

基于观测器的一类非线性系统的自适应模糊控制

王永富¹, 柴天佑¹, 迟 瑛¹, 佟绍成²

(1. 东北大学 自动化研究中心, 辽宁 沈阳 110004; 2. 辽宁工学院, 辽宁 锦州 121001)

摘要: 针对一类有界的不确定非线性系统设计了模糊观测器和自适应控制器. 该方法不需要系统状态完全可测的条件, 而是通过模糊观测器估计系统的状态变量并且能保证观测误差是一致最终有界的. 该自适应控制器取得了良好的控制效果并且保证了跟踪误差的一致最终有界性. 仿真结果表明了本文所提出的方法有效性.

关键词: 模糊基函数; 观测器; 一致最终有界; 自适应模糊控制

中图分类号: TP273 **文献标识码:** A

Observer-based adaptive fuzzy control for a class of nonlinear systems

WANG Yong-fu¹, CHAI Tian-you¹, CHI Ying¹, TONG Shao-cheng²

(1. Research Center of Automation, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110004, China;

2. Liaoning Institute of Technology, Jinzhou Liaoning 121001, China)

Abstract: An observer-based robust adaptive controller for a class of nonlinear systems with uncertainties and external bounded disturbances is presented. It is assumed that only the system output variable can be measured, the state variables are estimated via a fuzzy observer that can guarantee the uniformly ultimate bounds of the observer errors. The adaptive controller with a fuzzy observer is designed to control a class of nonlinear systems with uncertainties and external bounded disturbances, and the adaptive controller can guarantee the uniformly ultimate bounds of the tracking errors. Simulation results demonstrate the effectiveness of the proposed method in order to achieve the desired performance.

Key words: fuzzy basis function; observer; uniformly ultimately bounded; adaptive fuzzy control

1 引言(Introduction)

线性系统的自适应控制至今已发展得相当完善. 近年来, 基于微分几何理论的仿射非线性系统的自适应控制也取得了很大进展. 但对一般非线性系统, 其自适应控制问题仍然相当困难. 首先, 很难找到合适的不确定系统的动态模型结构. 其次, 不存在一般形式的自适应控制律. 由于非线性系统自适应控制的高难性和复杂性, 使得传统的自校正控制和模型参考自适应等方法在非线性系统中显得无能为力.

WANG 在文献[1]提出了稳定的非线性模糊自适应控制方法, 为用模糊逻辑系统研究未知的非线性系统的控制问题开辟了新的途径. 此后, 国内外学者对其方法进行了广泛而深入的研究并取得许多重要成果. 文献[2]对 WANG 的方案做了改进, 证明了两个新的结论: 1) 原来的监督控制可以取消; 2) 渐

近稳定的条件可由 $w(t)$ 平方可积放宽到 $w(t) \rightarrow 0$. 文献[3~5]针对一类非线性系统考虑到模糊系统逼近误差和外扰两种不确定性的存在, 引入 H_∞ 控制器来减小对跟踪误差的影响. 文献[6]把模糊控制与滑模控制进行了结合. 上述成果中, 自适应模糊控制算法都利用了系统的状态是完全可测的条件. 而在很多实际系统中的状态变量并不完全可测, 如机器人系统中机器人的角位置可以通过编码器精确得到, 但对机器人角速度的处理一般很少用硬件测速仪直接检测, 因为这种方法增加了成本同时被检测的信号易被噪声污染. 对机器人角速度的处理一般采用估计方法: 1) 通过检测到的角位置采用数字差分方法求出角速度; 2) 设计状态观测器估计角速度. 在对机器人位置定位调节及跟踪要求较精确的情况下, 采用差分方法所得到的角速度及跟踪效果并不十分理想, 近些年采用观测器方法得到了重视^[7].

无论是从自适应模糊控制理论的发展还是在实际应用中的探索,研究基于观测器的自适应模糊控制具有一定意义.

近几年,有几位学者对基于模糊基函数模型的模糊观测器和控制器进行了研究,但在这几篇文献中还存在一些问题值得探讨与改进.在文献[8]中,控制器方程中 u_s 的监督补偿控制项及自适应参数 $\hat{\theta}$ 中都是用误差 $\bar{e}$ 来调节的,而 $\bar{e}$ 中是包含全部状态信息的,所以说此控制器还是基于完全状态反馈的,关于该文更详细的评论参见文献[9].在文献[10]中,存在以下几个问题需要改进:1) 此文是对跟踪误差进行观测,而不是直接对状态进行观测;2) 此文在应用严格正实得到 $PB_c = C_c$,要求 $P = P^T > 0$ 和 $B_c = [0 \cdots b_m]^T$ 条件,实际上此时 P 是无解的;3) 此文在仿真中只对角位置 x_1 进行了状态估计和跟踪,而对角速度 x_2 并没有进行状态估计和跟踪.而实际上应主要是对 x_2 进行状态估计,因为 x_1 的信息是可测的.

本文针对上面相同的不确定非线性系统,在上述文献及文献[11,12]的基础上设计了基于模糊基函数模型的模糊观测器和模糊控制器.本文和文献[8,10]的主要不同在于:1) 本文采用类似线性系统教科书中的方法,既直接对状态进行观测,而不是对跟踪误差进行观测;2) 针对文献[8,10]中的不可实现和无解问题进行了改进;3) 在仿真中对角位置 x_1 和角速度 x_2 都进行了观测与跟踪;4) 在仿真中为了验证模糊观测器的有效性,在相同控制器和参数的情况下与机器人中常用的传统高增益观测器^[13]进行了对比研究.

2 问题描述(Problem fomulation)

考虑如下单输入单输出非线性系统^[3,9,10,11]

$$\begin{cases} \dot{x}^{(n)} = f(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)}) + g(x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})u + d, \\ y = x. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $\underline{x} = (x, \dot{x}, \dots, x^{(n-1)})^T \in \mathbb{R}^n$ 是系统的状态向量, $u \in \mathbb{R}$ 和 $y \in \mathbb{R}$ 分别是系统的输入和输出, f 和 g 是未知的有界连续函数, d 是未知但有界的外扰,系统只有 y 是可检测的.

方程(1)等价于

$$\begin{cases} \dot{\underline{x}} = A\underline{x} + B[f(\underline{x}) + g(\underline{x})u + d], \\ y = C\underline{x}. \end{cases} \quad (2)$$

其中

$$A = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & \cdots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 \end{bmatrix}, B = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix},$$

$$C = [1 \ 0 \ \cdots \ 0 \ 0].$$

设 y_r 是给定的有界参考信号, $\hat{\underline{x}}$ 是状态向量 $\underline{x}$ 的估计, $e_1 = y_r - y$ 是系统的输出跟踪误差, $\underline{\hat{x}} = \underline{x} - \hat{\underline{x}}$ 是状态观测误差向量.引入如下记号

$$\underline{y}_r = [y_r, \dot{y}_r, \dots, y_r^{(n-1)}]^T,$$

$$\underline{e} = \underline{y}_r - \underline{x} = [e, \dot{e}, \dots, e^{(n-1)}]^T,$$

$$\underline{\hat{e}} = \underline{y}_r - \hat{\underline{x}} = [\hat{e}, \dot{\hat{e}}, \dots, \hat{e}^{(n-1)}]^T.$$

控制任务是针对非线性系统(2),设计自适应观测器、模糊控制器及参数向量 θ_f, θ_g 使得满足:

1) 状态观测误差 $\underline{\hat{x}}$ 和自适应参数误差 $\bar{\theta}_f$ 和 $\bar{\theta}_g$ 是一致最终有界的(UUB);

2) 采用本文设计的观测器进行状态反馈控制,闭环系统所涉及的变量是有界的并且状态跟踪误差 e 是 UUB.

3 基于模糊基函数的自适应观测器(Adaptive observer based on FBF)

对于非线性系统(2)的状态观测器设计为

$$\begin{cases} \dot{\hat{\underline{x}}} = A\hat{\underline{x}} + B[\hat{f}(\hat{\underline{x}}) + \hat{g}(\hat{\underline{x}})u - v] + K(y - C\hat{\underline{x}}), \\ \hat{y} = C\hat{\underline{x}}. \end{cases} \quad (3)$$

其中, $K = [k_1 \ k_2 \ \cdots \ k_n]^T$ 为观测器增益向量,系数的选择使 $A - KC$ 为 Hurwitz. v 是保证观测器鲁棒观测的补偿控制项,用来抑制不确定性.

用式(2)减式(3),并经过几步直接的运算后可得如下的动态方程

$$\begin{cases} \dot{\underline{\hat{x}}} = (A - KC)\underline{\hat{x}} + B[\tilde{f}(\underline{x}, \hat{\underline{x}}) + \tilde{g}(\underline{x}, \hat{\underline{x}})u + v + d], \\ \hat{y} = C\underline{\hat{x}}. \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\tilde{f}(\underline{x}, \hat{\underline{x}}) = f(\underline{x}) - \hat{f}(\hat{\underline{x}})$, $\tilde{g}(\underline{x}, \hat{\underline{x}}) = g(\underline{x}) - \hat{g}(\hat{\underline{x}})$ 和 $\tilde{y} = y - \hat{y}$. 根据模糊基函数逻辑系统的万能逼近性质, $f(\underline{x})$ 和 $g(\underline{x})$ 的最优逼近分别为 $\theta_f^* T_{\xi_f}(\underline{x})$ 和 $\theta_g^* T_{\xi_g}(\underline{x})$, 而最优逼近误差分别为 $\epsilon_f(\underline{x})$ 和 $\epsilon_g(\underline{x})$. 定义下面最优参数估计值

$$\begin{cases} \underline{\theta}_f^* = \operatorname{argmin}_{\theta_f \in \Omega_f} [\sup_{\underline{x} \in \Omega_x} \|\hat{f}(\underline{x} | \theta_f) - f(\underline{x})\|], \\ \underline{\theta}_g^* = \operatorname{argmin}_{\theta_g \in \Omega_g} [\sup_{\underline{x} \in \Omega_x} \|\hat{g}(\underline{x} | \theta_g) - g(\underline{x})\|]. \end{cases} \quad (5)$$

其中 Ω_f, Ω_g 和 Ω_x 分别表示 θ_f, θ_g 和 x 的有界闭集.

定义基于观测器的模糊逻辑系统 $\hat{f}(\hat{x}), \hat{g}(\hat{x})$ 为

$$\begin{cases} \hat{f}(\hat{x}) = \hat{\theta}_f^T \xi_f(\hat{x}), \\ \hat{g}(\hat{x}) = \hat{\theta}_g^T \xi_g(\hat{x}). \end{cases} \quad (6)$$

其中 $\theta = (\theta_1, \theta_2, \dots, \theta_k)^T$ 和 $\xi = (\xi_1, \xi_2, \dots, \xi_k)^T$ 分别是可调参数向量和模糊基函数向量. 由上述定义可推出 $\tilde{f}(x, \hat{x})$ 的表达式为

$$\tilde{f}(x, \hat{x}) = \theta_f^{*T} \xi_f(x) + \varepsilon_f(x) - \hat{\theta}_f^T \xi_f(\hat{x}). \quad (7)$$

在式(7)中分别增加和减去一项 $\theta_f^{*T} \xi_f(\hat{x})$ 经过几步直接运算式(7)可改写为

$$\tilde{f}(x, \hat{x}) = \bar{\theta}_f^T \xi_f(\hat{x}) + \varepsilon_f(x) + \omega_f(t). \quad (8)$$

其中: $\omega_f(t) = \theta_f^{*T} \tilde{\xi}_f(x, \hat{x})$, 自适应参数估计误差为 $\bar{\theta}_f = \theta_f^* - \hat{\theta}_f$, $\dot{\bar{\theta}}_f = \dot{\hat{\theta}}_f$, 模糊基函数误差为 $\tilde{\xi}_f(x, \hat{x}) = \xi_f(x) - \xi_f(\hat{x})$ 同理, 可推出 $\tilde{g}(x, \hat{x})$ 的表达式为

$$\tilde{g}(x, \hat{x}) = \bar{\theta}_g^T \xi_g(\hat{x}) + \varepsilon_g(x) + \omega_g(t). \quad (9)$$

其中: $\omega_g(t) = \theta_g^{*T} \tilde{\xi}_g(x, \hat{x})$, 自适应参数估计误差为 $\bar{\theta}_g = \theta_g^* - \hat{\theta}_g$, $\dot{\bar{\theta}}_g = -\dot{\hat{\theta}}_g$.

定义模糊系统逼近误差和状态观测误差分别为

$$\begin{cases} \varepsilon_a = \varepsilon_f(x) + \varepsilon_g(x)u, \\ \omega_o = \omega_f(t) + \omega_g(t)u = \theta_f^{*T} \tilde{\xi}_f(x, \hat{x}) + \theta_g^{*T} \tilde{\xi}_g(x, \hat{x})u. \end{cases} \quad (10)$$

那么, 上面提出的状态观测器(3)和观测动态误差(4) 分别可改写为

$$\begin{cases} \dot{\hat{x}} = A\hat{x} + B[\hat{\theta}_f^T \xi_f(\hat{x}) + \hat{\theta}_g^T \xi_g(\hat{x})u - v] + K(y - C\hat{x}), \\ y = C\hat{x}, \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}} = (A - KC)\bar{x} + B[\bar{\theta}_f^T \xi_f(\hat{x}) + \bar{\theta}_g^T \xi_g(\hat{x})u + v + \omega], \\ \bar{y} = C\bar{x}. \end{cases} \quad (12)$$

其中 $\omega = \omega_o + \varepsilon_a + d$ 为总的不确定项. 为了应用严格正实 Lyapunov 设计方法分析观测误差的一致最终有界, 式(12)可改为如下形式

$$\bar{y} = H(s)[\bar{\theta}_f^T \xi_f(\hat{x}) + \bar{\theta}_g^T \xi_g(\hat{x})u + v + \omega]. \quad (13)$$

其中 $H(s)$ 为一稳定的传递函数, 其状态空间表示为 $(A - KC, B, C)$. 选择一稳定的传递函数 $L(s)$, 使 $H(s)L(s)$ 是严正实的, 则式(13)可变换为

$$\bar{y} = H(s)L(s)[\bar{\theta}_f^T \xi_f^l(\hat{x}) + \bar{\theta}_g^T \xi_g^l(\hat{x})u + v^l + \omega^l]. \quad (14)$$

其中

$$\xi_f^l(\hat{x}) = L^{-1}(s)\xi_f(\hat{x}), \quad \xi_g^l(\hat{x}) = L^{-1}(s)\xi_g(\hat{x}),$$

$$v^l = L^{-1}(s)v, \quad \omega^l = L^{-1}(s)(\omega + \delta),$$

$$\delta = \bar{\theta}_f^T \xi_f + \bar{\theta}_g^T \xi_g u - L(s)(\bar{\theta}_f^T \xi_f^l + \bar{\theta}_g^T \xi_g^l u).$$

因为 $H(s)L(s)$ 是 SPR, 根据 Kalman-Yacub-Popov 定理, 存在一对称正定矩阵 P 和 Q 使得

$$\begin{cases} (A - KC)^T P + P(A - KC) = -Q, \\ PB_c = C^T. \end{cases} \quad (15)$$

其中: $B_c = [b_1 \quad b_2 \quad \dots \quad b_n]^T, A_c = A - KC, C_c = C$.

那么, 式(14)的状态空间实现表示如下

$$\begin{cases} \dot{\bar{z}} = A_c \bar{z} + B_c[\bar{\theta}_f^T \xi_f^l(\hat{x}) + \bar{\theta}_g^T \xi_g^l(\hat{x})u + v^l + \omega^l], \\ \bar{y} = C_c \bar{z}. \end{cases} \quad (16)$$

假设 ω 和 δ 满足条件 $\|\omega\| \leq k, \|\delta\| \leq \beta$. 其中 k 和 β 是正常数.

说明 总的不确定项 ω 是由模糊建模误差和外界扰动两项组成, 由万能逼近定理和外界扰动是有界的, 可知 $\|\omega\| \leq k$ 的假设是合理的. 由式(17), (18) 及文献[1] 可知 $\|\theta_f\| \leq M_f$ 和 $\|\theta_g\| \leq M_g$, 我们知道 $\bar{\theta}_f = \theta_f^* - \hat{\theta}_f$ 和 $\bar{\theta}_g = \theta_g^* - \hat{\theta}_g$, 而由最优参数 $\|\theta_f^*\| \leq M_f$ 和 $\|\theta_g^*\| \leq M_g$ 及范数不等式, 可推得 $\|\bar{\theta}_f\| \leq 2M_f$ 和 $\|\bar{\theta}_g\| \leq 2M_g$. 由 σ 的定义及范数不等式, 可知 $\|\delta\| \leq \beta_1 \|\bar{\theta}_f\| + \beta_2 \|\bar{\theta}_g\|$, 综上可知 $\|\delta\| \leq \beta$ 的假设也是合理的.

定理 1 在假设成立的条件下对于系统(1), 相应的观测器为式(11), $\hat{\theta}_f$ 和 $\hat{\theta}_g$ 的自适应律为式(17)和(18), 其中 v 为式(19) 观测器的鲁棒控制项, 则状态观测误差 $\bar{x}(t)$ 和自适应参数误差 $\bar{\theta}_f$ 和 $\bar{\theta}_g$ 是一致最终有界

$$\hat{\theta}_f = \begin{cases} \gamma_1 \xi_f^l(\hat{x}) \bar{y}, & \text{当 } \|\bar{\theta}_f\| < M_f, \\ \text{或 } \hat{\theta}_f = M_f \text{ 且 } \gamma_1 \xi_f^l(\hat{x}) \bar{y} \geq 0, \\ P_f[\cdot], & \text{当 } \|\bar{\theta}_f\| = M_f \text{ 且 } \gamma_1 \xi_f^l(\hat{x}) \bar{y} < 0, \end{cases} \quad (17)$$

$$\hat{\underline{\theta}}_g = \begin{cases} \gamma_2 \underline{\xi}_g^l(\underline{\hat{x}}) \tilde{y} u, & \text{当 } \|\underline{\hat{\theta}}_g\| < M_g, \\ \text{或 } \|\underline{\hat{\theta}}_g\| = M_g \text{ 且 } \gamma_2 \underline{\xi}_g^l(\underline{\hat{x}}) \tilde{y} u \geq 0, \\ P_g[\cdot], & \text{当 } \|\underline{\hat{\theta}}_g\| = M_g \text{ 且 } \gamma_2 \underline{\xi}_g^l(\underline{\hat{x}}) \tilde{y} u < 0, \end{cases} \quad (18)$$

$$v = -\rho \operatorname{sign}(\tilde{y}), \rho \geq k + \beta, \operatorname{sign}(\tilde{y}) = \begin{cases} 1, & \tilde{y} \geq 0, \\ -1, & \tilde{y} < 0. \end{cases} \quad (19)$$

其中: $P_f[\cdot]$ 和 $P_g[\cdot]$ 如文献[1]所定义的投影算子.

证 取 Lyapunov 函数为

$$V = \frac{1}{2} \underline{\tilde{z}}^T P \underline{\tilde{z}} + \frac{1}{2\gamma_1} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\tilde{\theta}}_f) + \frac{1}{2\gamma_2} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\tilde{\theta}}_g), \quad (20)$$

求方程(20)的微分,可推出

$$\dot{V} = \frac{1}{2} \underline{\dot{\tilde{z}}}^T P \underline{\tilde{z}} + \frac{1}{2} \underline{\tilde{z}}^T P \underline{\dot{\tilde{z}}} + \frac{1}{\gamma_1} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\dot{\tilde{\theta}}}_f) + \frac{1}{\gamma_2} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\dot{\tilde{\theta}}}_g), \quad (21)$$

$$\begin{aligned} \dot{V} = & \frac{1}{2} [\underline{\tilde{z}}^T A^T P \underline{\tilde{z}} + \underline{\xi}_f^T \underline{\tilde{\theta}}_f B^T P \underline{\tilde{z}} + \underline{\xi}_g^T \underline{\tilde{\theta}}_g B^T P \underline{\tilde{z}} + v^T B^T P \underline{\tilde{z}} + \omega^T B^T P \underline{\tilde{z}}] + \\ & \frac{1}{2} [\underline{\tilde{z}}^T P A \underline{\tilde{z}} + \underline{\tilde{z}}^T P B \underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\xi}_f^T + \underline{\tilde{z}}^T P B \underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\xi}_g^T u + \underline{\tilde{z}}^T P B v^T + \underline{\tilde{z}}^T P B \omega^T] + \\ & \frac{1}{\gamma_1} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\dot{\tilde{\theta}}}_f) + \frac{1}{\gamma_2} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\dot{\tilde{\theta}}}_g). \end{aligned} \quad (22)$$

因为 $P B \underline{\tilde{z}} = C \underline{\tilde{z}} = \tilde{y}$, $\underline{\dot{\tilde{\theta}}}_f = -\underline{\dot{\tilde{\theta}}}_f$, $\underline{\dot{\tilde{\theta}}}_g = -\underline{\dot{\tilde{\theta}}}_g$, 并结合式(17),(18)和(19)可得

$$\dot{V} = -\frac{1}{2} \underline{\tilde{z}}^T Q \underline{\tilde{z}} + \tilde{y} [\underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\xi}_f^l + \underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\xi}_g^l u + v^T + \omega^T] + \frac{1}{\gamma_1} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\dot{\tilde{\theta}}}_f) + \frac{1}{\gamma_2} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\dot{\tilde{\theta}}}_g), \quad (23)$$

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|\underline{\tilde{z}}\|^2 + \tilde{y} [\underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\xi}_f^l + \underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\xi}_g^l u] + \frac{1}{\gamma_1} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\dot{\tilde{\theta}}}_f) + \frac{1}{\gamma_2} \operatorname{tr}(\underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\dot{\tilde{\theta}}}_g), \quad (24)$$

$$\dot{V} \leq -\frac{1}{2} \lambda_{\min}(Q) \|\underline{\tilde{z}}\|^2. \quad (25)$$

说明状态观测误差 $\underline{\tilde{z}}(t)$ 和自适应参数误差 $\underline{\tilde{\theta}}_f$ 和 $\underline{\tilde{\theta}}_g$ 是一致最终有界(UUB)的.

考虑方程(12)的 $\underline{\hat{x}}(t)$ 估计误差, $\underline{\hat{x}}(t)$ 轨迹可表示如下形式

$$\underline{\hat{x}}(t) = \phi(t, 0) \underline{\hat{x}}(0) + \int_0^t \phi(t, \tau) B U_1(\tau) d\tau. \quad (26)$$

其中 $U_1 = \underline{\tilde{\theta}}_f^T \underline{\xi}_f(\underline{\hat{x}}) + \underline{\tilde{\theta}}_g^T \underline{\xi}_g(\underline{\hat{x}}) u + v + \omega$, 对上式两边取范数并由范数不等式及文献[11]中的引理 2.2 可得

$$\|\underline{\hat{x}}(t)\| \leq C_1 + (C_2 + C_3 \|\underline{\tilde{\theta}}_f\|_2^2 + C_4 \|\underline{\tilde{\theta}}_g\|_2^2) \frac{1}{\sqrt{\alpha}}. \quad (27)$$

其中: C_1 是按指数衰减到零, C_2, C_3 和 C_4 是正数. 因 $\underline{\tilde{\theta}}_f$ 和 $\underline{\tilde{\theta}}_g$ 是一致最终有界(UUB)并结合上式可知 $\underline{\hat{x}}(t)$ 是一致最终有界(UUB)的, 即目标 1) 达到.

4 间接自适应模糊控制器 (Indirect adaptive fuzzy controller)

如果系统(1)的状态可测, $f(\underline{x})$ 和 $g(\underline{x})$ 已知, 并且 $d = 0$, 知理想控制律为

$$u = \frac{1}{g(\underline{x})} [-f(\underline{x}) + y_r^{(n)} + L \underline{e}]. \quad (28)$$

把式(28)代入式(1)得

$$e^{(n)} + l_1 e^{(n-1)} + \dots + l_n e = 0. \quad (29)$$

显然, 如果取向量 $L = [l_1 \ l_2 \ \dots \ l_n]$ 使 $h(s) = s^n + l_1 s^{n-1} + \dots + l_n$ 为 Hurwitz, 则有 $\lim_{t \rightarrow \infty} |e(t)| = 0$. 然而在系统状态不可测, $f(\underline{x})$ 和 $g(\underline{x})$ 未知并且 $d \neq 0$ 的情况下, 获得理想的控制器(28)是不可能的, 于是采用前文所构造的模糊逻辑系统 $\hat{f}(\underline{\hat{x}}), \hat{g}(\underline{\hat{x}})$ 来逼近 $f(\underline{x})$ 和 $g(\underline{x})$. 则间接自适应模糊控制律为

$$u = \frac{1}{\hat{g}(\underline{\hat{x}})} [-\hat{f}(\underline{\hat{x}}) + y_r^{(n)} + L \underline{\hat{e}} - u_a]. \quad (30)$$

其中 u_a 为考虑模糊建模误差和外扰的鲁棒补偿控制. 把式(30)代入式(1), 并经过几步直接的运算后, 可得如下的跟踪误差方程:

$$\begin{aligned} \dot{\underline{e}} = & A \underline{e} + B([\hat{f}(\underline{\hat{x}}) - f(\underline{x})] + [\hat{g}(\underline{\hat{x}}) - g(\underline{x})]u) + \\ & B u_a - B d - B L \underline{\hat{e}}. \end{aligned} \quad (31)$$

将前文式(7)和式(9)代入式(31), 经整理后跟踪误差方程式(31)能被写成如下

$$\dot{\underline{e}} = A \underline{e} - B L \underline{\hat{e}} - B(\underline{\xi}_f^T(\underline{\hat{x}}) \underline{\tilde{\theta}}_f + \underline{\xi}_g^T(\underline{\hat{x}}) \underline{\tilde{\theta}}_g u) + B u_a - B \omega. \quad (32)$$

定理 2 在假设成立的条件下, 对于系统(1)如果采用控制方案(33), 系统状态采用观测器(11)估计, 自适应参数调节采用式(17)和(18), 那么跟踪误差是一致最终有界(UUB)的并且闭环系统所涉及的变量是有界的.(系统总体结构如图 1)

$$\begin{cases} u = \frac{1}{\underline{\xi}_g^T(\underline{\hat{x}}) \underline{\hat{\theta}}_g} [-\underline{\xi}_f^T(\underline{\hat{x}}) \underline{\hat{\theta}}_f + y_r^{(n)} + L \underline{\hat{e}} - u_a], \\ u_a = v. \end{cases} \quad (33)$$

现证明跟踪误差是一致最终有界(UUB)的.

$$\bar{e} = e - \hat{e} = y_r - \underline{x} - y_r + \hat{x} = \hat{x} - \underline{x} = -\bar{x}, \quad (34)$$

把式(34)代入式(31),经运算后可得如下的跟踪误差方程

$$\dot{\bar{e}} = (A - BL)\bar{e} - B(\xi_f^T(\hat{x})\bar{\theta}_f + \xi_g^T(\hat{x})\bar{\theta}_g u + L\bar{e} + u_a - \omega). \quad (35)$$

考虑方程(35)的 $\bar{e}(t)$ 跟踪误差, $\bar{e}(t)$ 轨迹可表示如下形式

$$\bar{e}(t) = \phi(t, 0)\bar{e}(0) + \int_0^t \phi(t, \tau)BU_2(\tau)d\tau. \quad (36)$$

其中

$$U_2 = \bar{\theta}_f^T \xi_f(\hat{x}) + \bar{\theta}_g^T \xi_g(\hat{x})u + L\bar{e} + u_a - \omega.$$

对上式两边取范数并由范数不等式及文献[11]的引理2.2可得

$$\|\bar{e}(t)\| \leq D_1 + (D_2 + D_3\|\bar{\theta}_f\|_2^\alpha + D_4\|\bar{\theta}_g\|_2^\alpha + D_5\|\bar{e}\|_2^\alpha) \frac{1}{\sqrt{\alpha}}. \quad (37)$$

其中: D_1 是按指数衰减到零; D_2, D_3, D_4 和 D_5 是正数. 从前文已证 $\bar{\theta}_f, \bar{\theta}_g$ 和 $\bar{e}$ 是一致最终有界(UUB)并结合上式可知 $\bar{e}(t)$ 是一致最终有界(UUB)的. 由式(1)的假设知外扰是未知而有界的, 从式(34)可推得 $\hat{e}(t)$ 是有界的, 由式 $e = y_r - \underline{x}$ 可推得 $\underline{x}(t)$ 是有界的, 由式 $\hat{e} = y_r - \hat{x}$ 可推得 $\hat{x}(t)$ 是有界的, 即目标2)达到.

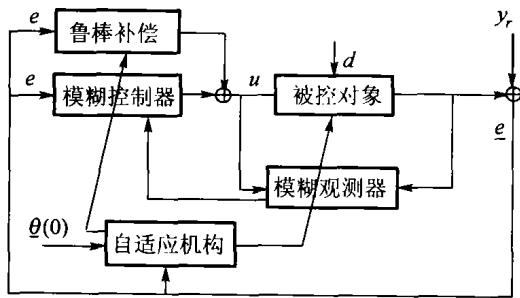


图1 间接自适应模糊控制系统结果

Fig. 1 Block diagram of indirect adaptive fuzzy control

5 仿真结果(Simulation)

把本文所提出的自适应模糊观测器用于如下机械手的仿真,机械手的动态模型为^[11]

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \left(\frac{u - 0.5mgl \sin x_1}{M} + d \right), \\ y = x_1. \end{cases}$$

其中, $x_1 = q$ 是角位移, $x_2 = \dot{q}$ 是角速度, $l = 1$ 是

连杆长度, $g = 9.8$ 是重力加速度, $m = 1$ 是杆的质量, u 为驱动力矩, $d = \text{square}(t)$ 是外扰, $M = 0.5$.

1) 建立自适应模糊逻辑系统.

$$\mu_{F_1^1}(x_i) = 1/[1 + \exp(5(x_i + 2))],$$

$$\mu_{F_1^2}(x_i) = \exp[-(x_i + 0.5)^2],$$

$$\mu_{F_1^3}(x_i) = \exp[-(x_i + 0.5)^2],$$

$$\mu_{F_1^4}(x_i) = \exp[-(x_i - 0.5)^2],$$

$$\mu_{F_1^5}(x_i) = \exp[-(x_i - 1.5)^2],$$

$$\mu_{F_1^6}(x_i) = 1/[1 + \exp[-5(x_i - 2)]].$$

建立如下的模糊规则库

$$R^{(j)}: \text{If } (x_1 \text{ is } F_1^j) \text{ and } (x_2 \text{ is } F_2^j)$$

$$\text{Then } y \text{ is } G^j, j = 1, 2, \dots, 6.$$

$$\text{设 } \text{sum} = \sum_{j=1}^6 \prod_{i=1}^2 \mu_{F_i^j}(x_i),$$

模糊基函数向量

$$\xi(\underline{x}) = ((\mu_{F_1^1}\mu_{F_2^1})/\text{sum}, \dots, (\mu_{F_1^6}\mu_{F_2^6})/\text{sum})^T.$$

2) 模糊状态观测器及控制器的参数.

选择 $\gamma_1 = 5 \times 10^{-1}, \gamma_2 = 5 \times 10^{-2}, K = [80 \ 800], L = [2 \ 1], L^{-1} = 1/(s + 3)$, 参考输入 $y_r = \sin(t)$. 状态初始点及初始参数为 $x_1 = 0.5, x_2 = 0.5, \hat{x}_1 = 0.1, \hat{x}_2 = 0, \bar{\theta}_f = (-8, -6, -1, 3, 8, 1), \bar{\theta}_g = (5, 4, 2, 6, 5, 3), u_a = -26\text{sgn}(x_1 - \hat{x}_1)$.

图2(a), (b)分别是基于模糊观测器所形成的角位置 x_1 与角速度 x_2 的跟踪曲线, 图2(c), (d)分别是角位置 x_1 与角速度 x_2 的观测误差曲线.

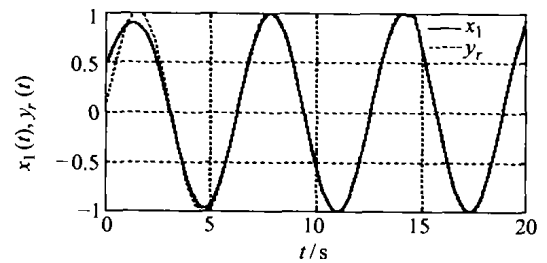


图2(a) x_1 和 y_r 的跟踪曲线

Fig. 2(a) Trajectories of the state of x_1 and y_r

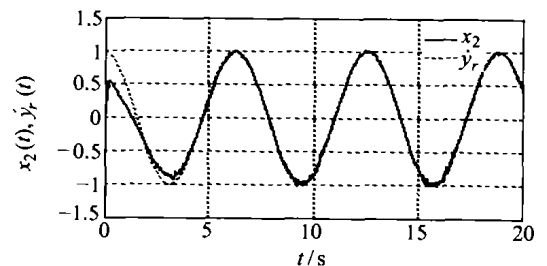


图2(b) x_2 和 y_r 的跟踪曲线

Fig. 2(b) Trajectories of the state of x_2 and y_r

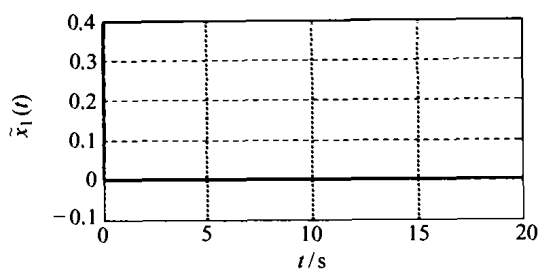


图 2(c) 角位置 x_1 的观测误差曲线
Fig. 2 (c) Observer error of the state of x_1

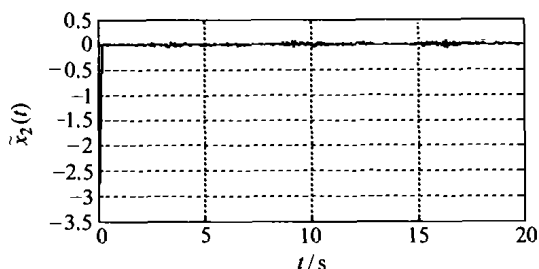


图 2(d) 角速度 x_2 的观测误差曲线
Fig. 2(d) Observer error of the state of x_2

3) 高增益观测器的参数.

把上面的模糊观测器改为高增益观测器^[13], 其它参数不变, 选择高增益观测器的系数为

$$H_p = 0.03, H_v = 0.06, \varepsilon = 0.001.$$

图 3(a), (b) 分别是基于高增益观测器所形成的角位置 x_1 与角速度 x_2 的跟踪曲线, 图 3(c), (d) 分别是基于高增益观测器所形成的角位置 x_1 与角速度 x_2 的观测误差曲线.

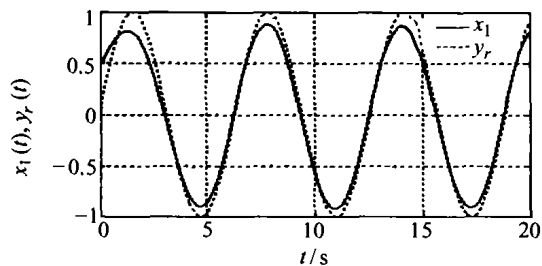


图 3(a) x_1 和 y_r 的跟踪曲线
Fig. 3(a) Trajectories of the state of x_1 and y_r

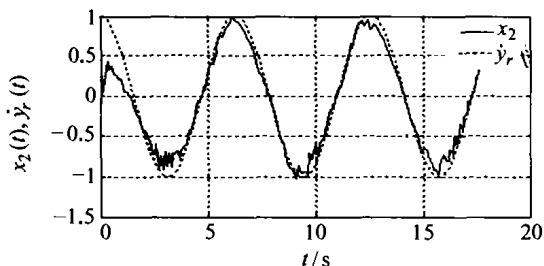


图 3(b) x_2 和 y_r 的跟踪曲线
Fig. 3(b) Trajectories of the state of x_2 and y_r

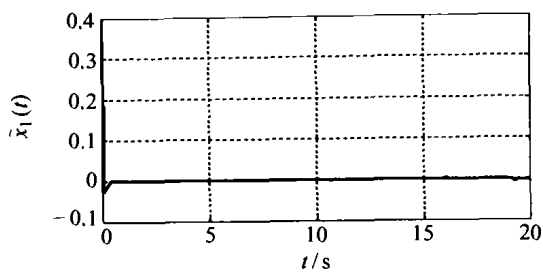


图 3(c) 角位置 x_1 的观测误差曲线
Fig. 3(c) Observer error of the state of x_1

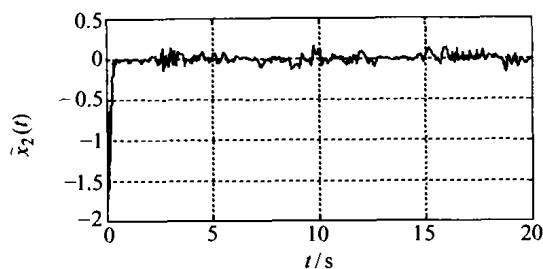


图 3(d) 角速度 x_2 的观测误差曲线
Fig. 3(d) Observer error of the state of x_2

从上面仿真结果可以看出, 本文采用的模糊观测器及其控制器在外扰等不确定情况存在下, 无论是从状态观测效果还是跟踪效果上看都好于高增益观测器.

注 1 在用 Ode45 进行仿真分析时, 要把自适应律和观测器方程看成原状态空间的增广.

注 2 模糊观测器 v 的选择对观测效果与跟踪效果的影响是至关重要的.

6 结论 (Conclusions)

本文针对一类单输入单输出不确定系统, 提出一种基于观测器的模糊间接自适应控制算法. 该算法不但能保证观测误差和跟踪误差是一致最终有界的, 而且可改进目前模糊自适应控制算法中需要系统的状态必须可测的条件. 机械手臂控制的仿真结果表明了所提出方法的实用性和有效性.

参考文献 (References):

- [1] WANG L X. Stable adaptive fuzzy control of nonlinear systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1993, 1(2): 146–155.
- [2] 张乃尧, 金晖. 对稳定的模糊自适应控制方案的研究与改进 [J]. *自动化学报*, 1997, 23(2): 160–166.
(ZHANG Naiyao, JIN Hui. Study and modification on stable adaptive fuzzy control [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(2): 160–166.)
- [3] CHEN B S, LEE C H, CHANG Y C. Tracking design of uncertain nonlinear SISO systems: adaptive fuzzy approach [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 1996, 4(1): 32–43.
- [4] 佟绍成, 柴天佑. 关于多变量非线性系统的自适应模糊控制 [J]. *自动化学报*, 1998, 24(6): 793–797.

- (TONG Shaocheng, CHAI Tianyou. Adaptive fuzzy control for MIMO nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1998, 24(6): 793 - 797.)
- [5] 刘国荣, 万百五. 一类非线性 MIMO 系统直接自适应模糊鲁棒控制[J]. *控制理论与应用*, 2002, 19(5): 693 - 698.
(LIU Guorong, WAN Baiwu. Direct adaptive fuzzy robust control for a class of nonlinear MIMO systems [J]. *Control Theory and Applications*, 2002, 19(5): 693 - 698.)
- [6] 张天平, 冯纯伯. 一类非线性系统的自适应模糊滑模控制[J]. *自动化学报*, 1997, 23(2): 361 - 369.
(ZHANG Tianping, FENG Chunbo. Adaptive fuzzy sliding mode control for a class of nonlinear systems [J]. *Acta Automatica Sinica*, 1997, 23(2): 361 - 369.)
- [7] SUN F C, SUN Z Q. Neural network-based adaptive controller design of robotics manipulators with an observer [J]. *IEEE Trans on Neural Networks*, 2001, 12(1): 54 - 67.
- [8] WANG C H, LIU H L, LIN T C. Direct fuzzy-neural control with observer and supervisory control for unknown nonlinear dynamical systems [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2002, 10(1): 39 - 49.
- [9] TONG S C, LI H X, WANG W. Comment on "direct fuzzy-neural control with observer and supervisory control for unknown nonlinear dynamical systems" [J]. *IEEE Trans on Fuzzy Systems*, 2003, 11(5): 703 - 705.
- [10] LEU Y G, LEE T T, WANG W Y. Observer-based adaptive fuzzy neural control for unknown nonlinear dynamical systems [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics*, 1999, 29(5): 583 - 591.
- [11] KIM Y H, FRANK L L. Dynamic recurrent neural network-based adaptive observer for a class of non-linear systems [J]. *Automatica*, 1997, 33(8): 1539 - 1543.
- [12] WANG Y F, CHAI T Y, TONG S C. Adaptive observer for a class of nonlinear systems based on fuzzy basis functions [C]// *Proc of the Second Int Conf On Machine Learning and Cybernetics*. Xi'an, China: IEEE Press, 2003, 1015 - 1020.
- [13] JOSE A, WEN Y. A high-gain observer-based PD control for robots manipulator [C]// *Proc of the American Control Conference*. Chicago, USA: [s. n.], 2000, 2518 - 2522.

作者简介:

王永富 (1969—), 男, 东北大学自动化中心博士, 于 98 年获微软授权工程师, 研究方向为智能建模与控制、计算机应用、机器人等, E-mail: wyf3000@sohu.com;

柴天佑 (1947—), 男, 教授, 博士生导师, 中国工程院院士, 东北大学国家冶金自动化工程技术研究中心主任, 1985 年在东北大学获博士学位, 研究方向为自适应控制、智能控制、工业过程综合自动化等;

迟 瑛 (1962—), 男, 工程师, 硕士研究生, 研究方向为控制理论实验教学与科研工作;

佟绍成 (1960—), 男, 副校长, 教授, 博士, 研究方向为模糊控制、自适应控制等。

(上接第 394 页)

- (YU Li, CHEN Guoding. Passive control for the linear delay systems [J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(1): 130 - 133.)
- [2] NICULESCU S I, LOZANO R. On the passivity of linear delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2001, 46(3): 460 - 464.
- [3] MAHMOUD M S, ZRIBI M. Passive control synthesis for uncertain systems with multiple-state delays [J]. *Computers and Electrical Engineering*, 2002, 28(3): 195 - 216.
- [4] KHARITONOV V, MELCHOR-AGUILAR D. On delay-dependent stability conditions [J]. *Systems and Control Letters*, 2000, 40(1): 71 - 76.
- [5] FRIDMAN E, SHAKED U. On delay-dependent passivity [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(4): 664 - 669.
- [6] HE Y, WU M, SHE J H, et al. Parameter dependent Lyapunov-Krasovskii functional for stability of time-delay systems with Polypic-type uncertainties [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2004, 49(5): 828 - 832.
- [7] BOYD S, GHAOUI L, FERON E, et al. *Linear Matrix Inequality in Systems and Control Theory* [M]. Philadelphia: SIAM, 1994, 7 - 28.
- [8] LOZANO R, BROGLIATO B, EGELAND O, et al. *Dissipative Systems Analysis and Control. Theory and Applications* [M]. London, UK: Springer-Verlag, 2000.
- [9] 张先明, 吴敏, 何勇. 不确定线性多时变时滞系统的时滞相关鲁棒控制[J]. *控制与决策*, 2004, 19(5): 496 - 500.
(ZHANG Xianming, WU Min, HE Yong. Delay dependent robust control for linear systems with multiple time-varying delays and uncertainties [J]. *Control and Decision*, 2004, 19(5): 496 - 500.)
- [10] FRIDMAN E, SHAKED U. An improved stabilization method for linear time-delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(11): 1931 - 1937.

作者简介:

张先明 (1968—), 男, 中南大学博士研究生, 主要研究方向为时滞系统, 广义系统的鲁棒控制, E-mail: zhangxmy@yahoo.com.cn;

吴 敏 (1963—), 男, 教授, 中南大学博士生导师, 主要研究方向为鲁棒控制、智能控制和过程控制, E-mail: min@csu.edu.cn.