

基于 Stackelberg 博弈的动态用户最优配流和信号控制

李振龙

(中国科学院 自动化研究所 复杂系统与智能科学实验室, 北京 100080; 北京工业大学 电子信息与控制工程学院, 北京 100022)

摘要: 研究了动态用户最优配流与信号控制的组合问题. 首先基于交通分配将交通流分配到合适的路网上由信号控制来适应这些交通流的思想, 并由此建立了交通分配和信号控制的 Stackelberg 博弈模型, 模型的上层是动态用户最优, 下层是信号控制优化. 然后, 通过对模型离散化应用模拟退火算法进行求解. 最后, 对一个简单的交通网络进行仿真, 仿真结果表明所提方法的有效性.

关键词: 动态用户最优; 信号控制; Stackelberg 博弈

中图分类号: TP391, U491

文献标识码: A

Dynamic user optimal assignment and signal control based on the Stackelberg game

LI Zhen-long

(The Laboratory of Complex Systems and Intelligence Science, Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China;

School of Electronic Information & Control Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100022, China)

Abstract: The combined dynamic user optimal assignment and signal control are studied. First, based on the idea that traffic flow is assigned on the proper road-net by the traffic assignment and the flow is adapted by the control system, a Stackelberg game model of traffic assignment and signal control is proposed. The upper-level of the model is dynamic user optimal assignment, and the lower-level is the signal optimization. Then, the discretization in time and a simulated annealing algorithm are used to obtain optimal strategies. Finally, a simulation is carried on a simple traffic network and numerical results demonstrate the effectiveness of the proposed approach.

Key words: dynamic user optimal; signal control; Stackelberg game

1 引言(Introduction)

随着经济的飞速发展和城市化进程的加快, 城市交通量急剧增加, 使得交通拥挤和交通堵塞日趋严重. 解决这些问题的传统手段是增加基础设施投入, 扩建和新建道路, 但目前各城市可供修建道路的空间越来越有限, 单独从道路或车辆方面考虑都难以提高城市路网的通行能力, 难以改善目前的交通状况. 智能交通系统 ITS (Intelligent Transportation Systems) 的出现为解决这一难题提供了新的途径. 先进的交通管理系统(ATMS)和先进的出行者信息系统(ATIS)是 ITS 的两个重要的子系统. 动态交通分配和信号控制问题是 ATMS 和 ATIS 的关键问题. 动态交通分配是将时变的交通出行合理分配到不同的路径上, 以降低个人的出行费用或系统总费用^[1], 通过在空间上对人们产生的交通需求进行合

理配置, 提高路网的运行效率; 信号控制是通过调整路口的信号配时方案来减少车辆在路口的延误时间和停车次数, 减小城市交通网上的交通延误, 提高道路的通行能力, 是城市交通管理的有效手段.

在传统的交通工程学研究, 交通分配和信号控制属于两个不同的领域而被孤立地研究着, 交通分配以固定的信号配时为前提, 交通信号的配时以给定的交通流形态为前提^[2], 然而在现实的交通系统中, 这些前提是很难成立的. 交通分配与信号控制都是为了解决交通拥挤, 改善交通状况, 提高道路的交通能力的, 它们总的目标是一致的, 但是, 它们也是相互影响的. 对交通分配来说, 必须考虑车辆在路口由于不同的控制策略而引起的延误时间; 对信号控制来说, 必须考虑由于交通分配引起的路网交通量的变化. 为研究交通分配和信号控制的相互影响,

许多学者做了大量的工作, Allsop 第一次把控制引入到分配问题中, 他建议考虑信号配时方案对路线选择行为的影响, 并为此提出逐步优化分配 (IOA) 算法^[3]. Fisk 把寻求与最优信号配时一致的均衡流量问题表述为一个 Stackelberg 博弈问题^[4]. Yang H 和 Yagar S 将交通流在信号交叉口的延误分解成信号延误和排队延误, 建立了交通分配和信号控制的两层规划模型, 并根据问题的特点提出基于敏感性分析的下降算法^[2]. 葛颖恩研究了交通分配与信号控制的静态博弈问题^[5]. 杨超等建立均衡网络下的交通控制策略的数学模型^[6]. 上述的模型均是静态的, 未抓住交通网络的动态特性, 殷亚峰等考虑了动态性建立一个动态网络信号配时的多层规划模型^[7]. Owen J. Chen 将交通分配与动态交通控制描述为 Stackelberg 博弈模型^[8]. 马寿峰建立了诱导与控制的一体化模型, 并用大系统递阶控制理论进行了分析求解^[9]. 徐建闽等建立了多起点、多终点交叉口设置有交通信号控制时的动态配流模型^[10].

交通分配和信号控制组合问题的难点在于它们的相互作用和动态性, 文中从分配和控制的相互作用和相互影响的关系出发, 应用博弈论^[11~13]的相关知识, 充分考虑交通分配和信号控制的动态特性, 基于交通分配将交通流分配到合适的路网上由信号控制来适应这些交通流的思想建立了动态用户最优配流和信号控制的 Stackelberg 博弈模型, 并对其离散化应用模拟退火算法进行了求解.

2 模型的建立 (Model formulation)

交通分配和信号控制的直接集成会导致模型和算法的复杂性很高, 求解和实施难度也会增大, 鉴于此, 一些研究人员提出了另一种解决途径: 通过交通分配将交通流分配到合适的路网上, 由信号控制来适应这些交通流. 作者就是基于这一思想进行建模.

2.1 动态用户最优分配模型 (Dynamic user optimal assignment model)

动态用户最优分配模型考虑了交通需求的时变特性, 能够更加真实地描述拥挤网络上出行者的路径选择行为. 本文中分配模型采用动态用户最优分配模型. 交通网络由不同的路段和节点组成, 用有向图 $G(N, A)$ 来表示交通网络, 各符号意义如下:

N 表示网络节点的集合;

A 表示有向弧 (路段) 的集合;

$x_a(t)$ 表示 t 时刻路段 a 上的交通量;

$u_a(t)$ 表示 t 时刻路段 a 上的流入率;

$v_a(t)$ 表示 t 时刻路段 a 上的流出率;

$x_a^n(t)$ 表示 t 时刻路段 a 上的流向终点 n 的交通量;

$u_a^n(t)$ 表示 t 时刻路段 a 上以 n 为终点的流入率;

$v_a^n(t)$ 表示 t 时刻路段 a 上以 n 为终点的流出率;

λ_a 表示 t 时刻路段 a 上的绿信比;

$q_{kn}(t)$ 表示 t 时刻节点 k 产生的出行量;

$A(k)$ 表示进入节点 k 的路段集合;

$B(k)$ 表示离开节点 k 的路段集合.

动态用户最优的定义为: 交通网络中的每一时刻, 每一 OD 对之间被使用的路径中瞬时单位期望旅行时间相等且等于最小瞬时单位期望时间^[7,14]. 在拥挤的交通网络中, 任意 OD 对之间的路径行走时间不仅包括路段行走时间, 同时也包括路口延误时间, 而路口延误时间很大程度上取决于交通信号的配时方案^[2,7]. 因此, 一条路段的完整行走时间 $t_a(x_a(t), u_a(t), v_a(t))$, 可分为两个部分: 一部分是路段上的行走时间 $t_a(x_a(t), u_a(t))$; 另一部分是路口延误时间 $d_a(\lambda_a(t))$. 一般地, 交叉口延误使用 Webster 延误公式, 然而, Webster 延误公式在拥挤的网络下是不合适的, 当饱和度接近于 1 时, 延误趋向无穷^[2], 特别是高峰期, 交叉口的饱和度可能大于 1, Webster 延误公式更不合适, 如图 1 所示.

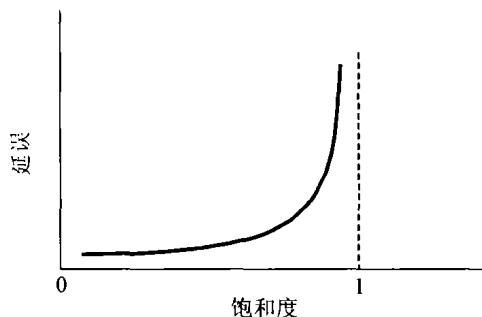


图 1 Webster 延误

Fig. 1 Webster delay

邵长桥用协调变换的思想求得平均延误的估计公式^[15], 本文采用这一估计公式.

$$d_a(\lambda_a(t)) = \frac{C(1 - \lambda_a(t))^2}{2(1 - \lambda_a(t)\chi)} + \frac{l_a(t)}{S} \quad (1)$$

其中: C 表示信号周期; S 表示通行能力; χ 表示饱和度; $l_a(t)$ 表示 t 时刻路段 a 上的排队车辆数.

本文采用公式 (1) 作为路口延误, 即

$$t_a(x_a(t), u_a(t), v_a(t)) = t_a(x_a(t), u_a(t)) + d_a(\lambda_a(t)) \quad (2)$$

于是, 动态用户最优分配模型表示如下:

目标函数为

$$J_G = \min \sum_{a \in A} \int_0^T \int_0^{u_a(t)} t_a(x_a(t), \omega, v_a(t)) d\omega dt. \quad (3a)$$

状态方程为

$$\dot{x}_a^n(t) = u_a^n(t) - v_a^n(t). \quad (3b)$$

约束条件为

$$\sum_{a \in A(k)} u_a^n(t) = q_{kn}(t) + \sum_{a \in B(k)} v_a^n(t), \quad (3c)$$

$$x_a^n(t) \geq 0, u_a^n(t) \geq 0, a \in A, n \in \mathbb{I}, t \in [0, T]. \quad (3d)$$

2.2 信号控制模型(Signal control model)

考虑如图2所示的路口在一个固定时段 $[0, T]$ 的情况,其中 $l_1(t)$ 表示 t 时刻路段1上的排队车辆数; u_1^w 表示 t 时刻进入路段1的等待区的流入率,如图2所示.

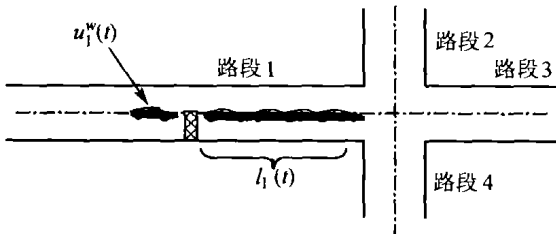


图2 路口示意图

Fig. 2 An intersection

在拥挤状况时,交通状态方程为

$$\dot{l}_1(t) = u_1^w(t) - \frac{G_1(t)}{C} S = u_1^w(t) - \lambda_1(t) S. \quad (4)$$

其中: $G_1(t)$ 表示绿灯时间; $\lambda_1(t)$ 表示绿信比.

约束条件为

$$G_{\min} \leq G_1(t) \leq G_{\max}, 0 \leq l_1(t) \leq l_{\max}, l(0) = 0. \quad (5)$$

其中: $G_{\min}, G_{\max}$ 分别表示最小、最大绿灯时间; $l_{\max}$ 表示最大排队长度.

目标函数是使车辆在路口的排队延误最小,有如下的目标函数^[16]:

$$J_C = \min \int_0^T (l(t))^T Q l(t) dt, \quad (6)$$

$$l(t) = (l_1(t), l_2(t), l_3(t), l_4(t)).$$

其中 Q 为加权矩阵.

将上述交通状态方程、约束条件和目标函数扩展到 k 个路口就得到如下的信号控制模型,该模型的含义是使每个路口的车辆的排队时间最小:

目标函数:

$$J_C^k = \min \int_0^T (l^k(t))^T Q l^k(t) dt, \quad (7a)$$

$$l^k(t) = (l_{a_1}^k(t), l_{a_2}^k(t), \dots, l_{a_n}^k(t)),$$

$$a_1, a_2, \dots, a_n \in A(k),$$

$$k = 1, 2, \dots, N.$$

状态方程:

$$\dot{l}_a^k(t) = u_{a,k}^w(t) - \lambda_a^k(t) S. \quad (7b)$$

约束条件:

$$l_a^k(0) \geq 0, \quad (7c)$$

$$0 \leq G_{\min}^{k,a} \leq G^{k,a}(t) \leq G_{\max}^{k,a}, (k \in \mathbb{I}, t \in [0, T]). \quad (7d)$$

其中:

k 表示路口号;

$G^{k,a}(t)$ 表示 t 时刻以路口 k 为终点路段 a 上的绿灯时间;

$\lambda_a^k(t)$ 表示 t 时刻以路口 k 为终点路段 a 上的绿信比;

$l_a^k(t)$ 表示 t 时刻以路口 k 为终点路段 a 上的排队车辆数;

$u_{a,k}^w(t)$ 表示 t 时刻进入以路口 k 为终点路段 a 的等待区的流入率;

$G_{\min}^{k,a}, G_{\max}^{k,a}$ 分别表示以路口 k 为终点路段 a 上的最小和最大绿灯时间.

若不考虑自由行驶路段对车辆的吸引力,那么进入路段等待区的流入率等于路段的流入率的延迟(路口之间的距离不能太远)^[9],即

$$u_{a,k}^w(t) = u_a^k(t - \tau). \quad (8)$$

其中 τ 为自由行程时间.

2.3 Stackelberg 博弈模型的建立 (Establishment of the Stackelberg game model)

交通管理者具有较大的权力和优势,可以使用“激励”(incentive)策略^[17]追求理想的境界,但激励策略的求解是十分困难的,尤其对于交通这样的复杂大系统.因此,文中采用传统的 Stackelberg 策略来进行分析,更一般的 Incentive 理论将另行讨论.

在拥挤条件下,交通管理者应用用户最优模型对交通流量进行分配,各路口对分配的流量作出反映并进行优化,每个路口在满足自身基本需求的情况下应服从于交通管理者,也就是每个路口以分配的流量为基础进行自身优化.整个过程可看作是一个主从博弈,并且是从者多人动态博弈,将交通管理者和路口控制器看作是局中人,把交通管理者视为主者,路口控制器视为从者进行建模.其中: $u_a^n(t)$ 为局中人交通管理者的控制函数(策略), $\lambda_a^k(t)$ 为局中人路口控制器的控制函数(策略); J_C 为局中人

交通管理者的盈利函数, J_C^k 为局中人路口控制器 k 的盈利函数. 结合式(3), (7)和(8)得到交通分配和信号控制的 Stackelberg 博弈模型 M1:

$$J_C = \min \sum_{a \in A} \int_0^{u_a(t)} t_a(x_a(t), \omega, v_a(t)) d\omega dt,$$

$$x_a^n(t) = u_a^n(t) - v_a^n(t),$$

$$\sum_{a \in A(k)} u_a^n(t) = q_{kn}(t) + \sum_{a \in B(k)} v_a^n(t),$$

$$x_a^n(t) \geq 0, u_a^n(t) \geq 0, a \in A, n \in \mathbb{N}, t \in [0, T];$$

$$J_C^k = \min \int_0^T (l^k(t))^T Q l^k(t) dt,$$

$$i_a^k(t) = u_{a,k}^w(t) - \lambda_a^k(t) S,$$

$$l_a^k(0) \geq 0.$$

局中人的目的就是选取控制函数(策略)使其盈利取得极值, 而控制函数(策略)的选取就是对模型 M1 的求解.

3 求解算法(Solution algorithm)

直接对模型 M1 求解是较困难的, 本文将其转化为离散形式来求解.

$$J_C = \min \sum_{a \in A} \sum_{i=1}^M \int_0^{u_a(i)} t_a(x_a(i), \omega, v_a(i)) d\omega,$$

$$x_a^n(i+1) = x_a^n(i) + u_a^n(i) - v_a^n(i), i=0, 1, 2, \dots, M-1,$$

$$\sum_{a \in A(k)} u_a^n(i) = q_{kn}(i) + \sum_{a \in B(k)} v_a^n(i),$$

$$u_a^n(i) \geq 0, x_a^n(i) \geq 0, a \in A, n \in \mathbb{N};$$

$$J_C^k = \min \sum_{i=1}^M T l^k(i) e, k=1, 2, \dots, N,$$

$$l_a^k(i+1) = l_a^k(i) + u_{a,k}^w(i) - \lambda_a^k(i) S,$$

$$l_a^k(0) \geq 0.$$

其中: T 为控制周期; e 为单位列向量.

该模型是下层多人的 Stackelberg 博弈模型, 该模型的决策机理为: 主方首先宣布其策略, 然后从方在满足自身基本需求的情况下服从于主方, 做出自己的决策. 由于该模型的非凸性以及非处处可微性, 本文采用模拟退火算法^[18]进行求解, 模拟退火算法用于求解上层问题, 下层问题的求解采用一般规划问题的方法求解. 在每个周期 $[T_m, T_{m+1}]$ (也可以是每隔一定的时间——周期的整数倍) 的起始时刻 T_m , 应用如下步骤求解:

1) 给定初始温度 T_1 , 及初始解 $(u_a^n(m))^0$, 以 $(u_a^n(m))^0$ 为上层决策变量, 求解下层问题得最优解 $(\lambda_a^k(m))^0, p=1$;

2) 在 $(u_a^n(m))^0$ 的邻域内产生随机扰动 Δu , 得

到新点 $(u_a^n(m))^p = (u_a^n(m))^{p-1} + \Delta u$, 计算上层目标函数在新点的值及函数值差, $\Delta F = F((u_a^n(m))^p) - F((u_a^n(m))^{p-1})$.

3) 若 $\Delta F \leq 0, (u_a^n(m))^p = (u_a^n(m))^{p-1} + \Delta u$; 若 $\Delta F > 0$, 则计算新点接受概率:

$$p(\Delta F) = \exp(-\frac{\Delta F}{p \cdot T_p}),$$

并产生 $[0, 1]$ 区间上均匀分布的伪随机数 r , 如果 $p(\Delta F) \geq r$, 则 $(u_a^n(m))^p = (u_a^n(m))^{p-1} + \Delta u$; 否则 $(u_a^n(m))^p = (u_a^n(m))^{p-1}$.

4) 如果满足迭代终止条件, 则 $(u_a^n(m))^p$ 为上层问题最优解, 以 $(u_a^n(m))^p$ 为上层决策变量求解下层问题得最优解 $(\lambda_a^k(m))^p, ((u_a^n(m))^p, (u_a^n(m))^p)$ 即为近似全局最优解. 否则转 5).

5) 按下式产生一个新的温度

$$T_{p+1} = \alpha T_p,$$

$$p = p + 1; \text{转 2}).$$

4 算例(Numerical example)

下面就一个例子进行仿真分析, 本文采用 TSIS (Traffic Software Integrated System) 5.1 作为仿真工具. 考虑如图 3 所示的简单路网, 路网数据如表 1 所示.

表 1 路网数据

Table 1 Information on network

编号	起讫点	长度 /m	道路等级	车道数	自由流速 / (km·h ⁻¹)
a1	1-2	1000	2	1	80
a2	1-7	1200	2	1	80
a3	2-3	800	3	1	60
a4	7-3	100	2	1	80
a5	3-4	800	2	1	80
a6	3-6	600	3	1	60
a7	4-5	630	2	1	80
a8	6-5	1000	2	1	80

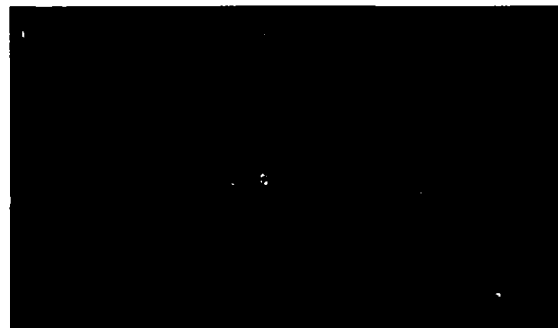


图 3 仿真路网

Fig. 3 Simulation network

OD 对 1~5 之间有 4 条路径,分别是 R1(a2/a4/a5/a7)长度为 2730 m;R2(a2/a4/a6/a8)长度为 2900 m;R3(a1/a3/a5/a7)长度为 3230 m;R4(a1/a3/a6/a8)长度为 3400 m. OD 需求为 1200 veh/h, 仿真中分配周期 300 s,控制周期 100 s,采样周期为 60 s,驾驶员的

服从率为 80%,初始温度 $T_1 = 1000$,终止温度 $T_f = 0.1$, $\alpha = 0.98$. 在只进行定时控制和用本文的模型下进行仿真,得到了路段 a1, a2, a4, a6 的车辆数(选择了其中的 4 条路段)和车辆在各条路径上的行驶时间,如图 4,5 所示.

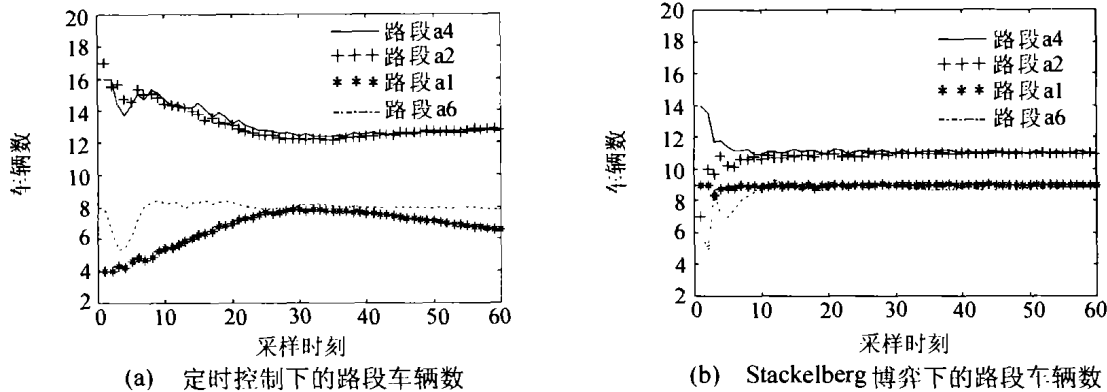


图4 路段车辆数

Fig. 4 Number of vehicles on link

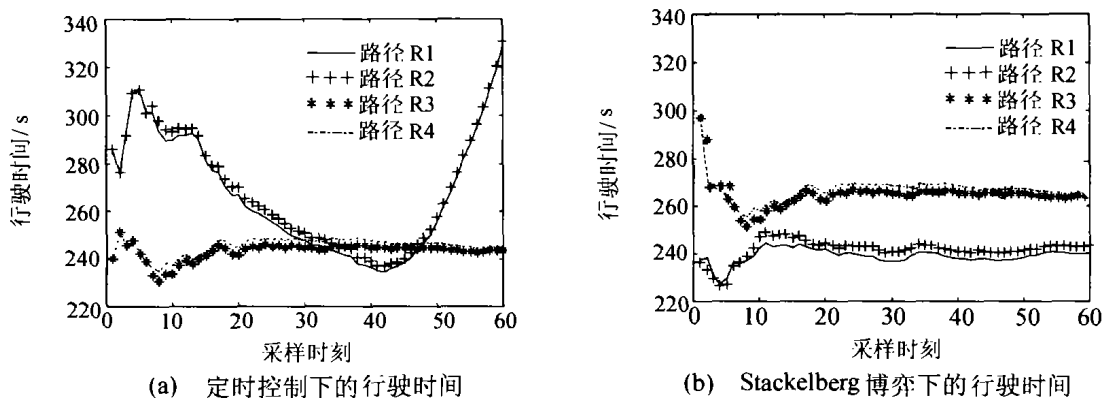


图5 行驶时间

Fig. 5 Travel time

从仿真结果可以看出,在定时控制时,大部分车辆选择静态距离较短的路径 R1 和路径 R2,结果使得这些路径上的车辆急剧增多,从而使得这些路径上的车辆的行驶时间增加,导致路网性能下降.在本文模型下,当较短路径上的流量增大时,通过合理的交通分配,并适当调整路口各个方向的绿信比,使得交通流的分布较为均衡.路径 R1 和路径 R2 的平均行驶时间大约是 240 s,路径 R3 和路径 R4 的平均行驶时间大约是 260 s,基本上实现了用户最优均衡,一定程度上缓解了交通拥挤与堵塞.

5 结论(Conclusions)

本文从交通分配和信号控制的相互关系出发,应用博弈论建立了交通分配和信号控制的 Stackelberg 博弈模型,并对其离散化应用模拟退火算法进行了求解,对交通分配和信号控制的组合问题进行了有益的探索,具有一定的理论意义和实际应

用价值.

需要指出的是,交通管理者如何根据其拥有的信息选择适当的策略来激励用户配合交通管理者实现全局最优,同时实现每个用户的局部最优,这是一个研究难点. Incentive 理论为这一问题的解决提供了可行的方法,这是以后研究的方向之一.

参考文献(References):

- [1] 杨清华,贺国光,马寿峰.对动态交通分配的反思[J].系统工程,2000,18(1):49-54.
(YANG Qinghua, HE Guoguang, MA Shoufeng. The opinion on dynamic traffic assignment[J]. Systems Engineering, 2000, 18(1): 49-54.)
- [2] YANG H, YAGAR S. Traffic assignment and signal control in saturated road networks [J]. Transportation Research, 1995, 29A(2): 125-139.
- [3] ALLSOP R E. Some possibilities for using traffic control to influence

- trip distribution and route choice [C] // *Proc 6th Int Symposium on Transportation and Traffic Theory*. New York: Elsevier, 1974: 345 - 373.
- [4] FISK C S. Game theory and transportation systems modeling [J]. *Transportation Research*, 1984, 18B(4 - 5): 301 - 313.
- [5] 葛颖恩. 交通分配与信号控制组合问题[D]. 上海: 同济大学, 1999.
(GE Ying'en. *The combined traffic assignment and signal control problem* [D]. Shanghai: Tongji University, 1999.)
- [6] 杨超, 杨佩昆. 均衡网络下交通控制策略的研究[J]. 中国公路学报, 1999, 12(3): 90 - 94.
(YANG Chao, YANG Peikun. Research on traffic control strategy under equilibrium network [J]. *China J of Highway and Transport*, 1999, 12(3): 90 - 94.)
- [7] 殷亚峰, 陆化普. 动态网络交通信号配时模型研究[J]. 公路交通科技, 1997, 14(3): 11 - 16.
(YIN Yafeng, LU Huapu. A dynamic network traffic signal setting model [J]. *J of Highway and transportation Research and Development*, 1997, 14(3): 11 - 16.)
- [8] CHEN O J, BEN-AKIVA M E. Game-theoretic formulations of interaction between dynamic traffic control and dynamic traffic assignment [J]. *Transportation Research Record* 1617, 1998, 1617: 179 - 188.
- [9] 马寿峰. 智能交通系统中控制与诱导问题的研究[D]. 天津: 天津大学, 1999.
(MA Shoufeng. *Study on traffic control and vehicle route guidance in intelligent transport systems* [D]. Tianjin: Tianjin University, 1999.)
- [10] 徐建闽, 许伦辉, 撒元功. 交叉口有交通信号控制时用户最优动态配流模型[J]. 控制理论与应用, 2000, 17(1): 117 - 120.
(XU Jianmin, XU Lunhui, Sa Yuangong. Dynamic user-optimal assignment model of road network with traffic signal control at its intersections [J]. *Control Theory & Applications*, 2000, 17(1): 117 - 120.)
- [11] MARTIN J O, ARIEL R. 博弈论教程[M]. 魏玉根译. 北京: 中国社会科学出版社, 2000.
(MARTIN J O, ARIEL R. Translated by WEI Yugen. *A Course in Game Theory* [M]. Beijing: China Social Sciences Press, 2000.)
- [12] 刘知贵, 黄正良. Stackelberg 对策综述[J]. 西南工学院学报, 1999, 14(2): 5 - 12.
(LIU Zhigui, HUANG Zhengliang. Survey on Stackelberg game [J]. *J of Southwest Institute of Technology*, 1999, 14(2): 5 - 12.)
- [13] 盛昭翰. 主从递阶决策论——STACKELBERG 问题[M]. 北京: 科学出版社, 2000.
(SHENG Zhaohan. *Decision-making Theory with Leader-follower Strategy—Stackelberg Problem* [M]. Beijing: Sciences Press, 2000.)
- [14] 陆化普. 智能运输系统[M]. 北京: 人民交通出版社, 2002.
(LU Huapu. *Intelligent Transportation Systems* [M]. Beijing: China Communication Press, 2002.)
- [15] 邵长桥. 平面信号交叉口延误分析[D]. 北京: 北京工业大学, 2002.
(SHAO Changqiao. *Analysis of delay at urban signalized intersections* [D]. Beijing: Beijing University of Technology, 2002.)
- [16] 荆便顺. 道路交通控制工程[M]. 北京: 人民交通出版社, 1995.
(JING Bianshun. *Road Traffic Control Engineering* [M]. Beijing: China Communication Press, 1995.)
- [17] ZHENG Y P, BASAR T, CRUZ J B, JR. Stackelberg Strategies and incentives in multiperson deterministic decision problems [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1984, 14(1): 10 - 24.
- [18] 康立山, 谢云, 尤矢勇, 等. 非数值并行算法—模拟退火算法[M]. 北京: 科学出版社, 1994.
(KANG Lishan, XIE Yun, YOU Shiyong, et al. *Non-numerical Parallel Algorithms—Simulated Annealing Algorithm* [M]. Beijing: Science Press, 1994.)

作者简介:

李振龙 (1976—), 男, 中国科学院自动化研究所博士研究生, 研究方向为智能交通系统, E-mail: zhenlong.li@mail.ia.ac.cn.