)}^0 \int_{t+\beta}^t e^T(\alpha)Pe(\alpha)d\alpha d\beta, \quad (21b)$$

$$V_3(e, t) = \int_{t-\tau(t)}^t e^T(\alpha)Qe(\alpha)d\alpha. \quad (21c)$$

将观测器误差方程(11)改写为

$$\dot{e}(t) = (N + N_d)e(t) - N_d \int_{t-\tau(t)}^t \dot{e}(\alpha)d\alpha. \quad (22)$$

计算 $V(e, t)$ 沿式(11)关于 t 的导数, 推得

$$\begin{aligned} \dot{V}_1(e, t)|_{(11)} &= (1 - \tau_1)(2e^T(t)P(N + N_d)e(t) - \\ &\quad \int_{t-\tau(t)}^t 2e^T(t)PN_d \dot{e}(\alpha)d\alpha) \leq \\ &\quad 2(1 - \tau_1)e^T(t)P(N + N_d)e(t) + \\ &\quad (1 - \tau_1) \int_{t-\tau(t)}^t \{ -2e^T(t)PN_d \dot{e}(\alpha) + \\ &\quad [e(t)]^T \begin{bmatrix} X & U \\ U^T & P \end{bmatrix} [e(t)] \} d\alpha \leq \\ &\quad (1 - \tau_1)[e^T(t)(PN + N^T P + \tau_0 X + U + U^T)e(t) - \\ &\quad 2e^T(t)(U - PN_d)e(t - \tau(t)) + \int_{t-\tau(t)}^t e^T(\alpha)Pe(\alpha)d\alpha], \end{aligned} \quad (23a)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e, t)|_{(11)} &= \int_{-\tau(t)}^0 [\dot{e}^T(t)Pe(t) - \dot{e}^T(t + \beta)Pe(t + \beta)]d\beta + \\ &\quad \dot{e}(t) \int_{t-\tau(t)}^t e^T(\alpha)Pe(\alpha)d\alpha \leq \\ &\quad \tau_0 \dot{e}^T(t)Pe(t) - (1 - \tau_1) \int_{t-\tau(t)}^t e^T(\alpha)Pe(\alpha)d\alpha, \end{aligned} \quad (23b)$$

$$\begin{aligned} \dot{V}_3(e, t)|_{(11)} &\leq \\ &\quad e^T(t)Qe(t) - (1 - \tau_1)e^T(t - \tau(t))Qe(t - \tau(t)), \end{aligned} \quad (23c)$$

故

$$\dot{V}(e, t)|_{(11)} \leq \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t - \tau(t)) \end{bmatrix}^T \gamma \begin{bmatrix} e(t) \\ e(t - \tau(t)) \end{bmatrix}. \quad (24)$$

其中

$$\begin{bmatrix} (1-\tau_1)(PN + N^T P + \tau_0 X + U + U^T) + Q & (1-\tau_1)(PN_d - U) & \tau_0 N^T P \\ * & -(1-\tau_1)Q & \tau_0 N_d^T P \\ * & * & -\tau_0 P \end{bmatrix} < 0. \quad (25)$$

按式(16),以 Z 及 $\Lambda, \Gamma, \Delta, \Omega$ 代上式中之 N, N_d , 并令 $Z = P^{-1}Y$, 即知上式即式(18). 于是当式(18), (19)有解 $P > 0, Q > 0, X, U$ 及 Y 时, 观测器误差方程(11)零解渐近稳定. 证毕.

综上可得函数观测器(2)的具体设计步骤:

步骤1 验证秩条件(13)是否成立. 若成立则进入下一步, 否则停止;

步骤2 寻找矩阵 T_1 使得 $[L^T \ C^T \ T_1^T]^T$ 满秩并令 $[L^T \ C^T \ T_1^T]^{-T} = [H_1 \ F_1 \ E_1]$, 计算矩阵 $\Sigma^+, \Lambda, \Gamma, \Delta$ 及 Ω . 并按定理1(或定理2)要求求解 LMI(17)(或式(18), (19)), 若有解则令 $Z = P^{-1}Y$ 进入下一步, 否则停止;

步骤3 按式(15), (16)计算 F, N 和 N_d , 按式(8b)和(9b)计算 K 和 T ;

步骤4 按 $D = K + NF, D_d = T + N_d F, E = (L - FC)B$ 计算 D, D_d 及 E .

3.2 基于观测器的输出反馈(Observer-based output feedback)

本节设 τ 为常数, 且

$$\text{rank}[L^T \ C^T]^T = r + p = n.$$

令

$$[L^T \ C^T]^{-T} = [H_1 \ F_1],$$

等价地改写秩条件(13)为 $\text{rank} \begin{bmatrix} CM \\ LM \end{bmatrix} = \text{rank}[CM]$, 即

$$\text{rank}[CM] = \text{rank}[M]. \quad (26)$$

此时方程(10)(亦即式(12))的解为

$$F = LM(CM)^+ + Z_1(I - (CM)(CM)^+). \quad (27)$$

将式(27)代入(8a)和(9a)得

$$N = \Lambda_1 - Z_1 \Gamma_1, \quad N_d = \Delta_1 - Z_1 \Omega_1. \quad (28)$$

其中

$$\Lambda_1 = LAH_1 - LM(CM)^+ CAH_1,$$

$$\Gamma_1 = (I - (CM)(CM)^+)CAH_1,$$

$$\begin{bmatrix} P_1 \Lambda_1 + \Lambda_1^T P_1 + Q_1 - Y_1 \Gamma_1 - \Gamma_1^T Y_1^T & P_1 \Delta_1 - Y_1 \Omega_1 \\ * & -Q_1 \end{bmatrix} < 0, \quad (35)$$

$$\begin{bmatrix} AP_2 + P_2 A^T + BY_2 + Y_2^T B^T + A_d Q_2 A_d^T & P_2 \\ * & -Q_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (36)$$

则控制器(30)镇定系统(1), 并且控制器增益矩阵 J 设计为 $J = Y_2 P_2^{-1}$.

$$\Delta_1 = LA_d H_1 - LM(CM)^+ CA_d H_1,$$

$$\Omega_1 = (I - (CM)(CM)^+)CA_d H_1.$$

$$\text{取 } \hat{x}(t) = [H_1 \ F_1] \begin{bmatrix} \hat{z}(t) \\ y(t) \end{bmatrix}, \quad (29)$$

$\hat{x}(t)$ 即为 $x(t)$ 的渐近估计量. 将

$$u(t) = J\hat{x}(t) = J[H_1 \ F_1] \begin{bmatrix} \hat{z}(t) \\ y(t) \end{bmatrix} \quad (30)$$

作用于系统(1)并定义 $x_c(t) = [x^T(t) \ e^T(t)]^T$, 得

$$\begin{cases} \dot{x}_c(t) = A_c x_c(t) + A_{cd} x_c(t - \tau) + M_c f(t), \\ y(t) = C_c x_c(t). \end{cases} \quad (31)$$

其中

$$\begin{cases} A_c = \begin{bmatrix} A + BJ & -BJH_1 \\ 0 & N \end{bmatrix}, \quad A_{cd} = \begin{bmatrix} A_d & 0 \\ 0 & N_d \end{bmatrix}, \\ M_c = [M^T \ 0]^T, \quad C_c = [C \ 0]. \end{cases} \quad (32)$$

定理3(特征根分离定理) 闭环系统(31)的特征根是分离的, 并且系统(31)的传递函数等于对系统(1)直接作状态反馈 $u = Jx$ 所得到的闭环的传递函数.

证明从略.

由此可知闭环系统(31)内稳定(即 $f(t) = 0$ 时系统零解渐近稳定)等价于以下两个系统:

$$\dot{e}(t) = Ne(t) + N_d e(t - \tau), \quad (33)$$

$$\dot{\tilde{x}} = (A + BJ)\tilde{x}(t) + A_d \tilde{x}(t - \tau), \quad (34)$$

每一个均为零解渐近稳定. 以下即据此讨论保证控制器(30)镇定系统(1)的充分条件, 并计算增益矩阵 J .

定理4(时滞无关型判据) 若秩条件(26)成立, 且存在矩阵 $P_i > 0, Q_i > 0$ 和 $Y_i (i = 1, 2)$ 满足下列 LMIs:

程(34),以不等式(36)的解 $P_2 > 0$ 及 $Q_2 > 0$ 引进其 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V(\tilde{x}, t) = \tilde{x}^T(t) P_2^{-1} \tilde{x}(t) + \int_{t-\tau}^t \tilde{x}^T(\theta) Q_2^{-1} \tilde{x}(\theta) d\theta. \quad (37)$$

计算式(37)沿系统(34)关于 t 的导数,并取 $J = Y_2 P_2^{-1}$,即得其渐近稳定性. 证毕.

定理 5(时滞相关型判据) 若秩条件(26)成立,且存在矩阵 $P_i > 0, Q_i > 0, U_i, X_i$ 及 $Y_i (i = 1, 2)$ 满足下列 LMIs:

$$\begin{bmatrix} \Xi_1 & P_1 \Delta_1 - Y_1 \Omega_1 - U_1 & \tau_0 (\Lambda_1^T P_1 - \Gamma_1^T Y_1^T) \\ * & -Q_1 & \tau_0 (\Delta_1^T P_1 - \Omega_1^T Y_1^T) \\ * & * & -\tau_0 P_1 \end{bmatrix} < 0, \quad (38)$$

$$\begin{bmatrix} \Xi_2 & A_d P_2 - U_2 & \tau_0 (P_2 A^T + Y_2^T B^T) \\ * & -Q_2 & \tau_0 P_2 A_d^T \\ * & * & -\tau_0 P_2 \end{bmatrix} < 0, \quad (39)$$

$$\begin{bmatrix} X_1 & U_1 \\ * & P_1 \end{bmatrix} > 0, \begin{bmatrix} X_2 & U_2 \\ * & P_2 \end{bmatrix} > 0, \quad (40)$$

其中

$$\Xi_1 =$$

$$P_1 \Lambda_1 + \Lambda_1^T P_1 + Q_1 + \tau_0 X_1 + U_1 + U_1^T - Y_1 \Gamma_1 - \Gamma_1^T Y_1^T,$$

$$\Xi_2 = A P_2 + P_2 A^T + Y_2^T B^T + B Y_2 + \tau_0 X_2 + U_2 + U_2^T + Q_2,$$

则控制器(30)镇定系统(1),并且控制器增益阵 J 设计为 $J = Y_2 P_2^{-1}$.

证 式(38),(39)即式(18),(19)在时滞 τ 为常数的情形,由定理 2 即知方程(33)零解渐近稳定.对方程(34),取 $J = Y_2 P_2^{-1}, \bar{Q}_2 = P_2^{-1} Q_2 P_2^{-1}$,引入其 Lyapunov-Krasovskii 泛函

$$V(\tilde{x}, t) = \tilde{x}^T(t) P_2^{-1} \tilde{x}(t) + \int_{t-\tau}^t \tilde{x}^T(\alpha) \bar{Q}_2 \tilde{x}(\alpha) d\alpha + \int_{-\tau}^0 \int_{t+\beta}^t \dot{\tilde{x}}^T(\alpha) P_2^{-1} \dot{\tilde{x}}(\alpha) d\alpha d\beta,$$

并改写系统(34)为

$$\dot{\tilde{x}}(t) = (A + BJ + A_d) \tilde{x}(t) - A_d \int_{t-\tau}^t \tilde{x}(\alpha) d\alpha.$$

用与定理 2 相同的证法估计 $\dot{V}(\tilde{x}, t) |_{(34)}$,即知系统(34)零解渐近稳定. 证毕.

4 算例(Example)

考虑系统(1),其中

$$A = \begin{bmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \\ 1 & 0 & -1 \end{bmatrix}, A_d = \begin{bmatrix} 0.1 & 0 & -0.1 \\ 0.1 & 0 & 0.2 \\ -0.1 & 0.1 & 0 \end{bmatrix},$$

$$B = [1 \quad -1 \quad 2]^T, M = [1 \quad 0 \quad -1]^T,$$

$$C = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, L = [0 \quad 0 \quad 1], \tau = 1.$$

利用 3.2 节中给出的方法(按定理 4)设计基于状态观测器的反馈镇定控制器,得到

$$N = -0.9661, N_d = -0.0932,$$

$$F = [-1 \quad -0.0339], D = [0.9695 \quad 0.1328],$$

$$D_d = [0.0966 \quad 0.1032], E = 2.9661,$$

$$J = [-5.5462 \quad -5.8707 \quad -1.9252],$$

$$u(t) = [-1.9252 \quad -5.5462 \quad -5.8707] \begin{bmatrix} \hat{z}(t) \\ y(t) \end{bmatrix}.$$

图 1 给出了初始函数 $x_c(t) = [1 \quad 2 \quad -1 \quad -2]^T, t \in [-1, 0]$,未知输入 $f(t) = 0$ 时闭环系统(31)的状态 x_1, x_2, x_3 及 e 的轨线,从图 1 可以看出 x_1, x_2, x_3 及 e 渐近逼近于零.

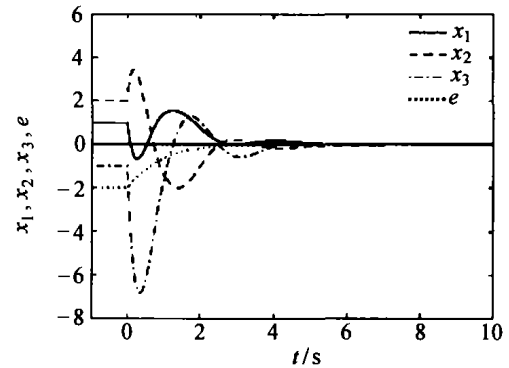


图 1 闭环状态 x_1, x_2, x_3 及 e 的仿真曲线

Fig. 1 Simulation results of x_1, x_2, x_3 and e

5 结论(Conclusion)

本文研究含未知输入的时滞系统线性函数观测器的设计,给出了具体设计步骤,所得到的观测器存在的时滞相关型判据及时滞无关型判据,均以秩条件及严格 LMI 形式给出.此外,本文还讨论了降维状态观测器的设计,给出了基于观测器的镇定控制器,实现了闭环的特征根分离及内稳定.文末的仿真算例图示了本文方法的有效性.

参考文献(References):

- [1] BOUTAYEB M, DAROUACH M. Observers for discrete-time systems with multiple delays [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(5): 746-750.
- [2] HOU M, ZITEK P, PATTON R J. An observer design for time-delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(1): 121-125.
- [3] DAROUACH M, PIERROT P, RICHARD E. Design of reduced-order observers without internal delays [J]. *IEEE Trans on Automatic Con-*

trol, 1999, 44(9): 1711 - 1713.

- [4] TRINH H. Linear functional state observer for time-delay systems [J]. *Int J Control*, 1999, 72(8): 1642 - 1658.
- [5] DAROUACH M. Linear functional observers for systems with delays in state variables [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(3): 491 - 496.
- [6] DAROUACH M. Corrections to "linear functional observers for systems with delays in state variables" [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(10): 1677.

作者简介:

朱淑倩 (1979—), 女, 山东大学数学与系统科学学院控制论专业博士研究生, 研究方向为奇异系统、时滞系统, E-mail: sdzsq@mail.sdu.edu.cn;

冯俊娥 (1971—), 女, 山东大学数学与系统科学学院副教授, 2003年获山东大学博士学位, 研究领域包括奇异系统、时滞系统、随机系统, E-mail: thefengs@163.com;

程兆林 (1939—), 男, 山东大学数学与系统科学学院教授, 博士生导师, 长期从事多变量控制系统的理论与应用、奇异系统、时滞系统、非线性系统等方面的研究, E-mail: chengzha@jn-public.sd.cninfo.net.

(上接第290页)

4 结论(Conclusion)

1) 本文提出的零相差自适应跟踪控制, 没有附加状态补偿器, 而是直接利用广义输出误差及其各阶导数的值来设计自适应律, 在结构上比较简单, 在工程应用中易于实现;

2) 此类系统针对具有未知恒定或缓慢时变参数的系统, 具有良好的实时性和自适应性, 能够改善它的动态性能, 具有广泛的应用价值;

3) 从仿真结果上看到, 通过合理地选择自适应律中的各个系数的值, 便能达到良好的跟踪效果, 具有良好的跟踪性能.

参考文献(References):

- [1] 吴士昌, 臧瀛芝, 方敏. 一种使用低阶参考模型的 MRACS 的设计方法及其在液压伺服系统上的试验[J]. *控制理论与应用*, 1988, 5(2): 111 - 116.
(WU Shichang, ZANG Yingzhi, FANG Min. A method of MRACS

using the lower reference model and test on the hydraulic servo-mechanism [J]. *Control Theory & Applications*, 1988, 5(2): 111 - 116.)

- [2] TOMIZUKA M. Zero phase error tracking algorithm for digital control [J]. *ASME J of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1987, 109(1): 65 - 68.
- [3] LANDAU I D. *Adaptive Control-the Model Reference Approach* [M]. New York: Marcel Dekker, 1979: 51 - 123.
- [4] HANG C C, PARKS P C. Comparative studies of model reference adaptive control systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1973, 18(5): 419 - 428.

作者简介:

王 茂 (1965—), 男, 哈尔滨工业大学控制科学与工程系教授, 博士生导师, 从事自适应控制、变结构控制和惯性技术研究, E-mail: wangmao0451@sina.com;

游文虎 (1972—), 男, 哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士生, 讲师, 从事最优控制、自适应控制、组合导航和惯性技术研究, E-mail: houhainan@0451.com;

黄丽莲 (1972—), 女, 哈尔滨工业大学控制科学与工程系博士生, 从事混沌控制、非线性控制、自适应控制及惯性技术研究, E-mail: lilian_huang@163.com.

(上接第294页)

(YAN Pingfan. Reinforcement learning - theory, arithmetic and its application in intelligent control [J]. *Information and Control*, 1996, 25(1): 28 - 34.)

- [6] 张乃尧, 阎平凡. 神经网络与模糊控制[M]. 北京: 清华大学出版社, 1998: 236 - 257.
(ZHANG Naiyao, YAN Pingfan. *Neural network and fuzzy control* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 1998: 236 - 257.)

作者简介:

郭红霞 (1971—), 女, 博士研究生, 研究方向为多 Agent 系统、强化学习及其在电力系统中的应用, E-mail: ghx9@163.com;

吴 捷 (1937—), 男, 华南理工大学教授, 博士生导师, 1961年毕业于哈尔滨工业大学, 主要研究方向为电力系统自动化、非线性控制、自适应控制和电力系统自动化;

王春茹 (1968—), 女, 讲师, 博士研究生, 研究方向为网络控制.