

线性系统的鲁棒故障诊断

陈茂银, 周东华

(清华大学 自动化系, 北京 100084)

摘要: 本文讨论了线性系统关于执行器故障的鲁棒诊断问题. 应用混沌同步方法, 能够将线性系统关于执行器故障的鲁棒诊断问题转化为极点配置问题或线性矩阵不等式的求解问题. 该方法能够直接重构故障信息而不是通过产生和评价残差信号得到故障信息, 从而避免了产生和评价残差信号的复杂性.

关键词: 鲁棒故障诊断; 故障重构; 混沌同步; 保密通讯

中图分类号: TP27 **文献标识码:** A

Robust fault diagnosis of linear systems

CHEN Mao-yin, ZHOU Dong-hua

(Department of Automation, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: The problem of robust fault diagnosis for linear systems is discussed. With the proposed chaos synchronization method, this problem can be transformed into the problem of pole placement or the solution of a linear matrix inequality. The proposed scheme directly reconstructs the fault signal rather than obtaining it by generating and evaluating the residual signals.

Key words: robust fault diagnosis; fault reconstruction; chaos synchronization; secure communication

1 引言 (Introduction)

近年来, 动态系统的故障诊断理论与技术正受到越来越多的关注^[1-4,5,6], 这是因为切实保障现代复杂系统的可靠性具有十分重要的意义. 众多学者提出了许多种故障诊断的方法, 其中以观测器为基础的方法取得了比较好的结果. 自适应观测器^[1]、Luenberger 观测器^[2]和未知输入观测器^[3]都可以被用于执行器和传感器故障的诊断. 另外, 鲁棒故障诊断也是一个非常重要的问题. 至今为止, 人们也已经提出了多种鲁棒诊断方法, 例如自适应观测器^[1]和线性矩阵不等式方法^[6]等. 但是, 这些方法也都是在残差信号的基础上考虑故障诊断问题, 这就导致了产生和评价残差信号的复杂性.

本文从另外一个角度考虑线性系统的鲁棒故障诊断问题. 也就是说, 利用观测器直接重构故障而不是通过残差信号得到故障信息. 本文首先表明了混沌保密通讯技术和动态系统的故障诊断技术之间的相似性. 然后应用文献[7]提出的混沌同步方法, 可以将线性系统关于执行器故障的鲁棒诊断问题转化

为极点配置问题或线性矩阵不等式的求解问题, 从而避免了在大多数以观测器为基础的故障诊断技术中产生和评价残差信号的复杂性. 即使系统存在不确定性, 该方法不仅能够估计系统状态, 而且能够直接重构执行器故障信息.

2 问题描述 (Problem statement)

考虑线性系统

$$\begin{cases} \dot{x} = Ax + B_1 u + B_2 f_u + B\Delta(t), \\ y = Cx + D_1 u + D_2 f_u. \end{cases} \quad (1)$$

其中: $x \in \mathbb{R}^n$, $u \in \mathbb{R}^m$, $y \in \mathbb{R}^p$, 不确定扰动 $\Delta(t) \in \mathbb{R}^r$, A, B_1, B_2, B, C, D_1 和 D_2 分别是适当维数的矩阵. $f_u = [f_1 \ f_2 \ \cdots \ f_q]^T$ 表示系统输入通道中的执行器故障.

为了能够诊断执行器故障 f_u , 系统(1)满足如下假设:

假设 1 矩阵 $D_2 \neq 0$ 且 D_2 列满秩.

假设 2 不确定 $\Delta(t)$ 范数有界, 即 $\|\Delta(t)\| < \delta$, 其中 δ 是一个正数.

假设 3 线性系统 (A, B_2, C, D_2) 是最小相位

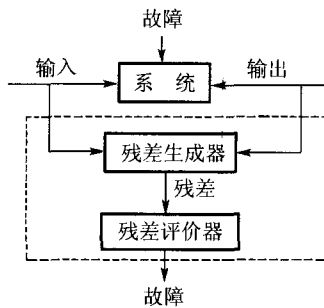
的,即对于任意具有非负实部的复数 μ 有

$$\text{rank} \begin{pmatrix} \mu I_n - A & B_2 \\ C & D_2 \end{pmatrix} = n + \text{rank} \begin{pmatrix} B_2 \\ D_2 \end{pmatrix}.$$

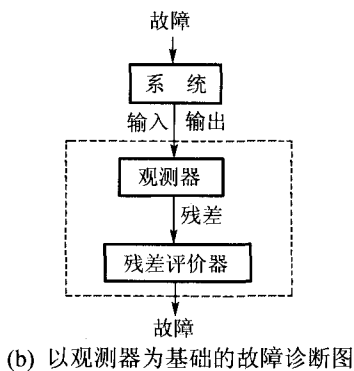
3 鲁棒故障诊断(Robust fault diagnosis)

3.1 故障诊断和混沌保密通讯的相似性(Similarity between fault diagnosis and chaotic secure communication)

一般而言,许多以解析模型为基础的故障诊断技术都是利用观测器得到故障信息;而在混沌保密通讯中,许多方法也要利用观测器理论设计合适的从系统从而实现信息信号的复现.实际上,混沌保密通讯中的信息复现问题可以看成是主系统某种故障的诊断和重构问题;反之,以观测器为基础的故障诊断问题也可以看成是一种以观测器为基础的混沌保密通讯中的信息复现问题.故障诊断技术和以观测器为基础的混沌保密通讯技术的框图分别见图1和图2.



(a) 标准故障诊断图



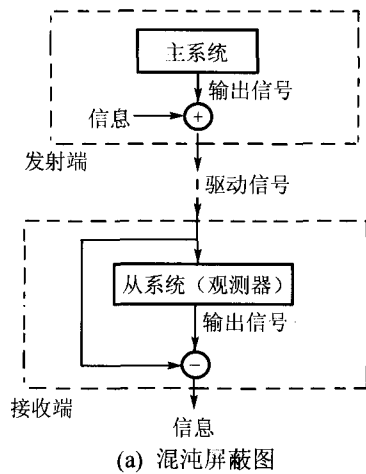
(b) 以观测器为基础的故障诊断图

图1 故障诊断图

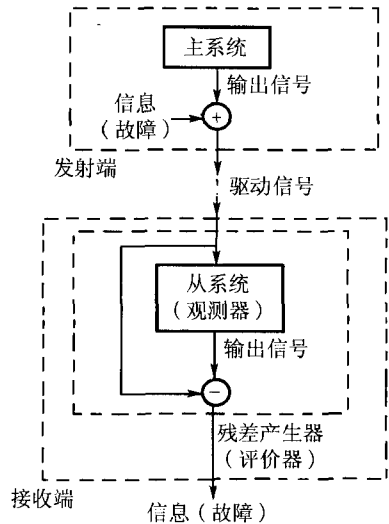
Fig. 1 Schemes on fault diagnosis

图1包含两个子图,第1个子图是标准的故障诊断图^[8],第2个子图是以观测器为基础的故障诊断图.在图1中,故障可以是传感器故障.从图1可以看出,观测器可以作为残差信号的产生器(残差信号是系统与观测器的输出之差);而评价器需要利用残差信号得到故障信息.图2是混沌保密通讯中的

屏蔽图,而且假设图2中的信息信号和输出信号是标量.第1个子图是混沌保密通讯中的屏蔽方案^[9].在发射端,信息信号直接与输出信号相加作为驱动信号,然后发射到接收端.在接收端,可以根据驱动信号设计适当的观测器(从系统),直接将驱动信号和从系统的输出信号相减,就可以得到信息信号.第2个子图是在故障诊断意义下的屏蔽图.信息信号被看作是主系统的传感器故障,而驱动信号是包含传感器故障的输出信号.在接收端,残差产生器也是残差评价器,这是因为残差信号是由驱动信号和从系统的输出信号直接相减得到的.对于标量信息信号和输出信号而言,残差信号也就是复现的信息信号,也就是主系统的传感器故障信息.



(a) 混沌屏蔽图



(b) 故障诊断意义下的屏蔽图

图2 混沌屏蔽图

Fig. 2 Schemes on chaotic masking

从图1和2可以看出,动态系统的故障诊断技术和混沌保密通讯技术有一定的相似性.因此,故障诊断的思想和方法可以应用于混沌保密通讯中;反之,

混沌保密通讯技术也可以为故障诊断带来新的思路.

3.2 观测器设计 (Observer design)

文献[7]在考虑混沌系统的同步以及保密通讯时,提出了一种状态观测器设计方法.只要主系统满足一定的条件,从系统就能够直接估计主系统的状态和隐藏的信息信号.本节将该技术推广到故障诊断领域中,能够有效地解决线性系统关于执行器故障的诊断及其鲁棒性问题.

在本文中,有关记号均与文献[7]中的记号相同.

令 $E = [I_n \ 0]$, $M = [A \ B_2]$, $H = [C \ D_2]$ 和 $\xi = \text{col}(x, f_u)$, 其中 $\text{col}(\cdot)$ 表示由列向量 x 和 f_u 按照列的形式组成的一个列向量. 由于矩阵 D_2 列满秩, 故

$$\begin{bmatrix} P & Q \end{bmatrix} = \left(\begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}^T \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix} \right)^{-1} \begin{pmatrix} E \\ H \end{pmatrix}^T.$$

因此 $PE + QH = I_{n+q}$. 构造如下观测器

$$\begin{cases} \dot{z} = Nz + Ly + (PB_1 - LD_1 + KD_1)u - \\ K(y - H\hat{\xi}), \\ \hat{\xi} = z + Qy - QD_1u. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $N \in \mathbb{R}^{(n+q) \times (n+q)}$, $L \in \mathbb{R}^{(n+q) \times p}$ 和 $K \in \mathbb{R}^{(n+q) \times p}$ 待定. 令 $e = \hat{\xi} - \xi$, 则

$$\begin{aligned} e &= z + Qy - QD_1u - \xi = \\ &= z + (QH - I_{n+q})\xi = z - PE\xi. \end{aligned} \quad (3)$$

因此误差系统为

$$\begin{aligned} \dot{e} &= \\ &= z - PE\dot{\xi} = Nz + Ly + \\ &+ (PB_1 - LD_1 + KD_1)u - K(y - H\dot{\xi}) - PE \begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{f}_u \end{pmatrix} = \\ &= Nz + Ly + (PB_1 - LD_1 + KD_1)u - K(y - H\dot{\xi}) \\ &- PE \begin{pmatrix} A & B_2 \\ * & * \end{pmatrix} \begin{pmatrix} x \\ f_u \end{pmatrix} - PE \begin{pmatrix} B_1 \\ * \end{pmatrix} u - PE \begin{pmatrix} I_n \\ * \end{pmatrix} B\Delta(t) = \\ &= Nz + KHe + (LH - PM)\xi - PB\Delta(t). \end{aligned}$$

其中 $*$ 表示未知部分, 这是由于矩阵 E 的特殊形式决定的. 由于 $e = z - PE\xi$, 即 $z = e + PE\xi$, 因此 $\dot{e} = (N + KH)e + (N - NQH + LH - PM)\xi - PB\Delta(t)$. 根据假设 3 以及文献[7]中的引理得, 矩阵对 (PM, H) 可检测, 故存在一个矩阵 F 使 $PM - FH$ 稳定. 取矩阵 $N = PM - FH$. 于是

$$\begin{aligned} \dot{e} &= (N + KH)e + \\ &+ (LH - FH - NQH)\xi - PB\Delta(t). \end{aligned} \quad (4)$$

因为 (PM, H) 可检测, 所以有

$$\text{rank} \begin{pmatrix} H^T & (H(PM))^T & \cdots & (H(PM)^{n+q-1})^T \end{pmatrix}^T = n + q.$$

经过一系列初等行变换得

$$\begin{aligned} &\text{rank} \begin{pmatrix} H^T & (HN)^T & \cdots & (HN^{n+q-1})^T \end{pmatrix}^T = \\ &\text{rank} \begin{pmatrix} H^T & (H(PM - FH))^T & \cdots & \\ (H(PM - FH)^{n+q-1})^T \end{pmatrix}^T = \\ &\text{rank} \begin{pmatrix} H^T & (H(PM))^T & \cdots & (H(PM)^{n+q-1})^T \end{pmatrix}^T. \end{aligned} \quad (5)$$

这是因为有如下关系

$$\begin{aligned} H(PM - FH)^i &= \\ H(PM)^i - HF \cdot H(PM)^{i-1} - \\ H(PM - FH)F \cdot H(PM)^{i-2} - \\ H(PM - FH)^2F \cdot H(PM)^{i-3} - \cdots - \\ H(PM - FH)^{i-2}F \cdot H(PM) - \\ H(PM - FH)^{i-1}F \cdot H. \end{aligned}$$

因此矩阵对 (N, H) 可检测. 在式(4)中, 取矩阵 $L = F + NQ$, 满足 $LH - FH - NQH = 0$. 因为 (N, H) 可检测, 所以可选取矩阵 K 使矩阵 $(N + KH)$ 任意配置极点. 于是系统(4)变为

$$\dot{e} = (N + KH)e - PB\Delta(t). \quad (6)$$

当不确定 $\Delta(t) = 0$ 时, 可以根据极点配置算法使矩阵 $(N + KH)$ 指数稳定, 所以 $\lim_{t \rightarrow \infty} e(t) = 0$. 也就是说, 观测器(2)不仅可以估计系统(1)的状态, 而且可以重构系统(1)中的执行器故障 f_u .

3.3 鲁棒故障诊断 (Robust fault diagnosis)

本节考虑系统(1)存在不确定时的鲁棒故障诊断问题.

对于系统(1), 观测器取为(2). 根据上一节, 只要假设 3 成立, 就可以选取矩阵 K 任意配置 $(N + KH)$ 的极点^[10], 因此, 对于初始误差 $e(0) = \hat{\xi}(0) - \xi(0)$, 系统(6)的解满足

$$e(t) = e^{(N+KH)t} e(0) - \int_0^t e^{(N+KH)(t-\tau)} PB\Delta(\tau) d\tau.$$

因为 $(N + KH)$ 指数稳定, 所以存在正数 $m_1 > 0$ 和 $\alpha > 0$, 使

$$\|e^{(N+KH)t}\| \leq m_1 e^{-\alpha t}. \quad (7)$$

因此 $\|e(t)\| \leq m_1 \|e(0)\| e^{-\alpha t} + \frac{m_1 \delta \|PB\|}{\alpha} (1 - e^{-\alpha t})$. 当时间趋于无穷时, 有

$$\|e(t)\| \leq \frac{m_1 \delta \|PB\|}{\alpha}. \quad (8)$$

在式(8)中, 正数 α 与矩阵 $(N + KH)$ 的特征值有关,

因此可以选择矩阵 K 使 $(N + KH)$ 稳定而且特征值的绝对值非常大,也就是说, $\frac{m_1 \delta \|PB\|}{\alpha}$ 非常小. 因此,即使系统(1)存在不确定性 $\Delta(t)$,只要适当选择矩阵 K ,观测器(2)也能够比较精确地重构状态和执行器故障 f_u . 上述分析表明:只要系统(1)满足假设1到3,就可以根据极点配置算法选择矩阵 K 使 $(N + KH)$ 稳定而且特征值的绝对值非常大,从而使不确定性 $\Delta(t)$ 对故障的影响充分小,因此实现了执行器故障的鲁棒诊断. 也就是说,鲁棒故障诊断问题可以转化为极点配置问题.

然而,在式(7)中,正数 α 和 m_1 不容易求取. 为了能够重构故障 f_u ,可以利用 H_∞ 理论抑制不确定性 $\Delta(t)$ 对故障的影响. 对于系统(1),假设1到3成立. 观测器仍然取为(2),其中 $N = PM - FH$, $L = F + NQ$,但矩阵 K 待定. 在系统(6)中,不确定性 $\Delta(t)$ 到误差 e 的传递函数 $G_{\Delta e}(s)$ 为

$$G_{\Delta e}(s) = -(sI_{n+q} - (N + KH))^{-1}PB. \quad (9)$$

根据有界实引理[6],对于给定正数 β ,系统(6)渐近稳定而且传递函数 $G_{\Delta e}(s)$ 的 H_∞ 范数不超过正数 β 的充要条件是矩阵不等式

$$\begin{bmatrix} (N + KH)^T \bar{P} + \bar{P}(N + KH) & -\bar{P}PB & I_{n+q} \\ -B^T \bar{P}^T \bar{P} & -\beta I_r & 0 \\ I_{n+q} & 0 & -\beta I_{n+q} \end{bmatrix} < 0. \quad (10)$$

有对称正定解 $\bar{P}$. 但是在(10)式中, K 和 $\bar{P}$ 呈非线性关系. 令 $P_1 = \bar{P}K$, 则不等式(10)表示为

$$\begin{bmatrix} N^T \bar{P} + H^T P_1^T + \bar{P}N + P_1 H & -\bar{P}PB & I_{n+q} \\ -B^T \bar{P}^T \bar{P} & -\beta I_r & 0 \\ I_{n+q} & 0 & -\beta I_{n+q} \end{bmatrix} < 0. \quad (11)$$

其中 $\bar{P}$ 是正定对称矩阵. 只要不等式(11)有解 P_1 和 $\bar{P}$, 则矩阵 $K = \bar{P}^{-1}P_1$. 不等式(11)可以利用 Matlab 中的 LMI 工具箱通过求解如下优化问题^[11]

$$\begin{cases} \min \beta, \\ \text{s.t. (11),} \\ \bar{P} > 0. \end{cases} \quad (12)$$

得到矩阵解 P_1 和 $\bar{P}$. 所以,即使系统存在不确定性 $\Delta(t)$,观测器(2)仍然能够在 H_∞ 意义下重构执行器故障 f_u . 因此,鲁棒故障诊断问题可以转化为线性矩阵不等式的求解问题.

注 本文中的直接重构方法也可以应用于传感器故障的诊断及其鲁棒性问题. 在系统(1)中,可以将执行器故障 f_u 替换成传感器故障 f_s . 取矩阵 $B_2 = 0$ 以及 $M = [A \ 0]$. 如果假设1到3成立,那么传感器故障的鲁棒诊断问题也可以转化为极点配置问题或线性矩阵不等式的求解问题.

4 仿真(Simulation)

本节以一简单的二阶线性系统为例说明该方法的有效性. 线性系统的动态方程为

$$\begin{cases} \begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -4 & 1 \\ -1 & -3 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \Delta_1 \\ \Delta_2 \end{bmatrix}, \\ \begin{bmatrix} y_1 \\ y_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} f \\ 0 \end{bmatrix}. \end{cases} \quad (13)$$

其中:控制律 $u_1 = 0.1x_2$, $u_2 = -0.2x_1$; f 表示执行器 u_1 产生的故障; Δ_i ($i = 1, 2$) 表示外部不确定干扰. 可以验证,系统(13)是最小相位的. 为简化,外部不确定分别为 $\Delta_1 = 0.01 \sin t$ 和 $\Delta_2 = 0.02 \cos t$. 执行器故障取为缓变故障

$$f(t) = \begin{cases} 0.04t - 0.6, & 15 \leq t < 20, \\ -0.04t + 1, & 20 \leq t \leq 25, \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (14)$$

因此,可以得到下列矩阵

$$E = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad M = \begin{bmatrix} -4 & 1 & 1 \\ -1 & -3 & 0 \end{bmatrix},$$

$$H = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}, \quad P = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ -1 & 0 \end{bmatrix}, \quad Q = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0.5 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

因为矩阵对 (PM, H) 可检测,所以分别通过配置极点 $(-2, -3, -5)$ 和 $(-2, -3, -2.5)$ 计算得到矩阵 F, N, L, K :

$$F = \begin{bmatrix} -0.5013 & 0.9887 \\ -0.2620 & 1.4997 \\ 2.5015 & -1.0113 \end{bmatrix},$$

$$N = \begin{bmatrix} -3.4987 & 0.0113 & 1.5013 \\ -0.2380 & -2.9997 & 0.2620 \\ 1.4985 & 0.0113 & -3.5015 \end{bmatrix},$$

$$L = \begin{bmatrix} 1 & 0.9943 \\ -1 & -1.0057 \end{bmatrix}, \quad K = \begin{bmatrix} -1.8904 & -11.9761 \\ -0.4488 & -2.9874 \\ 2.3778 & 11.9646 \end{bmatrix},$$

于是,系统(13)的观测器为(2)式.

仿真结果如图3和4所示. 图3表示状态 x_i ($i = 1, 2$) 和它们的估计状态 $\hat{x}_i$ ($i = 1, 2$) 的差. 从该图

可以看出,估计误差是渐近趋于零.图4表示系统(13)的执行器故障和相应的重构故障.在图4中,实线表示实际的执行器故障,而虚线表示重构的执行器故障.从图4可以看出,重构的执行器故障仍然能够很好地逼近实际的执行器故障.

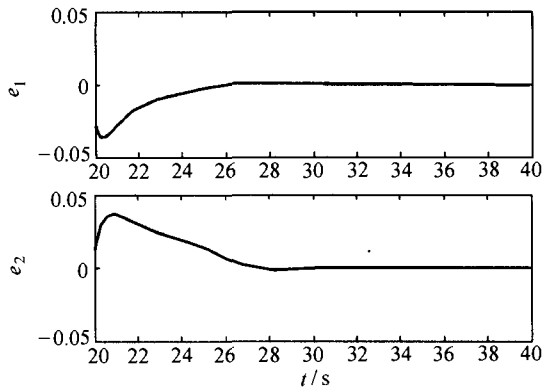


图3 关于状态的估计误差曲线

Fig. 3 The curves on estimation errors

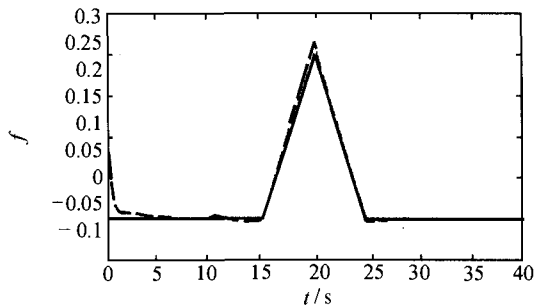


图4 关于执行器的重构故障

Fig. 4 The real and reconstructed actuator faults

5 结论(Conclusion)

本文讨论了线性系统关于执行器故障的鲁棒诊断问题.应用文献[7]提出的同步方法,能够将执行器故障的鲁棒诊断问题转化为极点配置问题或线性矩阵不等式的求解问题.该方法能够直接重构故障信息而不是利用残差信号评价故障信息,从而避免了大多数以观测器为基础的故障诊断技术中产生和评价残差信号的复杂性.

参考文献(References):

- [1] WANG H, DELAY S. Actuator fault diagnosis: an adaptive observer based technique [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(5): 1073 – 1078.
- [2] DUAN G, PATTON R J. Robust fault detection in linear systems using Luenberger observers [C]// *UKACC Int Conf Control*. UK: University of Wales Press, 1998: 1468 – 1473.
- [3] PATTON R J, FRANK P M, CLARK R N, et al. *Fault Diagnosis in Dynamic Systems: Theory and Application* [M]. Englewood Cliffs, NJ: Prentice Hall, 1989, 3: 47 – 98.
- [4] SHEN L C, HSU P L. Robust design of fault isolation observers [J]. *Automatica*, 1998, 34(11): 421 – 429.
- [5] CHILALI M, GAHINET P. H_{∞} design with pole placement constraint: an LMI approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1996, 41(3): 358 – 367.
- [6] ZHONG M Y, DING X, LAM J, et al. An LMI approach to design robust fault detection filter for uncertain LTI systems [J]. *Automatica*, 2003, 39(3): 543 – 550.
- [7] BOUTAYEB M, DAROUACH M, RAFARALAHY H. Generalized state-space observers for chaotic synchronization and secure communication [J]. *IEEE Trans on Circuits System I*, 2002, 49(3): 345 – 349.
- [8] CHOW E, WILLSKY A. Issues in the development of a general algorithm for reliable failure detection [C]// *Proc of the 19th Conf On Decision and Control*. New York: Wiley, 1980.
- [9] LIAO T, HUANG N. An observer-based approach for chaotic synchronization with applications to secure communication [J]. *IEEE Trans on Circuits System I*, 1999, 46(9): 1144 – 1150.
- [10] 郑大钟. 线性系统理论[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. (ZHENG Dazhong. *Linear Control Theory* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)
- [11] 俞立. 鲁棒控制—线性矩阵不等式处理方法[M]. 北京: 清华大学出版社, 2002. (YU Li. *Robust Control—Methods for Linear Matrix Inequality* [M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2002.)

作者简介:

陈茂银 (1975—), 男, 博士, 主要研究方向为故障诊断与容错控制、混沌系统的容错控制与容错同步等, E-mail: maoyinchen@163.com;

周东华 (1963—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为故障诊断与容错控制、自适应控制等.