

一类具有匹配时滞状态扰动的非线性系统自适应鲁棒镇定

吴 敏¹, 张凌波², 刘国平³

(1. 中南大学 信息科学与工程学院, 湖南 长沙 410083; 2. 华东理工大学 信息科学与工程学院, 上海 200237;
3. 中国科学院 自动化研究所, 北京 100080)

摘要: 讨论了一类具有时滞状态扰动的非线性系统的自适应鲁棒镇定问题, 所考虑的时滞状态扰动的上界与
时变函数相关并且含有未知参数. 通过自适应律估计未知参数, 并且利用估计值设计了鲁棒控制器. 同时, 基于
Lyapunov-Krasovskii 函数, 证明了闭环系统具有一致最终有界意义下的鲁棒稳定性. 最后, 通过一个数值例子的仿真
验证了结论的正确性.

关键词: 非线性系统; 时滞不确定性; 自适应控制; 鲁棒稳定; 一致最终有界

中图分类号: TP202 **文献标识码:** A

Adaptive robust stabilization of a class of nonlinear systems with matched time-delay state disturbances

WU Min¹, ZHANG Ling-bo², LIU Guo-ping³

(1. School of Information Science and Engineering, Central South University, Changsha Hunan 410083, China;
2. College of Information Science and Engineering, East China University of Science and Technology, Shanghai 200237, China;
3. Institute of Automation, Chinese Academy of Sciences, Beijing 100080, China)

Abstract: The paper discusses adaptive robust stabilization for a class of nonlinear systems with matched time-delay state
disturbances. The upper bounds of the time-delay state disturbances depend on time-varying functions and contain unknown pa-
rameters. Adaptive laws are proposed to estimate the unknown parameters, and robust controllers are designed using the estimated
values. Based on Lyapunov-Krasovskii function, it is shown that the closed-loop system is stable in the sense of uniform ultimate-
ly boundedness. Finally, a numerical example is given to verify the correctness of the conclusion.

Key words: nonlinear systems; time-delay uncertainties; adaptive control; robust stabilization; uniform ultimately bound-
edness

1 引言(Introduction)

定常或时变滞后是工程系统控制中经常碰到的情况, 广泛存在于过程控制、液压系统、涡轮发动机、核反应堆等实际控制系统中. 时滞系统的控制问题受到了广泛研究. 线性时滞系统的鲁棒控制研究中, 文献[1]研究了一类线性时变不确定系统的鲁棒 H_∞ 控制问题, 在系统的状态不完全可测的情形下, 基于代数 Riccati 等式和线性矩阵不等式设计动态输出控制器使系统二次稳定, 并且将扰动对系统的影响降低到一个预先给定的范围内. 文献[2]讨论了具有状态时滞的线性系统的 H_∞ 控制问题, 基于线性矩阵不等式设计了鲁棒控制器保证系统的内部稳定性和鲁棒性能.

时滞不确定性的存在是影响系统稳定性的一个

重要因素, 因此时滞不确定系统的鲁棒稳定问题受到了广泛的重视. 文献[3]总结了具有参数不确定性的线性时滞系统的稳定性和鲁棒稳定性的近期部分研究工作. 在上述结论中, 当时滞不确定性的上界函数已知时, 利用已知的上界函数能够构造鲁棒稳定控制器, 并获得系统的稳定条件. 然而在许多工程实践中, 系统不确定性的上界是未知的. 因此研究系统时滞不确定性的上界未知情形的控制问题具有重要意义. 文献[4, 5]研究了线性系统具有时滞扰动并且扰动上界未知情形下系统的鲁棒稳定问题, 通过求解 Riccati 等式, 设计了自适应鲁棒稳定控制器, 使闭环系统状态和参数估计误差一致最终有界. 而文献[6]讨论了一类不确定非线性系统一致最终有界的自适应鲁棒镇定控制器的设计问题. 另一方面, 文

献[7]针对具有时变不确定性的非线性系统,通过设计自适应律在线估计,获得了使系统稳定的自适应鲁棒控制器.

本文讨论了一类具有匹配时滞状态扰动的非线性系统自适应鲁棒镇定问题.在系统的时滞扰动的上界与时变函数相关并且含有未知参数的情况下,通过求解 Hamilton-Jacobi 不等式,设计了自适应律估计未知参数,并利用估计值构造控制器使闭环系统一致有界意义下鲁棒稳定.所提出的方法将自适应控制方法与鲁棒控制方法有效地结合起来,解决了所研究对象的鲁棒镇定问题.与以往非线性系统鲁棒镇定研究相比较,本文的方法有效利用了控制过程中获得的参数不确定性的信息,并保证了参数估计误差的一致收敛性.并且自适应鲁棒控制器不依赖于时滞的确切值,因此可应用于在设计过程中系统时滞的确切值未知的情形.

2 问题描述 (Problem description)

考虑具有匹配时滞状态扰动的非线性系统

$$\dot{x} = f(x) + g(x)(u + E(x(t-h)), t), \quad (1)$$

其中: $t \in \mathbb{R}$ 是时间, h 是时滞, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ 是系统状态的当前值, $u \in \mathbb{R}^m$ 是控制输入, $f(x)$ 和 $g(x)$ 是具有相应维数的已知矩阵函数, $E(x(t-h), t)$ 是连续非线性向量函数,表示匹配的时滞状态扰动.此外,时滞 h 为任意正的常数,并且在下文的结论中显示在系统设计中不要求 h 的值已知.系统(1)的初始状态由下式给定

$$x = \chi(t), \quad t \in [t_0 - h, t_0], \quad (2)$$

其中 $\chi(t)$ 是 $[t_0 - h, t]$ 上的连续函数.

如果状态的所有当前值可测,那么所要设计的无记忆状态反馈控制器可表示为一个连续函数

$$u = p(x(t), t). \quad (3)$$

本文所要解决的问题是如何设计无记忆状态反馈控制器 u 使系统(1)存在时滞状态扰动时鲁棒稳定.

3 主要结果 (Main result)

对系统的时滞不确定性做以下假设:

A1) 对于所有的 $(x(t-h), t)$, 时滞不确定性 $E(x(t-h), t)$ 满足

$$\|E(x(t-h), t)\| \leq \beta \|\alpha(x(t-h))\|, \quad (4)$$

其中

$$\beta^2 = W^T(x, t) \theta \geq 0, \quad (5)$$

$W(x, t) \in \mathbb{R}^s$ 是已知函数, $\theta \in \mathbb{R}^s$ 是未知的定常参数向量, $\|\cdot\|$ 表示欧几里德范数, $\alpha(x(t-h))$ 是一

已知的向量函数, 并且 $\alpha(x(t-h)) \neq 0$, $\tau \|x(t-h)\| \leq \|\alpha(x(t-h))\|$, $\forall x(t-h) \neq 0$, τ 是正的常数. 由于 θ 未知, 在控制器的设计中以 $\hat{\theta}$ 表示 θ 的估计值, 设计自适应率使 $\hat{\theta}$ 逼近 θ .

假设条件 A1) 意味着时滞状态扰动 $E(x(t-h), t)$ 有界, 但其上界是时变的, 并含有未知参数. 这与文献[7]中针对匹配时变不确定性的假设条件 3B 类似.

关于非线性系统(1)有以下结论:

定理 1 对于满足假设条件 A1) 的非线性系统(1), 如果存在正定函数 $V(x)$ 和正数 μ 使 Hamilton-Jacobi 不等式

$$\begin{cases} \frac{\partial V}{\partial x} f(x) - \mu \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g^T(x) \frac{\partial V}{\partial x} + \alpha^T(x) \alpha(x) \leq 0, \\ V(0) = 0 \end{cases} \quad (6)$$

成立, 则在控制器

$$u = -k(t) g^T(x) \frac{\partial V}{\partial x} \quad (7)$$

的作用下, 系统(1)鲁棒稳定. 其中

$$k(t) = \mu + \frac{1}{4} \rho^{-1} W^T(x, t) \hat{\theta}, \quad (8)$$

ρ 是小于 1 的正数, 自适应律为

$$\dot{\hat{\theta}} = -\sigma \gamma \hat{\theta} + \frac{1}{8} \gamma \left\| g^T(x) \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2 W(x, t), \quad (9)$$

σ 和 γ 是任意的正的常数, $\hat{\theta}(t)$ 的初始值 $\hat{\theta}(t_0)$ 为有限值. 在控制器的作用下, 满足条件 A1) 的闭环系统(1)的状态 x 和估计误差 $\tilde{\theta} = \hat{\theta} - \theta$ 是一致最终有界的.

证 选择 Lyapunov-Krasovskii 函数

$$U(x, \tilde{\theta}) = V(x) + \rho \int_{t-h}^t \alpha^T(\tau) \alpha(\tau) d\tau + \gamma^{-1} \tilde{\theta}^2. \quad (10)$$

由式(9)可知参数估计误差系统为

$$\dot{\tilde{\theta}} = -\sigma \gamma \tilde{\theta} - \varphi \gamma \theta + \frac{1}{8} \gamma \left\| g^T(x) \frac{\partial V}{\partial x} \right\|^2 W(x, t). \quad (11)$$

计算 $\dot{U}(x, \tilde{\theta})$, 并将(7)式表示的控制器 u 代入其中, 可得

$$\dot{U}(x, \tilde{\theta}) =$$

$$\begin{aligned} & \left[\frac{\partial V}{\partial x} f(x) - \left(\mu + \frac{1}{4} \rho W^T(x, t) \hat{\theta} \right) \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g^T(x) \frac{\partial V}{\partial x} + \right. \\ & \left. \frac{\partial V}{\partial x} g(x) E(x(t-h), t) \right] + \rho \alpha^T(x(t)) \alpha(x(t)) - \\ & \rho \alpha^T(x(t-h)) \alpha(x(t-h)) + 2\gamma^{-1} \tilde{\theta} \dot{\tilde{\theta}} \leq \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& - (1 - \rho) \alpha^T(x(t)) \alpha(x(t)) - \\
& \frac{1}{4} \frac{\partial}{\partial x} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} + \\
& \sqrt{\frac{W^T(x, t) \theta}{\rho}} \left\| g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} \right\| \sqrt{\rho} \|\alpha(x(t-h))\| - \\
& \rho \alpha^T(x(t-h)) \alpha(x(t-h)) + 2\gamma^{-1} \ddot{\theta} \dot{\theta}. \quad (12)
\end{aligned}$$

因为 $2ab \leq a^2 + b^2$, 所以

$$\begin{aligned}
& \sqrt{\frac{W^T(x, t) \theta}{\rho}} \left\| g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} \right\| \cdot \sqrt{\rho} \|\alpha(x(t-h))\| \leq \\
& \frac{1}{4} \frac{W^T(x, t) \theta}{\rho} \left\| g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} \right\|^2 + \rho \|\alpha(x(t-h))\|^2. \quad (13)
\end{aligned}$$

故

$$\begin{aligned}
& \dot{U}(x, \tilde{\theta}) \leq \\
& - (1 - \rho) \alpha^T(x(t)) \alpha(x(t)) - \\
& \frac{1}{4} \frac{W^T(x, t) \tilde{\theta}}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} + \\
& \frac{1}{4} \frac{W^T(x, t) \tilde{\theta}}{\rho} \left\| g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} \right\|^2 + \rho \|\alpha(x(t-h))\|^2 - \\
& \rho \alpha^T(x(t-h)) \alpha(x(t-h)) + 2\gamma^{-1} \ddot{\theta} \dot{\theta} = \\
& - (1 - \rho) \alpha^T(x(t)) \alpha(x(t)) - \\
& \frac{1}{4} \frac{W^T(x, t) \tilde{\theta}}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} + 2\gamma^{-1} \ddot{\theta} \dot{\theta}. \quad (14)
\end{aligned}$$

由式(9)和假设 A1) 可得

$$\begin{aligned}
& \dot{U}(x, \tilde{\theta}) \leq \\
& - (1 - \rho) \alpha^T(x(t)) \alpha(x(t)) - \\
& \frac{1}{4} \frac{W^T(x, t) \tilde{\theta}}{\rho} \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} + \\
& 2\gamma^{-1} \tilde{\theta} \left(-\sigma \tilde{\theta} - \sigma \gamma \theta + \frac{1}{8} \frac{\gamma}{\rho} \left\| g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} \right\|^2 W(x, t) \right) \leq \\
& - (1 - \rho) \tau^2 x^T(t) x(t) - \sigma \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} + \sigma \theta^T \theta.
\end{aligned}$$

因此, 闭环系统和误差系统的解 $(x, \tilde{\theta})$ 一致最终有界, 最终稳定于剩余集

$$\{(x, \tilde{\theta}) \mid (1 - \rho) \tau^2 x^T(t) x(t) + \sigma \tilde{\theta}^T \tilde{\theta} \leq \sigma \theta^T \theta\}. \quad (15)$$

注 1 由于控制器的设计形式中不含有时滞 h , 因此本文所得到的定理 1 可应用于时滞 h 未知的情形. 此外, 根据证明中的(15)式可知, 系统稳定于剩余集的大小取决于参数 ρ 和 σ 的选择. ρ 和 σ 的值越小, 状态 $x(t)$ 越趋近于平衡点.

4 仿真 (Simulation)

考虑以下形式的非线性系统(1), 其中

$$f(x) = \begin{bmatrix} x_1 - x_1 x_2 \\ x_2 + x_1^2 \end{bmatrix}, \quad g(x) = \begin{bmatrix} \sin x_1 & \cos x_1 \\ -\cos x_1 & \sin x_1 \end{bmatrix}. \quad (16)$$

并且假设条件 A1) 中的 $W(x, t) = 1, \alpha(x) = \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix}$,

则 $\tau = 1$, 假设时滞为 $h = 2$, 选择

$$V(x) = x_1^2 + x_2^2, \quad (17)$$

则当 $\mu = 1$ 时,

$$\begin{aligned}
& \frac{\partial V}{\partial x} f(x) - \mu \frac{\partial V}{\partial x} g(x) g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} + \alpha^T(x) \alpha(x) = \\
& - x_1^2 - x_2^2 \leq 0, \quad (18)
\end{aligned}$$

因此满足不等式(7). 选择 $\rho = 0.5, \sigma = 0.1, \gamma = 1$, 则根据定理 1 设计控制器为

$$\begin{aligned}
u = & - (1 + 0.5 \hat{\theta}) g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} = \\
& - (1 + 0.5 \hat{\theta}) \begin{bmatrix} 2x_1 \sin x_1 & -2x_2 \cos x_1 \\ 2x_1 \cos x_1 & +2x_2 \sin x_1 \end{bmatrix}. \quad (19)
\end{aligned}$$

自适应律为

$$\begin{aligned}
\dot{\hat{\theta}} = & -0.1 \hat{\theta} + 0.125 \left\| g^T(x) \frac{\partial^T V}{\partial x} \right\|^2 = \\
& -0.1 \hat{\theta} + 0.125 (4x_1^2 + 4x_2^2). \quad (20)
\end{aligned}$$

根据定理 1, 系统状态稳定于剩余集 $\{(x, \tilde{\theta}) \mid 0.5x^T(t)x(t) + 0.1\tilde{\theta}^T\tilde{\theta} \leq 0.1\theta^T\theta\}$.

在仿真中, 设定初始条件为

$$\begin{cases} x = [2 \cos t & \cos t], \quad t \in [t_0 - h, t_0], \\ \hat{\theta}(t_0) = 2, \end{cases} \quad (21)$$

选择具有时滞的函数 $E(\cdot)$ 为

$$E(x(t-h), t) = \begin{bmatrix} \sqrt{|x_1(t-h)x_2(t-h)|} \\ \sqrt{|x_1(t-h)x_2(t-h)|} \end{bmatrix}, \quad (22)$$

则满足条件 A1), 且未知的 $\theta = 1$, 则状态稳定的剩余集为 $\{(x, \tilde{\theta}) \mid 5x^T(t)x(t) + \tilde{\theta}^T\tilde{\theta} \leq 1\}$.

在所设定的参数的作用下, 运用 MATLAB 软件中的 SIMULINK 工具箱进行仿真, 所获得的结果如图 1~4 所示.

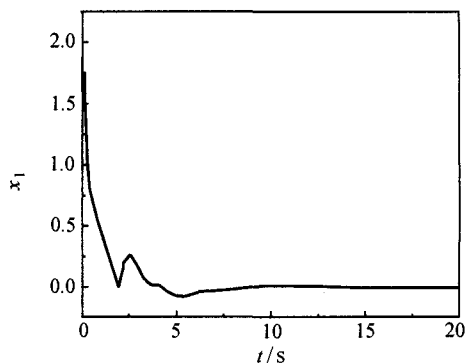
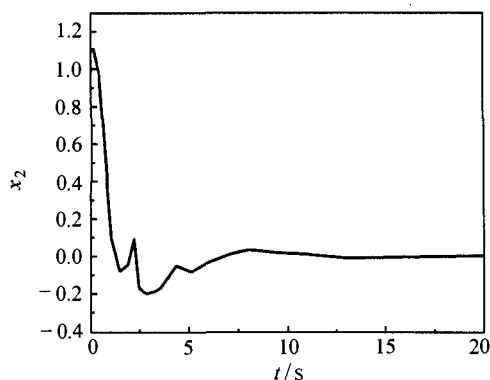
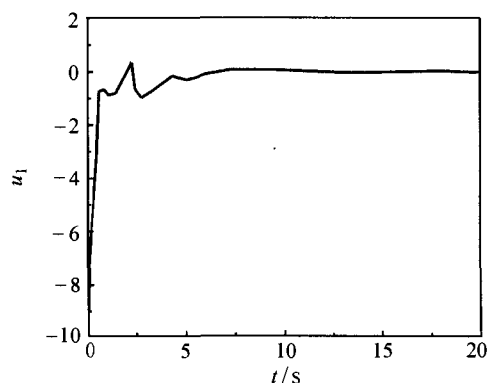
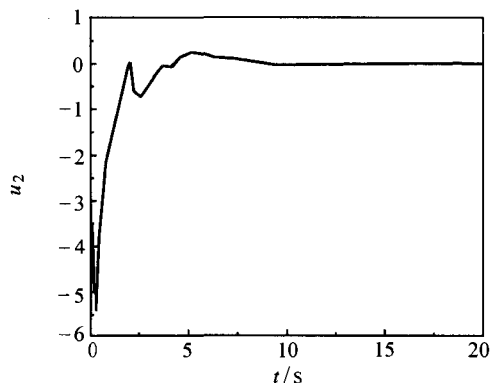


图 1 系统的状态 x_1

Fig. 1 System state x_1

图2 系统的状态 x_2 Fig. 2 System state x_2 图3 控制输入 u_1 Fig. 3 Control input u_1 图4 控制输入 u_2 Fig. 4 Control input u_2

由图1~4可知,在所设计的控制器作用下,闭环系统的状态在一致最终有界意义下稳定,而且具有良好的性能。

5 结论(Conclusion)

时滞是控制系统常见的一种现象,时滞现象的存在是影响控制系统性能的一个重要因素。本文讨论了一类具有匹配时滞状态扰动的非线性系统的鲁棒镇定问题,结合自适应控制和鲁棒控制提出了一

种自适应鲁棒控制设计方法。考虑了非线性系统的时滞扰动上界未知的情形,通过设计自适应律逼近时滞扰动上界的真实值,并以估计值为基础设计了控制器使闭环系统鲁棒稳定。具体的,在系统时滞扰动的上界函数未知,但满足一定的匹配条件的情况下,通过求解一个 Hamilton-Jacobi 不等式设计了一类自适应鲁棒控制器。基于 Lyapunov-Krasovskii 函数,证明了系统的状态和参数估计误差一致最终有界,收敛于一定的剩余集内,并且剩余集的大小可以通过调节控制器的参数值任意调节。此外,本文所提出的方法,在控制器设计中,不要求时滞不确定性的时滞值已知,因此适用于控制对象存在时滞,但不能获得时滞的确切值的情形。

参考文献(References):

- [1] SU H Y, CHU J. Robust H_∞ control for linear time-varying uncertain time-delay systems via dynamic output feedback [J]. *Int J of System Science*, 1999, 30(10): 1093 - 1107.
- [2] FRIDMAN E, SHAKED U. A descriptor system approach to H_∞ control of linear time-delay systems [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(2): 253 - 270.
- [3] KHARITONOV V L. Robust stability analysis of time-delay systems: A survey [J]. *Annual Reviews in Control*, 1999, 23: 185 - 196.
- [4] WU H S. Adaptive robust state feedback controllers for a class of dynamical systems with delayed state perturbation [C] // *Proc of The American Control Conference*, Chicago, Illinois: [s. n.], 2000, 3661 - 3665.
- [5] WU H S. Adaptive stabilizing state feedback controllers for uncertain dynamical systems with multiple time delays [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 45(9): 1697 - 1701.
- [6] WU H S. Continuous adaptive robust controllers guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain nonlinear systems [J]. *Int J Control*, 1999, 72(2): 115 - 122.
- [7] QU Z. Robust control of nonlinear systems by estimating time variant uncertainties [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(1): 115 - 121.

作者简介:

吴敏 (1963—),男,教授,博士生导师,1986年于中南工业大学自动化专业获硕士学位,1999年获日本东京工业大学博士学位,研究领域:鲁棒控制、非线性控制和过程控制, E-mail: min@mail.csu.edu.cn;

张凌波 (1974—),男,2003年于中南大学控制理论与控制工程专业获博士学位,研究领域:非线性控制和鲁棒控制;

刘国平 (1962—),男,博士,特聘教授,1985年于中南工业大学自动化专业获硕士学位,1992年获英国曼彻斯特大学博士学位,研究领域:先进控制理论及应用、过程控制、鲁棒控制和网络控制等。