文章编号: 1000-8152(2005)03-0472-05

同步多速率系统 H_∞ 控制的 J-无损失共轭化设计

赵 霞[1], 姚 郁[2]
(1.同济大学 控制科学与工程系,上海 200092; 2.哈尔滨工业大学 控制科学与工程系,黑龙江 哈尔滨 150001)

摘要: 针对提升后同步多速率控制器存在的因果约束问题,利用 J-无损失共轭因子同 H_∞ 控制相关的性质,提出了同步多速率系统 H_∞ 控制的 J-无损失共轭化设计.这一方法将提升后同步多速率系统的 H_∞ 控制问题转化成求解共轭因子的问题,即只需求解相关特征值和 Lyapunov 方程,就可得到满足因果约束条件的控制器和相应闭环系统的参数化形式,同时对提升控制器的因果约束转化为范数有界真有理稳定传递函数矩阵空间 BH^∞ 中任意参数的因果约束,同常规的逼近理论相比具有设计过程简单、计算量小等特点.

关键词: 同步多速率系统; H_∞ 控制; 因果约束; J-无损失共轭因子

中图分类号: TP273　　**文献标识码:** A

J-lossless conjugated design for synchronous multirate sampled-data system H-infinity control

ZHAO Xia[1], YAO Yu[2]
(1. Department of Control Science and Engineering, Tongji University, Shanghai 200092, China;
2. Department of Control Science and Engineering, Harbin Institute of Technology, Harbin Heilongjiang 150001, China)

Abstract: In the illumination of the causal constraint problem for lifted synchronous multirate controller, this article proposes a J-lossless conjugator design approach by making use of the properties of the J-lossless conjugator. First, lift the Synchronous multirate sampled-data system (SMRSDS) and deal with it by equivalent discretization. Now the H-infinity control of SMRSDS is equivalent to that of the system with a causal constraint lifted controller. Second, the H-infinity control of discrete system is transformed to the solution of a conjugator which only needs to solve the eigenvalue problem and a Lyapunov equation. At the same time, the causal constraint of the lifted controller is changed to the causal constraint of a random element in BH-infinity. Finally the parameterized forms of the controller are obtained, which satisfy the causal constraint and the corresponding closed-loop system. It has the characteristics of simple design procedure and less computation quantity in comparion with the routine theories.

Key words: synchronous multirate sampled-data system(SMRSDS); H-infinity control; causal constraint; J-lossless conjugator

1 引言(Introduction)

同步多速率采样控制系统,即系统中所有采样周期的比值均为有理数的多速率采样控制系统[1].提升技术在同步多速率系统的分析设计中起着十分重要的作用,但提升操作会使提升控制器产生因果约束问题:为保证提升后系统的时不变性,在对广义被控对象进行提升的同时,也要对离散控制器进行离散提升,提升后的控制器因而存在因果约束,使得不能用常规的状态空间法分析设计系统[2~5].因果约束是多速率系统进行分析设计时,同单速率系统的主要区别之一.围绕因果约束的问题,Voulgaris, Dahleh, Chen, Bamieh 展开了许多研究[2~5],如将提升控制器的因果性约束同"nest"算子,"nest"代数相联系[2];将多速率系统的受约束 H_∞ 控制问题视为所谓的受约束 Nehari 问题,通过求解凸优化问题和 Nehari 问题来解决多速率系统的 H_∞ 综合问题[5]等,这些方法最终都转换成对逼近理论的求解,而逼近理论求解所需的步骤繁琐、计算量大,不便于工程应用.J-无损失共轭化方法在解离散模型匹配问题时,只需求解特征值问题和 Lyapunov 方程,就可得到控制器和闭环系统的参数化形式,同逼近理论相比具有设计过程简单、计算量小等特点[6].鉴于此,本文将在 J-无损失共轭化方法的基础上,对带有因果约束的同步多速率系统进行设计.

2 同步多速率系统的因果约束问题(Causal constraint problem for synchronous MRSDS)

图 1 为同步多速率采样控制系统, w 是系统外部输入信号, z 是被控输出信号; G 为 FDLTI(有限维

收稿日期:2004-03-23; 收修改稿日期:2004-08-05.

线性定常)广义连续被控对象, K 为离散控制器. $S_i(i\in \underline{p})$ 为 p 个具有理想采样开关的采样通道,各自的采样周期为 $m_ih(i\in \underline{p})$, $H_j(j\in \underline{q})$ 为 q 个具有零阶保持的保持通道,各自的采样周期为 $n_jh(j\in \underline{q})$. $m_i(i\in \underline{p})$ 和 $n_j(j=\in \underline{q})$ 的最小公倍数为 l,所有采样周期与保持周期的最小公倍周期为 $\sigma = lh$,定义 $\bar{m}_i = l/m_i. i=1,2,\cdots,p$; $\bar{n}_j = l/n_j$, $j=1,2,\cdots,q$. 并假设控制器 K 满足 (m_i,n_j)-周期性、(m_i,n_j)-因果性和有限维性[2].

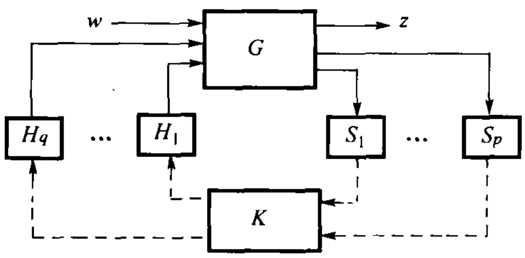

图 1　同步多速率采样控制系统

Fig. 1　Synchronous multirate sampled-data system

由于同步多速率控制器 K 具有 (m_i,n_j)-周期性,可用时不变提升算子进行提升,对系统进行提升的框图如图2所示,提升后系统如图3所示.图2中虚线包围的是提升后广义对象:

$$\hat{G} = \begin{bmatrix} L_\sigma & 0 \\ 0 & L_M S \end{bmatrix} G \begin{bmatrix} L_\sigma^{-1} & 0 \\ 0 & HL_N^{-1} \end{bmatrix},$$

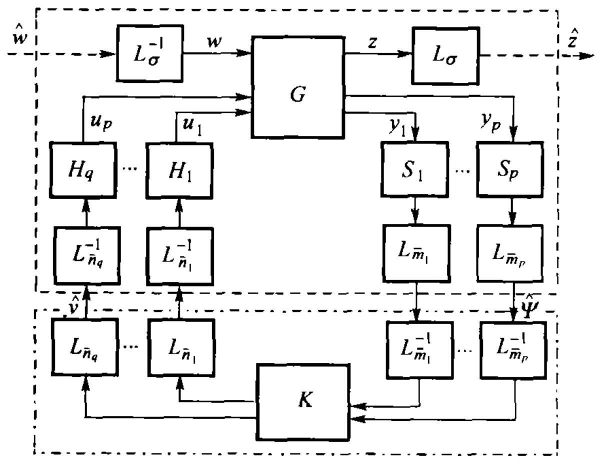

图 2　提升同步多速率采样控制系统

Fig. 2　Lifting synchronous multirate sampled-data system

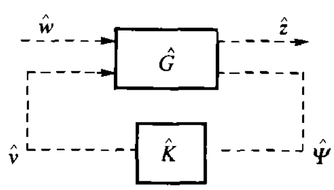

图 3　提升后同步多速率采样控制系统

Fig. 3　Lifted synchronous sampled-data system

点划线包围的是提升后控制器:

$$\hat{K}: = L_N K L_M^{-1}.$$

其中

$$L_N = \begin{bmatrix} L_{\bar{n}_1} & & \\ & \ddots & \\ & & L_{\bar{n}_q} \end{bmatrix}, L_M = \begin{bmatrix} L_{\bar{m}_1} & & \\ & \ddots & \\ & & L_{\bar{m}_p} \end{bmatrix},$$

$\hat{K}(0) = \hat{D}$ 应满足因果约束,即 $\hat{D}$ 满足 (m_i,n_j) 因果性[2,5].对提升后控制器的因果约束,使得不能用常规的状态空间法分析设计系统,此即同步多速率系统的因果约束问题.

3　同步多速率系统 H_∞ 控制的 J-无损失共轭化设计(J-lossless conjugated design for synchronous SMRSDS H-infinity control)

由于提升算子的作用,图3所示提升系统是输入输出无限维系统,需根据 H_∞ 性能指标要求把提升系统转变成范数和稳定性等价的输入输出有限维系统 $\bar{G}$. 此时,同步多速率系统的 H_∞ 控制问题:设计 K,使 G 内稳,且 $\| F_l(G,K)\|_\infty < 1$;等价离散系统 $\bar{G}$ 的 H_∞ 控制问题:设计 $\hat{K}$, 使 $\bar{G}$ 内稳, 且 $\| F_l(\bar{G},\hat{K})\|_\infty < 1$ 等价,其中 $\hat{K}(0)$ 满足 (m_i,n_j) 因果性[4].由于等价离散系统 $\bar{G}$ 的 H_∞ 控制问题中对提升控制器有因果条件的约束,首先将等价离散系统 $\bar{G}$ 的 H_∞ 控制问题转换成带有因果约束的频率域模型匹配问题,即给定 $T_1(z)\in \mathbb{R}H^\infty_{m\times r}$, $T_2(z)\in \mathbb{R}H^\infty_{m\times m}$, $T_3(z)\in \mathbb{R}H^\infty_{r\times r}$,寻找使集合

$$\Phi = \{\Phi(z)\in BH^\infty_{m\times r}:\Phi(z) = T_1(z) - T_2(z)Q(z)T_3(z), Q(z)\in \mathbb{R}H^\infty_{m\times r}\} \tag{1}$$

非空的充要条件,并给出 $\Phi(z)$ 的参数化形式,其中 $Q(0)$ 满足 (m_i,n_j) 因果性.

当等价离散系统 $\bar{G}$ 的状态空间表示为

$$\bar{G} = \begin{bmatrix} A & B_1 & B_2 \\ C_1 & D_{11} & D_{12} \\ C_2 & D_{21} & D_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{G}_{11} & \bar{G}_{12} \\ \bar{G}_{21} & \bar{G}_{22} \end{bmatrix}$$

时,式(1)中 T_1,T_2,T_3 的状态空间实现为

$$T_1 = [\begin{bmatrix} A+B_2F & -B_2F \\ 0 & A+HC_2 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} B_1 \\ B_1+HD_{21} \end{bmatrix} [C_1+D_{12}F \quad -D_{12}F] \quad D_{11}],$$

$$T_2 = [A+B_2F \quad B_2 \quad C_1+D_{12}F \quad D_{12}],$$

$$T_3 = [A+HC_2 \quad B_1+HD_{21} \quad C_2 \quad D_{21}].$$

F,H 的选择要使 $A+B_2F$, $A+HC_2$ 稳定.

另外,J-无损失矩阵与系统的能量与稳定性有着密切的关系,故它在系统与控制理论中,特别是在H_∞控制系统分析中起着重要的作用[7].矩阵共轭化的意义就是用共轭化因子的零点去对消矩阵的极点.如果 $G(z)$ 有不稳定极点,可用此方法使共轭化后的极点均是稳定极点.此时的共轭化因子为稳定共轭化因子,相反使 $G(z)$ 的稳定极点变为不稳定极点的共轭因子为逆稳定因子.能将 $G(z)$ 的极点进行置换的共轭因子不是唯一的,根据J-无损失矩阵的一个很重要的性质[6]及要解决的问题,我们感兴趣的是具有J-无损性质的共轭化因子——J-无损失共轭因子(J-lossless Conjugator).下面的引理给出了J-无损失共轭因子存在的条件.

引理 1[8] 设 $G(z)=\{A,B,C,D\}$ 是可稳定和可检测的,(A,B) 存在稳定的J-无损失共轭因子 $F(z)$ 的充要条件是Lyapunov方程

$$P = APA^{\mathrm{T}} - BJB^{\mathrm{T}}$$

有正定解,且其J-无损失共轭因子为

$$F(z)=\begin{bmatrix} A^{-\mathrm{T}} & P^{-1}BD_0 \\ -JB^{\mathrm{T}}A^{-\mathrm{T}} & D_0 \end{bmatrix}. \tag{2}$$

其中 D_0 满足

$$D_0^{\mathrm{T}}(J+B^{\mathrm{T}}P^{-1}B)D_0 = J. \tag{3}$$

下面将J-无损失共轭因子用于带因果约束的模型匹配问题中.首先定义

$$G_2(z)=\begin{bmatrix} I & 0 \\ 0 & T_3(z) \end{bmatrix}\cdot\begin{bmatrix} -T_2(z) & T_1(z) \\ 0 & I(z) \end{bmatrix}^{-1}, \tag{4}$$

$$G_3(z)=\begin{bmatrix} I & T_1(z) \\ 0 & -T_3(z) \end{bmatrix}^{-1}\cdot\begin{bmatrix} T_2(z) & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix}, \tag{5}$$

$$N_2(z)=G_2(z)F(z),\ N_3(z)=\tilde{F}(z)G_3(z),$$

并有如下引理:

引理 2[8] 如果 $N_2(z),N_3(z)$ 稳定,则由式(1)定义的集合 Φ 非空,且 Φ 的参数化表示为

$$\begin{cases}\Phi(z)=[f_{11}(z)s(z)+f_{12}(z)][f_{21}(z)s(z)+f_{22}(z)]^{-1},\\ s(z)\in BH^{\infty}_{m\times r},\end{cases} \tag{6}$$

或者

$$\Phi(z)=T_1(z)-T_2(z)Q(z)T_3(z),$$

其中

$$\begin{cases}Q(z)=\\ [n_{11}(z)s(z)+n_{12}(z)][n_{21}(z)s(z)+n_{22}(z)]^{-1},\\ s(z)\in BH^{\infty}_{m\times r};\end{cases} \tag{7}$$

或者

$$\begin{cases}Q(z)=\\ [s(z)n^1_{21}(z)+n^1_{11}(z)]^{-1}[s(z)n^1_{22}(z)+n^1_{12}(z)]^{-1},\\ s(z)\in BH^{\infty}_{m\times r};\end{cases} \tag{8}$$

$$F(z)=\begin{bmatrix} f_{11}(z) & f_{12}(z) \\ f_{21}(z) & f_{22}(z)\end{bmatrix},$$

$$N_2(z)=\begin{bmatrix} n_{11}(z) & n_{12}(z) \\ n_{21}(z) & n_{22}(z)\end{bmatrix},\ N_3(z)=\begin{bmatrix} n^1_{11}(z) & n^1_{12}(z) \\ n^1_{21}(z) & n^1_{22}(z)\end{bmatrix}.$$

由此引理可知,只需找到使 $N_2(z),N_3(z)$ 稳定的条件,并给出 $F(z),N_2(z),N_3(z)$ 的具体形式,就可以解决不带因果约束时等价离散系统 $\bar{G}$ 的H_∞模型匹配问题[8].设

$$T_i=\begin{bmatrix} A_i & B_i \\ C_i & D_i\end{bmatrix},\ i=1,2,3.$$

定义

$$L_2=B_2D_2^{-1},\ \hat{A}_2=A_2-B_2D_2^{-1}C_2,$$

$$L_3^{\mathrm{T}}=D_3^{-1}C_3,\ \hat{A}_3=A_3-B_3D_3^{-1}C_3.$$

按照式(4)计算 $G_2(z)$

$$G_2(z)=\left[\begin{array}{ccc:cc} A_3 & 0 & 0 & 0 & B_3 \\ 0 & \hat{A}_2 & L_2C_1 & L_2 & -L_2D_1 \\ 0 & 0 & A_1 & 0 & -B_1 \\ 0 & D_2^{-1}C_2 & -D_2^{-1}C_1 & -D_2^{-1} & D_2^{-1}D_1 \\ \hdashline C_3 & 0 & 0 & 0 & D_3 \end{array}\right].$$

其中 A_1,A_3 是稳定的,$\hat{A}_2$ 是不稳定的.由矩阵 $\hat{A}_2$ 的可分性,将 $\hat{A}_2$ 分解为完全不稳定 $\hat{A}_{2u}$ 和稳定 $\hat{A}_{2s}$ 两部分,并对 $G_2(z)$ 进行相似变换得到

$$G_2(z)=\left[\begin{array}{cccc:cc} \hat{A}_{2u} & 0 & 0 & 0 & s_{21}L_2 & -s_{21}M_2 \\ 0 & \hat{A}_{2s} & 0 & 0 & s_{22}L_2 & -s_{22}M_2 \\ 0 & 0 & A_3 & 0 & 0 & B_3 \\ 0 & 0 & 0 & A_1 & 0 & -B_1 \\ \hdashline D_2^{-1}C_2\hat{s}_{21} & D_2^{-1}C_2\hat{s}_{22} & 0 & -D_2^{-1}(C_2R_2+C_1) & -D_2^{-1} & D_2^{-1}D_1 \\ 0 & 0 & C_3 & 0 & 0 & D_3 \end{array}\right],$$

此时为使 $N_2(z) = G_2(z)F(z)$ 稳定,$F(z)$ 必须共轭化 $[\hat{A}_{2u} \quad (s_{21}L_2, -s_{21}M_2)]$.
同理可知,

$$\tilde{G}_3(z) = \left[\begin{array}{cccc:cc} \hat{A}_{3u}^{-T} & 0 & 0 & 0 & \hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}(C_1R_3 + D_1L_3^T)^T & -\hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}L_3 \\ 0 & \hat{A}_{3s}^{-T} & 0 & 0 & \hat{s}_{32}^T\hat{A}_3^{-T}(C_1R_3 + D_1L_3^T)^T & -\hat{s}_{32}^T\hat{A}_3^{-T}L_3 \\ 0 & 0 & A_2^{-T} & 0 & A_2^{-T}C_2^T & 0 \\ 0 & 0 & 0 & A_1^{-T} & A_1^{-T}C_1^T & 0 \\ \hdashline * & * & * & * & * & * \\ * & * & * & * & * & * \end{array}\right].$$

$N_3(z)$ 稳定等价于 $\tilde{N}_3(z) = \tilde{G}_3(z)F(z)$ 完全不稳,其中 $\tilde{F}(z) = F^T(1/z)$.所以问题就转化为:用一共轭化因子 $F(z)$ 使 $\tilde{G}_3(z)$ 完全不稳,而在 $\tilde{G}_3(z)$ 表达式中可见,只有 $\hat{A}_{3u}^{-T}$ 是稳定的,即 $F(z)$ 需共轭化:

$[\hat{A}_{3u}^{-T} \quad (\hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}(C_1R_3 + D_1L_3^T)^T \quad -\hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}L_3)]$.

将 $N_2(z), N_3(z)$ 稳定的要求合在一起就是要对下列矩阵对进行共轭化,即 $F(z)$ 必须共轭化:

$$\left(\begin{bmatrix} \hat{A}_{2u} & \\ & \hat{A}_{3u}^{-T} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} s_{21}L_2 & -s_{21}M_2 \\ \hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}(C_1R_3+D_1L_3^T)^T & -\hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}L_3 \end{bmatrix}\right).$$

在此令 $M_3 = C_1R_3 + D_1L_3^T$,并由引理 1 可知,对于此矩阵对存在 J-无损失共轭因子的充要条件是存在正定矩阵 P 满足如下 Lyapunov 方程:

$$P = \begin{bmatrix} \hat{A}_{2u} & \\ & (\hat{A}_{3u}^{-1})^T \end{bmatrix} P \begin{bmatrix} \hat{A}_{2u}^T & \\ & \hat{A}_{3u}^{-1} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} s_{21}L_2 & -s_{21}M_2 \\ \hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}M_3^T & -\hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}L_3 \end{bmatrix} J \begin{bmatrix} s_{21}L_2 & -s_{21}M_2 \\ \hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}M_3^T & -\hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}L_3 \end{bmatrix}^T.$$

其中 $J = D_0^T(J + B^TP^{-1}B)D_0$.

并按照式(2)写出 J-无损失共轭因子 $F(z)$ 的表达式为

$$F(z) = \left[\begin{array}{cc:c} \hat{A}_{2u}^{-T} & & P^{-1}\begin{bmatrix} s_{21}L_2 & -s_{21}M_2 \\ \hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}M_3^T & -\hat{s}_{31}^T\hat{A}_3^{-T}L_3 \end{bmatrix} D_0 \\ & \hat{A}_{3u} & \\ \hdashline -L_2^Ts_{21}^T\hat{A}_{2u}^{-T} & -M_3^T\hat{s}_{31} & D_0 \\ -M_2^Ts_{21}^T\hat{A}_{2u}^{-T} & -L_3^T\hat{s}_{31} & \end{array}\right]. \tag{9}$$

依照 $F(z), G_2(z), G_3(z)$ 还可以写出 $N_2(z)$, $N_3(z)$ 的表达式.由引理 2 可知,找到能使 $N_2(z)$, $N_3(z)$ 稳定的表达式 $F(z)$ 后,不带因果约束的模型匹配问题可解.考虑到因果约束时,设 $Q(z)$ 的参数化形式为

$$\begin{cases} Q(z) = [n_{11}(z)s(z) + n_{12}(z)][n_{21}(z)s(z) + n_{22}(z)]^{-1}, \\ s(z) \in BH_{m\times r}^\infty. \end{cases}$$

由于 $N_2(z)$ 的表达式中仅包含 $T_1(z), T_2(z)$, $T_3(z)$,即仅包含对象 $\bar{G}$,而不包含 $s(z)$,所以如果能将对 $Q(0)$ 的因果约束转换成对参数 $s(0)$ 的因果约束,则同步多速率系统带有因果约束的 H_∞ 控制问题就完全转化为带有因果约束的 J-无损失共轭因子的设计问题,即 $s(z) \in BH_{m\times r}^\infty$ 且满足 (m_i, n_j) 因果约束条件时的 J-无损失共轭因子的存在性和求解问题.

引理 3[2]

1) 如果 D_1 满足 (m_i, p_k) 因果性条件,D_2 满足 (p_k, n_j) 因果性条件,则 D_2D_1 满足 (m_i, n_j) 因果性条件.而且如果 D_1 或 D_2 是严格因果的,则 D_2D_1 也是严格因果的;

2) 如果 D 满足 (m_i, m_i) 因果性条件且 D 可逆,则 D^{-1} 满足 (m_i, m_i) 因果性条件;

3) 如果 D 满足 (m_i, m_i) 严格因果性条件,则 $(I - D)^{-1}$ 存在且满足 (m_i, m_i) 因果性条件.

定理 1 如果 $F(z), N_2(z), N_3(z)$ 满足引理 2 中条件,则 $Q(0)$ 满足 (m_i, n_j) 因果约束条件的充要条件是 $s(0)$ 满足 (m_i, n_j) 因果约束条件.

证 充分性.由式(7)可知

$$\begin{cases} Q(0) = [n_{11}(0)s(0) + n_{12}(0)][n_{21}(0)s(0) + n_{22}(0)]^{-1}, \\ s(0) \in BH_{m\times r}^\infty. \end{cases} \tag{10}$$

其中

$$N_2(0) = \begin{bmatrix} n_{11}(0) & n_{12}(0) \\ n_{21}(0) & n_{22}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_2^{-1} & D_2^{-1}D_1 \\ 0 & D_3 \end{bmatrix}.$$

$D_i (i = 1,2,3)$ 是 $T_i (i = 1,2,3)$ 的传输矩阵.又知 $T_i (i = 1,2,3)$ 各传输矩阵为 $D_1 = D_{11}, D_2 = D_{12}$,

$D_3 = D_{21}$. 即

$$N_2(0) = \begin{bmatrix} n_{11}(0) & n_{12}(0) \\ n_{21}(0) & n_{22}(0) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -D_{12}^{-1} & D_{12}^{-1}D_{11} \\ 0 & D_{21} \end{bmatrix}.$$

又由条件 $\bar{G}_{22}(0)$ 满足 (n_j, m_i) 因果性,即 D_{22} 满足 (n_j, m_i) 因果性,推断出 D_{21} 满足 (m_i, m_i) 因果性,D_{12} 满足 (n_j, n_j) 因果性,D_{11} 满足 (m_i, n_j) 因果性,进一步推断出 $n_{11}(0)$ 满足 (n_j, n_j) 因果性,$n_{22}(0)$ 满足 (m_i, m_i) 因果性,$n_{21}(0)$ 满足 (n_j, m_i) 因果性,由引理3可知 $n_{12}(0)$ 满足 (m_i, n_j) 因果性.

综合式(10)和引理3可知,由 $s(0)$ 满足 (m_i, n_j) 因果约束条件可推导出 $Q(0)$ 满足 (m_i, n_j) 因果约束条件.

同理可证必要性. 证毕.

定理 2 图1所示同步多速率采样控制系统的 H_∞ 控制问题可解的充要条件为

1) $s(z) \in BH_{m\times r}^{\infty}$ 且 $s(0)$ 满足 (m_i, n_j) 因果约束条件;

2) 按照式(9)计算使 $N_2(z)$, $N_3(z)$ 稳定的J-无损失共扼因子 $F(z)$,及相应的 $N_2(z)$ 和 $N_3(z)$. 此时,闭环系统的参数化表示为引理2中式(6)~(8)所示.

4 结论(Conclusions)

分析了在因果条件的约束下同步多速率系统的 H_∞ 控制问题. 对于具有周期、因果和有限维性的同步多速率系统的 H_∞ 控制问题,首先将同步多速率系统进行提升和 H_∞ 等价离散化处理,得到与原同步多速率系统 H_∞ 控制等价的纯离散系统,然后将同步多速率系统的 H_∞ 控制转换成此纯离散系统带因果约束的模型匹配问题,最后针对提升后控制器存在的因果约束问题和以往基于逼近理论的解决方法步骤繁琐、计算量大等缺点,应用了方法简单、计算量小的J-无损失共轭化方法,只需求解特征值问题和一Lyapunov方程,即可得到控制器和闭环系统的参数化形式.

参考文献(References):

[1] VOULGARIS P G, BAMIEH B. Optimal H_∞ control of hybrid multirate systems [C]// *Proc of the 31th Conf on Decision & Control*. USA: IEEE Control Systems Society, 1992, 457 - 462.

[2] CHEN T, QIU L. H_∞ design of general multirate sampled-data control systems [J]. *Automatica*, 1994, 30(7): 1139 - 1152.

[3] AZAD A M, HESKETH T. H_∞-optimal control of multirate sampled-data systems [C]// *Proc of the American Control Conference*. USA: American Automatic Control Council, 2002: 459 - 464.

[4] VOULGARIS P G, BAMIEH B. Optimal H_∞ and H_2 control of hybrid multirate systems [J]. *Systems and Control Letters*, 1993, 20: 249 - 261.

[5] VOULGARIS P G, DAHLEH M A, VALAVANI L S. H_∞ and H_2 optimal controllers for periodic and multirate systems [C]// *Proc of the 30th Conf on Decision and Control*. USA: IEEE Control Systems Society, 1991, 12: 214 - 216.

[6] 张国峰. 数字鲁棒 H_∞ 控制器设计方法研究[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 1996.
(ZHANG Guofeng. *The research on digital robust H_∞ controller design methods* [D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 1996.)

[7] 冯纯伯, 田玉平, 忻欣. 鲁棒控制系统设计[M]. 南京: 东南大学出版社, 1995: 79 - 91.
(FENG Chunbo, TIAN Yuping, XIN xin. *Robust Control System Design* [M]. Nanjing: Southeast University Publishing House, 1995: 79 - 91.)

[8] KANG Zhiliu, TSUTOMU M. Conjugation and H_∞ control of discrete-time systems [J]. *Int J Control*, 1989, 50(4): 1425 - 1460.

作者简介:

赵 霞 (1974—),女,博士研究生,主要从事系统辨识、采样控制系统分析与设计、机器人控制等研究, E-mail: zxx_zhao@sina.com;

姚 郁 (1963—),男,教授,博士生导师,主要从事采样控制系统分析与设计、非线性系统等研究.