

无速度传感器永磁同步电动机反推控制

王家军, 赵光宙, 齐冬莲

(浙江大学 电气工程学院, 浙江 杭州 310027)

摘要: 利用永磁同步电动机定子交轴电流和转速方程构造降维线性 Luenberger 观测器来获得电动机的转速, 观测器简单易行, 通过特征值的配置可以获得快速的收敛速度. 采用新颖的非线性控制策略——Backstepping——来设计速度跟踪和电流控制器, 系统具有快速的速度跟踪和转矩响应. 给出了系统的稳定性证明, 并通过 Matlab 仿真, 验证了系统设计的有效性和可行性.

关键词: 无速度传感器; 永磁同步电动机; 反推控制; 观测器

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Backstepping control of speed for sensorless permanent magnet synchronous motor

WANG Jia-jun, ZHAO Guang-zhou, QI Dong-lian

(College of Electrical Engineering, Zhejiang University, Hangzhou Zhejiang 310027, China)

Abstract: The speed of a permanent magnet synchronous motor is acquired through a reduced-order Luenberger observer constructed through the stator q -axis current and speed equations. The observer is simple and can achieve fast convergence through adequate eigenvalues placement. A novel nonlinear control strategy —backstepping— is used to design speed tracking and current control. The system can achieve fast speed tracking and torque response. The proof of system stabilization is also given. Matlab simulation is performed to verify the efficiency and feasibility of the system design.

Key words: speed sensorless; permanent magnet synchronous motor; backstepping control; observer

1 引言(Introduction)

随着永磁材料、半导体功率器件和控制理论的发展, 永磁同步电动机(PMSM)在当前的中、小功率运动控制中起着越来越重要的作用. 永磁同步电动机具有结构紧凑、高功率密度、高气隙磁通和高转矩惯性比等优点^[1]. 永磁同步电动机的精确控制需要转子的位置信息, 而位置或速度传感器的安装会造成如下问题: 增加了电机的体积和成本; 增加了转轴的惯量, 影响了系统的动静态性能; 降低了系统鲁棒性能; 限制了电动机的应用场合. 因此永磁同步电动机系统的无速度或位置传感器研究成为当前的一个热点^[2].

本文利用永磁同步电动机定子交轴电流和转速方程构造降维线性 Luenberger 观测器^[3]来获得电动机的转速, 通过特征值的配置可以获得快速的收敛速度. 把一种新颖的非线性控制策略——Backstepping^[4]——运用于设计系统的速度跟踪和电流控制

器, 系统具有快速的速度跟踪和转矩响应. Backstepping 设计以系统的稳定为设计原则, 可以保证系统的全局稳定. 最后通过 MATLAB 仿真, 验证了系统设计的有效性和可行性.

2 速度观测器的设计(Speed observer design)

2.1 永磁同步电动机模型(PMSM model)

基于同步旋转转子坐标的 $d-q$ 模型如下^[5](假定交直轴电感相等, 即 $L_d = L_q = L$):

$$\frac{di_d}{dt} = -\frac{R}{L}i_d + P\omega i_q + \frac{1}{L}u_d, \quad (1)$$

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{R}{L}i_q - P\omega i_d - \frac{P\phi_f}{L}\omega + \frac{1}{L}u_q, \quad (2)$$

$$\frac{d\omega}{dt} = \frac{3P\phi_f}{2J}i_q - \frac{B}{J}\omega - \frac{T_L}{J}. \quad (3)$$

其中: u_d, u_q 为 d, q 轴定子电压; i_d, i_q 为 d, q 轴定子电流; R 为定子电阻, L 为定子电感, T_L 为负载转矩, J 为转动惯量, B 为粘滞摩擦系数, P 为极对数, ω 为

机械角速度, ϕ_f 为永磁磁通。

2.2 速度观测器的设计(Speed observer design)

假定 $v_q = \frac{1}{L}u_q - P\omega i_d$, 则式(2)可变为

$$\frac{di_q}{dt} = -\frac{R}{L}i_q - \frac{P\phi_f}{L}\omega + v_q. \quad (4)$$

利用永磁同步电动机的速度方程(3)和交轴电流方程组成如下降维矩阵方程(为简化系统方程假定负载转矩为零):

$$\begin{bmatrix} \frac{di_q}{dt} \\ \frac{d\omega}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{P\phi_f}{L} \\ \frac{3P\phi_f}{2J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_q \\ \omega \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_q. \quad (5)$$

对于矩阵方程(5)设计线性 Luenberger 观测器

$$\begin{bmatrix} \frac{d\hat{i}_q}{dt} \\ \frac{d\hat{\omega}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} & -\frac{P\phi_f}{L} \\ \frac{3P\phi_f}{2J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \hat{i}_q \\ \hat{\omega} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1 \\ 0 \end{bmatrix} v_q + \begin{bmatrix} \gamma \\ 0 \end{bmatrix} (i_q - \hat{i}_q). \quad (6)$$

其中 $\hat{i}_q, \hat{\omega}$ 分别为交轴电流和转速的估计值。

根据方程(5),(6)可得

$$\begin{bmatrix} \frac{de_{oq}}{dt} \\ \frac{de_{\omega}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{R}{L} - \gamma & -\frac{P\phi_f}{L} \\ \frac{3P\phi_f}{2J} & -\frac{B}{J} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_{oq} \\ e_{\omega} \end{bmatrix}. \quad (7)$$

其中 $e_{oq} = i_q - \hat{i}_q, e_{\omega} = \omega - \hat{\omega}$ 为观测误差。由矩阵方程(7)可知,通过调节参数 γ 可以使得观测误差趋于零,并且可以通过调节参数 γ 配置矩阵的特征值使得系统达到快速的收敛。

3 反推控制设计(Backstepping control design)

Backstepping 的设计思想是以 Lyapunov 稳定为原则,在每一步的设计过程中,选择相应的 Lyapunov 函数和虚拟控制函数,直到得到最终的控制量。Backstepping 最大优点是设计的系统控制可以保证系统的稳定性。

对于永磁同步电动机系统,假定系统的控制目标是速度跟踪,跟踪误差为

$$e = \omega_r^* - \omega. \quad (8)$$

其中 $\omega = e_{\omega} + \hat{\omega}$ 。选择 e 为状态变量,构成子系统,系统方程为

$$\frac{de}{dt} = \frac{1}{J}(B\omega + T_L - \frac{3P\phi_f}{2}i_q). \quad (9)$$

为使速度跟踪误差趋于零,假定 i_q 为虚拟控制函数,对于子系统(9)构造如下 Lyapunov 函数

$$V_1 = \frac{1}{2}e^2. \quad (10)$$

对式(10)求导数可得

$$\frac{dV_1}{dt} = e \frac{de}{dt} = \frac{e}{J}(B\omega + T_L - \frac{3P\phi_f}{2}i_q). \quad (11)$$

为使式(11)满足 $\frac{dV_1}{dt} < 0$, 选择虚拟控制函数

$$i_q = \frac{2}{3P\phi_f}(B\omega + T_L + kJe). \quad (12)$$

其中 $k > 0$ 。则可以使式(11)为

$$\frac{dV_1}{dt} = -ke^2. \quad (13)$$

因此实现控制(12),即可达到速度全局渐近跟踪的目的。

为实现永磁同步电动机的完全解耦和速度跟踪,可以选择如下参考电流:

$$i_q^* = \frac{2}{3P\phi_f}(B\omega + T_L + kJe), \quad (14)$$

$$i_d^* = 0. \quad (15)$$

为实现电流跟踪,选择电流跟踪误差

$$e_q = i_q^* - i_q, \quad (16)$$

$$e_d = i_d^* - i_d. \quad (17)$$

由 e, e_d, e_q 可以组成新的系统。分别对式(16),(17)求导数,可得

$$\begin{aligned} \frac{de_q}{dt} &= \frac{di_q^*}{dt} - \frac{di_q}{dt} = \\ &= \frac{2}{3P\phi_f}(B\frac{d\omega}{dt} + kJ\frac{de}{dt}) - \frac{di_q}{dt} = \\ &= \frac{2(B - kJ)}{3P\phi_f}(\frac{3P\phi_f}{2}i_q - B\omega - T_L) + \\ &\quad \frac{Ri_q}{L} + P\omega i_d - \frac{u_q}{L} + \frac{P\phi_f}{L}\omega, \end{aligned} \quad (18)$$

$$\frac{de_d}{dt} = \frac{di_d^*}{dt} - \frac{di_d}{dt} = \frac{Ri_d}{L} - P\omega i_q - \frac{u_d}{L}. \quad (19)$$

对于系统构造新的 Lyapunov 函数为

$$V_2 = \frac{1}{2}(e^2 + e_q^2 + e_d^2). \quad (20)$$

对式(20)求导数,可得

$$\begin{aligned} \frac{dV_2}{dt} &= e \frac{de}{dt} + e_q \frac{de_q}{dt} + e_d \frac{de_d}{dt} = \\ &= -ke^2 + e_q \left[\frac{2(B - kJ)}{3P\phi_f}(\frac{3P\phi_f}{2}i_q - B\omega - T_L) + \frac{Ri_q}{L} + \right. \\ &\quad \left. P\omega i_d - \frac{u_q}{L} + \frac{P\phi_f}{L}\omega \right] + e_d \left(\frac{Ri_d}{L} - P\omega i_q - \frac{u_d}{L} \right). \end{aligned} \quad (21)$$

式(21)中包含了系统的实际控制 u_q, u_d . 为使式

(21) 满足 $\frac{dV_2}{dt} < 0$, 设计实际控制 u_q, u_d 为

$$u_q = L \left(-\frac{2B^2}{3P\phi_f K} \omega - \frac{2BT_L}{3P\phi_f J} - \frac{2k^2 J}{3P\phi_f} e + \frac{B}{J} i_q + \frac{R}{L} i_q + P\omega i_d + \frac{P\phi_f}{L} \omega + k_1 e_q \right), \quad (22)$$

$$u_d = Ri_d - PL\omega i_q + k_2 e_d. \quad (23)$$

其中 $k_1 > 0, k_2 > 0$.

把控制(22), (23)代入式(21), 可得

$$\frac{dV_2}{dt} = -ke^2 - k_1 e_q^2 - k_2 e_d^2. \quad (24)$$

则控制(22), (23)可以使得永磁同步电动机系统不但可以达到速度的渐近跟踪, 并且可以达到电流跟踪的效果, 使得系统具有快速的响应速度. 如此设计完毕.

定理 对于永磁同步电动机系统, 控制(22), (23)可以使得系统达到速度的全局渐近跟踪, 同时系统全局指数稳定.

证 1) 先证明跟踪误差渐近趋于零.

由式(24)可知 $\frac{dV_2}{dt} \leq -ke^2$, 因此可得

$$V_2(0) - V_2(\infty) \geq \int_0^\infty ke^2 dt. \quad (25)$$

由于 V_2 有界, 因此根据 Barbalat 推论^[6], 可得

$$\lim_{t \rightarrow \infty} e = 0. \quad (26)$$

2) 同理, 可以得到 $\lim_{t \rightarrow \infty} e_q = 0, \lim_{t \rightarrow \infty} e_d = 0$.

注 证明和推导过程, 以 $L_d = L_q$ 为前提, 该方法适用于表面永磁式同步电动机, 对于 $L_d \neq L_q$ 的场合需另外设计.

4 系统仿真分析 (System simulation and analysis)

无速度传感器永磁同步电动机系统的 Backstepping 控制结构框图, 如图 1 所示. 永磁同步电动机的参数如表 1 所示.

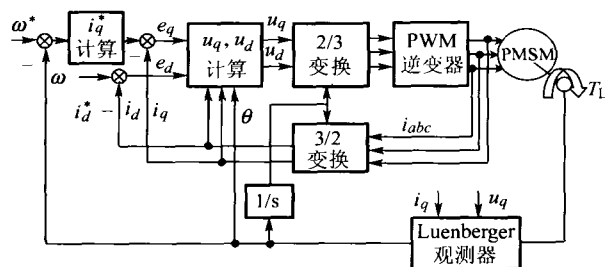


图 1 系统控制结构框图

Fig. 1 System control structure

表 1 永磁同步电动机参数

Table 1 PMSM Parameters

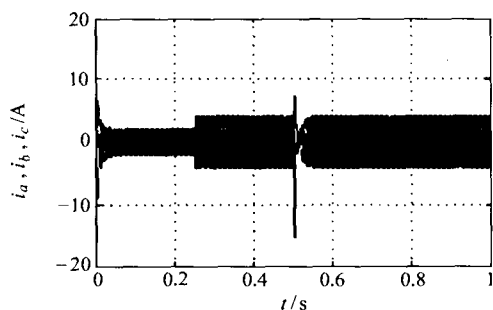
定子电阻 R	3Ω
极对数 P	2
转动惯量 J	$0.0004 \text{ kg}\cdot\text{m}^2$
永磁磁通 ϕ_f	0.8 Wb
定子电感 L	0.006 H
粘滞摩擦系数 B	0.0001
额定功率	3.7 kW
额定电压	380 V
额定电流	10 A

电机的初始设定跟踪速度为 500 r/min , 在 0.5 s 设定跟踪速度为 -500 r/min . 电机的初始负载转矩为 $5 \text{ N}\cdot\text{m}$, 在 0.25 s 增大到 $10 \text{ N}\cdot\text{m}$.

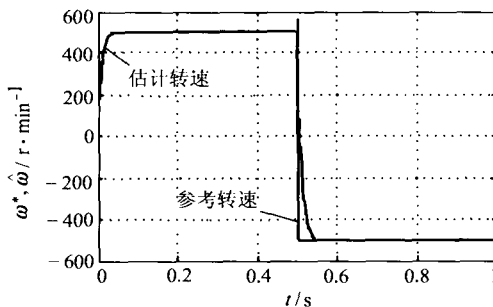
仿真参数为

$$\gamma = 5, k = 100, k_1 = 200, k_2 = 600.$$

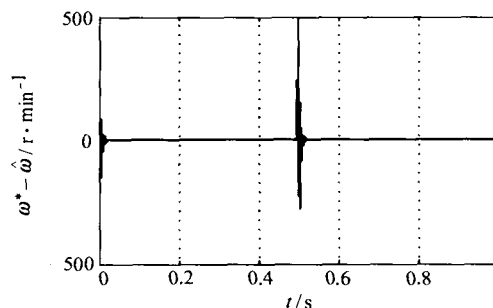
仿真结果如图 2 所示, 由仿真结果可以看出, 系统的观测器能够及时估计出电机的转速, 并且具有快速的跟踪速度. 在电机的转速发生变化时, 观测器能够迅速的收敛到给定转速.



(a) 三相电流 i_a, i_b, i_c 波形



(b) $\omega^*, \hat{\omega}$ 比较波形



(c) 转速误差 $\omega^* - \hat{\omega}$

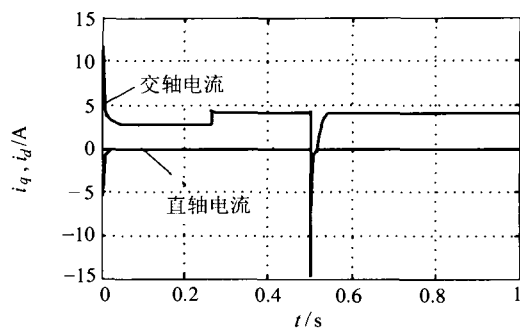
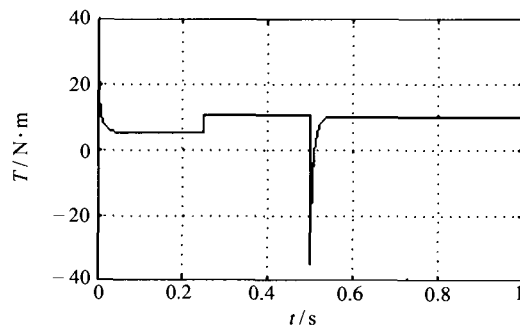
(d) 交轴与直轴电流 i_q, i_d (e) $T=(3P\phi_f i_q)/2$

图2 仿真结果

Fig. 2 Simulation results

5 结论(Conclusion)

本文采用降维线性 Luenberger 观测器来获得电动机的转速,把 Backstepping 运用于设计系统的速度跟踪和电流控制器,系统具有快速的速度跟踪和转矩响应. Backstepping 设计以系统的稳定为设计原则,其最大优点是最终得到的控制器可以保证整个

系统的稳定,因此把 Backstepping 运用于无速度传感器永磁同步电动机系统的控制设计是有效的和可行的.

参考文献(References):

- [1] PILLAY P, KRISHNAN R. Application characteristics of permanent magnet synchronous and brushless DC motor for servo drives [J]. *IEEE Trans on Industry Application*, 1991, 27(5): 986-996.
- [2] Holtz J. Sensorless control of induction motor [J]. *Proceedings of IEEE*, 2002, 90(8): 1359-1394.
- [3] TATEMATSU K, HAMADA D, UCHIDA K, et al. New approaches with sensorless drive [J]. *IEEE Industry Application Magazine*, 2000, 6(4): 44-50.
- [4] KOKOTOVIC P. The joy of feedback: nonlinear and adaptive [J]. *IEEE Control System Magazine*, 1992, 12(3): 7-17.
- [5] MORIMOTO S, KAWAMOTO K, SANADA M, et al. Sensorless control strategy for salient-pole PMSM based on EMF in rotating reference frame [J]. *IEEE Trans on Industry Application*, 2002, 38(4): 1054-1061.
- [6] NARENDRA K S, ANNASWAMY A M. *Stable Adaptive Systems* [M]. New Jersey: Prentice Hall, 1989: 175-180.

作者简介:

王家军 (1975—),男,博士,主要研究方向为电力电子与电力传动、控制理论与控制工程, E-mail: wangjiacun@zju.edu.cn;

赵光宙 (1946—),男,博士,教授,博士生导师,主要研究方向为非线性系统控制、信号处理;

齐冬莲 (1973—),女,博士,副教授,主要研究方向为非线性系统控制、信号处理.