

基于博弈论的 H_2/H_∞ 混合控制及其在汽车主动悬架中的应用

史明光¹, 陈无畏²

(1. 合肥工业大学 电气与自动化工程学院, 安徽 合肥 230009; 2. 合肥工业大学 机械与汽车工程学院 安徽 合肥 230009)

摘要: 文章提出把 H_2/H_∞ 混合控制问题抽象为两个对局者信息不完全情况下的非零和博弈模型. 在构造 2×2 非零和博弈模型中把反映系统鲁棒性能通道和动态性能通道作为参加博弈的两方, 以 H_∞ 和 H_2 控制方案作为两种纯策略, 基于纳什谈判解原理设计出求解 H_2/H_∞ 混合控制问题纳什均衡点的一般算法. 把该算法应用于汽车主动悬架设计出基于纳什均衡点的 H_2/H_∞ 输出反馈控制器. 使用 MATLAB 进行仿真, 仿真结果表明主动悬架系统在保持鲁棒稳定性与获得优化的动态性能指标之间取得平衡.

关键词: 非零和博弈模型; 纳什均衡点; H_2/H_∞ 混合控制; 主动悬架

中图分类号: TP13 **文献标识码:** A

Mixed H-two/H-infinity control based on game theory and its application to the vehicle active suspension system

SHI Ming-guang¹, CHEN Wu-wei²

(1. School of Electrical and Automation Engineering, Hefei University of Technology, Hefei Anhui 230009, China;

2. School of Mechanical and Automobile Engineering, Hefei University of Technology, Hefei Anhui 230009, China)

Abstract: The H-two/H-infinity control is formulated as a non-zero game model with incomplete information. A 2×2 non-zero game model is constructed, and two channels, robust performance channel and dynamical performance channel, are chosen as players. H-two and H-infinity controls are pure strategies. An algorithm for mixed H-two/H-infinity control, based on the Nash bargaining theory, is derived to achieve the Nash equilibrium point. The algorithm is applied to a vehicle active suspension system, and H-two/H-infinity output feedback controller, based on the Nash equilibrium point, is then constructed. Computer simulations with MATLAB demonstrate that the active suspension system achieves a good balance between robust stability and optimally dynamical performance.

Key words: non-zero game model; Nash equilibrium point (NEP); mixed H-two/H-infinity control; active suspension

1 引言 (Introduction)

H_∞ 控制方法较好地解决了受控系统的鲁棒稳定性问题, H_2 控制方法使受控系统有较好的动态性能指标, 将两者结合形成 H_2/H_∞ 混合控制方法能够较好地解决受控系统的鲁棒稳定性和动态性能优化问题^[1~6]. Bernstein 等^[1~3] 提出通过构造黎卡提方程获得 LQG/ H_∞ 混合控制解析解, 但对于含有虚轴零点和无穷远处零点的奇异系统无法构造控制器. Scherer 等^[4~6] 提出通过 LMI 方法把 H_2/H_∞ 混合问题转化为凸优化约束问题, 给出 H_2/H_∞ 控制器解存在的充分条件, 并推广至时变及离散系统得到相应的同阶和降阶控制器, 解决了奇异系统控制问题. 在此基础上, 文献[5]提出多目标综合, 把 H_2 和 H_∞ 作

为多个控制目标中的两种, 拓展了 H_2/H_∞ 混合控制. 以上方法从构造控制器角度出发, 对于 H_2/H_∞ 混合控制中的一对矛盾即系统如何既能保持鲁棒稳定性又能最大程度地降低干扰对输出的影响, 从而使其相互协调达到均衡状态并未涉及. 本文引入博弈论解决这个问题.

博弈论是研究冲突模式, 寻求冲突局势下最优策略的数学理论. 把具有相互利益冲突现象中的本质问题抽象为博弈模型, 通过博弈理论分析问题建立合理的对策分析机制, 得到具有次优或最优效用值的博弈策略. 通过博弈模型可以刻画出局中人能够采用的主要决策形式以及相应的结果, 在某些情况下可以分析出局中人的最佳对策方式, 得到使每

个参与者都满意的特定策略^[7].

文章从数学中的范数概念出发,提出把 H_2/H_∞ 混合控制问题抽象为两个对局者信息不完全情况下的非零和博弈模型,用高阶未建模扰动到控制输入的鲁棒性能通道作为博弈的一方,扰动到输出评价信号的动态性能指标通道作为博弈的另一方,并以 H_∞ 和 H_2 控制方案作为两个通道的两种纯策略,通过 H_∞ 控制、 H_2 控制和 H_2/H_∞ 混合控制方案获得的次优范数值倒数构造 2×2 非零和博弈矩阵,利用纳什最大最小谈判解原理设计出求解 H_2/H_∞ 混合控制的一般算法,得到 H_2/H_∞ 非零和博弈模型的纳什均衡点.通过纳什均衡点设计出的 H_2/H_∞ 输出反馈控制器能够使系统在保持鲁棒稳定性的前提下最大程度地降低干扰对输出的影响,使系统获得优化的动态性能指标.

使用 MATLAB 对四自由度半车模型进行仿真,仿真结果表明通过纳什均衡点设计出的 H_2/H_∞ 输出反馈控制器能够使系统在保持鲁棒稳定性的前提下获得优化的动态性能指标,有效改善了汽车的行驶平顺性和乘坐舒适性,证明了这种思路的正确性和算法的有效性.

2 基于纳什谈判解原理的 H_2/H_∞ 混合控制算法 (Algorithm for mixed H_2/H_∞ control based on the Nash's bargaining theory)

根据文献[7]中用纳什最大最小谈判解原理求解纳什均衡点的一般方法,引入到 H_2/H_∞ 混合控制器设计,得到基于纳什谈判解原理的 H_2/H_∞ 混合控制算法.本算法通过构建博弈矩阵得到 H_2/H_∞ 混合控制赢得区域,根据纳什谈判公理确定纳什谈判仲裁解所在区域,依据纳什定理得到 H_2/H_∞ 非零和对策模型的纳什均衡点.

2.1 H_2/H_∞ 非零和博弈模型 (H_2/H_∞ non-zero game model)

把 H_2/H_∞ 混合控制问题抽象为两个对局者信息不完全情况下的非零和博弈模型理论背景: H_∞ 控制理论较好地解决能量有界信号的干扰抑制问题,使受控系统具有强鲁棒性, H_2 优化控制理论较好地解决白噪声信号的干扰抑制问题,使受控系统具有较好的动态性能,将两者结合形成 H_2/H_∞ 混合控制问题,较好地解决了受控系统的鲁棒稳定性和动态性能问题.本文引入博弈论的目的是使系统在保持鲁棒稳定性的前提下获得优化的动态性能指标,从

效用值的角度来说使系统的赢得值之和最大,因此把 H_2/H_∞ 混合控制问题抽象为非零和博弈模型来解决.在 H_2/H_∞ 混合控制中以系统的鲁棒性能通道和动态性能通道作为参加博弈的两方,在保持系统鲁棒稳定性的前提下,通过博弈理论获得系统优化的动态性能指标.博弈双方在博弈的每一步都不知道以前各步出现的情况,这称为信息不完全博弈,反之称为信息完全博弈.因此, H_2/H_∞ 混合控制问题解释为两个对局者信息不完全情况下的非零和博弈.

2.2 广义受控对象描述 (Generalized control plant)

考虑如图 1 所示系统. $G_0(s)$ 表示受控对象名义模型.在考虑不确定性环节 $\Delta(s)$ 时,受控对象模型为 $G(s) = G_0(s)(I + \Delta(s))$.

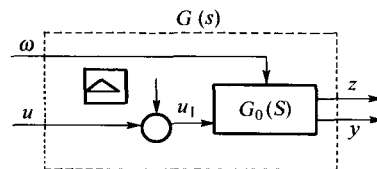


图 1 受控对象框图

Fig. 1 Controlled plant block diagram

为了有效地提高系统的干扰抑制鲁棒性,引入加权系数阵 S_w ;为了改善系统的评价指标 z ,引入加权系数阵 S_z 和加权函数阵 $w_1(s)$.为了提高动态未建模鲁棒性,考虑系统具有最大不确定性环节 $\Delta_m(s)$.

广义受控对象控制系统如图 2 所示,图 2 可简化为图 3.

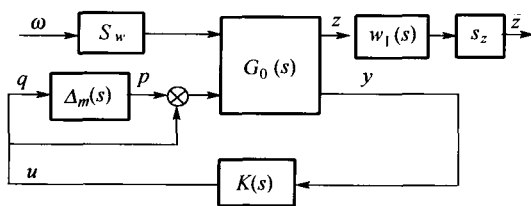


图 2 广义受控对象的控制框图

Fig. 2 Block diagram of the generalized plant

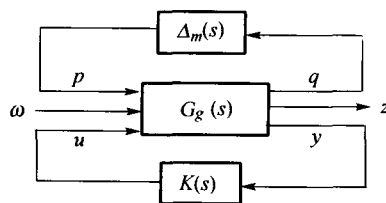


图 3 控制系统简化框图

Fig. 3 Simplified diagram of control system

广义受控对象的传递函数为

$$G_g(s) = \text{diag}(S_z W_1(s), I) \times G_0(s) \times \text{diag}(S_u, I). \quad (1)$$

由图2和图3得到广义被控对象的状态空间方程:

$$\begin{cases} \dot{x}_g = A x_g + B_1 \omega_1 + B_2 u, \\ z_1 = C_1 x_g + D_{11} \omega_1 + D_{12} u, \\ z_2 = C_2 x_g + D_{21} \omega_1 + D_{22} u, \\ y = C_3 x_g + D_3 \omega_1. \end{cases} \quad (2)$$

其中: $\omega_1 = [p \quad \omega]^T$, $z_m = [z_1 \quad z_2]^T$, $z_1 = q$, $z_2 = \bar{z}$, x_g 为广义受控对象状态变量.

通道 $T_{z\omega}$: 从 ω 到 $\bar{z}$ 的传递函数. 考虑到扰动 ω 为随机白噪声信号, 为了获得较好的动态性能指标, 用 H_2 范数衡量通道 $T_{z\omega}$.

通道 T_{qp} : 从 p 到 q 的传递函数. 考虑到不确定环节 $\Delta_m(s)$ 产生的扰动 p , 为了获得较好的系统鲁棒性用 H_∞ 范数衡量通道 T_{qp} .

2.3 构造两人非零和对策赢得矩阵 (Two players non-zero game matrix)

下面构造4种控制方案:

A1) 控制方案1: 基于LMI的 H_∞ 控制. 得到 $\|T_{qp}\|_\infty = m_1$ 且 $\|T_{z\omega}\|_2 = n_1$.

A2) 控制方案2: 基于LMI的 H_2 控制. 得到 $\|T_{qp}\|_\infty = m_2$ 且 $\|T_{z\omega}\|_2 = n_2$.

A3) 控制方案3: H_2/H_∞ 混合控制. 设计输出反馈控制器 $k(s)$, 在保持系统稳定且 $\|T_{qp}\|_\infty < \gamma$ 的前提下, 使 $\|T_{z\omega}\|_2$ 最小, 得到 $\|T_{qp}\|_\infty = m_3$ 且 $\|T_{z\omega}\|_2 = n_3$.

A4) 控制方案4: H_2/H_∞ 混合控制. 设计输出反馈控制器 $k(s)$, 在保持系统稳定且 $\|T_{qp}\|_2 < \gamma$ 的前提下, 使 $\|T_{z\omega}\|_\infty$ 最小, 得到 $\|T_{qp}\|_\infty = m_4$ 且 $\|T_{z\omega}\|_2 = n_4$.

以通道 T_{qp} 、通道 $T_{z\omega}$ 作为参加博弈的两方, H_∞ 和 H_2 控制方案作为两种纯策略, 考虑到在非零和博弈中两方得到的赢得值应当越大越好, 因此选择通道 T_{qp} 的 H_∞ 范数倒数 $\frac{1}{m_1}, \frac{1}{m_2}, \frac{1}{m_3}, \frac{1}{m_4}$ 作为一方赢得值, 通道 $T_{z\omega}$ 的 H_2 范数倒数 $\frac{1}{n_1}, \frac{1}{n_2}, \frac{1}{n_3}, \frac{1}{n_4}$ 作为另一方赢得值, 得到非零和对策赢得矩阵如表1.

表1 两人非零和对策赢得矩阵

Table 1 Two players non-zero game matrix

	$\ T_{z\omega}\ _\infty$	$\ T_{z\omega}\ _2$
$\ T_{qp}\ _\infty$	$(\frac{1}{m_1}, \frac{1}{n_1})$	$(\frac{1}{m_3}, \frac{1}{n_3})$
$\ T_{qp}\ _2$	$(\frac{1}{m_4}, \frac{1}{n_4})$	$(\frac{1}{m_2}, \frac{1}{n_2})$

2.4 H_2/H_∞ 混合博弈问题描述 (Problem of mixed H_2/H_∞ gambling)

广义受控对象(2)的纳什均衡点 $(x^*, y^*) \in p$ 定义为

$$J_1(\|T_{qp}\|_\infty^*, \|T_{z\omega}\|_\infty^*) \leq J_1(\|T_{qp}\|_\infty^*, \|T_{z\omega}\|_\infty), \quad (3)$$

$$J_2(\|T_{qp}\|_2^*, \|T_{z\omega}\|_2^*) \leq J_2(\|T_{qp}\|_2, \|T_{z\omega}\|_2^*). \quad (4)$$

其中 $x^* = \frac{1}{\|T_{qp}\|_\infty^*}$, $y^* = \frac{1}{\|T_{z\omega}\|_\infty^*}$,

$$J_1(\|T_{qp}\|_\infty, \|T_{z\omega}\|_\infty) = \int_0^T [\gamma^2 \omega_1^T(t) \omega_1(t) - z_m^T(t) z_m(t)] dt, \quad (5)$$

$$J_2(\|T_{qp}\|_2, \|T_{z\omega}\|_2) = \int_0^T z_m^T(t) z_m(t) dt. \quad (6)$$

通过博弈可以得到纳什均衡点 (x^*, y^*) 的4种组合: $(\frac{1}{\|T_{qp}\|_\infty^*}, \frac{1}{\|T_{z\omega}\|_\infty^*})$, $(\frac{1}{\|T_{qp}\|_2^*}, \frac{1}{\|T_{z\omega}\|_2^*})$, $(\frac{1}{\|T_{qp}\|_\infty^*}, \frac{1}{\|T_{z\omega}\|_2^*})$, $(\frac{1}{\|T_{qp}\|_2^*}, \frac{1}{\|T_{z\omega}\|_\infty^*})$. 本文只考虑 H_2/H_∞ 混合控制的纳什均衡点, 因此只选取两种结果 $(\frac{1}{\|T_{qp}\|_\infty^*}, \frac{1}{\|T_{z\omega}\|_2^*})$, $(\frac{1}{\|T_{qp}\|_2^*}, \frac{1}{\|T_{z\omega}\|_\infty^*})$ 作为纳什均衡点 (x^*, y^*) 的组合方式.

2.5 用纳什最大最小谈判解原理求解 H_2/H_∞ 混合控制的一般算法 (Algorithm for mixed H_2/H_∞ control based on the Nash's bargaining theory)

1) 构造 H_2/H_∞ 混合控制的赢得矩阵. 以 H_2 和 H_∞ 控制方案作为两个通道的两种纯策略, 以各自相应的范数倒数作为赢得值, 或构造在满足系统鲁棒性前提下获得优化性能指标时各自赢得值

的评价函数. 把矩阵 $\begin{bmatrix} (\frac{1}{m_1}, \frac{1}{n_1}) & (\frac{1}{m_3}, \frac{1}{n_3}) \\ (\frac{1}{m_4}, \frac{1}{n_4}) & (\frac{1}{m_2}, \frac{1}{n_2}) \end{bmatrix}$ 记为

$\begin{bmatrix} (a_{11}, b_{11}) & (a_{12}, b_{12}) \\ (a_{21}, b_{21}) & (a_{22}, b_{22}) \end{bmatrix}$. 选择范数构造赢得矩阵的两个原则: B1) 选择的范数值能够保证各自的控制方案在保持系统鲁棒稳定性的前提下有较好的动态性能指标; B2) 针对 2×2 非零和博弈矩阵, 应当尽量确保不出现优越现象.

2) 分解得到赢得矩阵 $\begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}$ 和 $\begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}$.

3) 根据公式(7),(8)计算出最大最小策略 v_I, v_{II} :

$$v_I = \frac{a_{11}a_{22} - a_{21}a_{12}}{a_{11} + a_{22} - a_{21} - a_{12}}, \quad (7)$$

$$v_{II} = \frac{b_{11}b_{22} - b_{21}b_{12}}{b_{11} + b_{22} - b_{21} - b_{12}}. \quad (8)$$

4) 根据 H_2, H_∞ 赢得矩阵画出合作型对策赢得区域图形, 由该图形的右上侧边界直线 $g(x, y) = 0$ 得到协商集^[7]. 根据纳什谈判公理可知, 纳什谈判仲裁解必定在协商集中.

5) 由 $g(x, y) = 0$ 解出 $y = m(x)$, 把 $y = m(x)$ 代入 $f(x, y) = (x - v_I)(y - v_{II})$ 得到自变量 x 的函数 $T(x) = 0$.

6) 令 $\frac{d}{dx}T(x) = 0$ 解出 x^* , 代入 $g(x, y) = 0$ 得到 y^* , 根据纳什定理得到纳什谈判仲裁解 (x^*, y^*) . 此仲裁解为 H_2/H_∞ 非零和对策模型的纳什均衡点.

3 汽车主动悬架仿真研究 (Simulation of a vehicle active suspension system)

3.1 广义受控对象描述 (Generalized plant)

M. Yamashit 等^[8,9]提出七自由度全车主动悬架模型并设计出 H_∞ 状态控制器, 全车模型通过线性变换分解成两个四自由度半车模型. 本文采用通过直接建模获得的四自由度半车模型作为研究对象 (见图4).

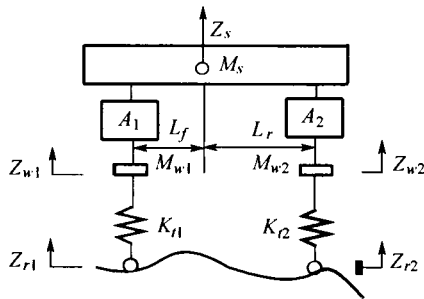


图4 主动悬架结构简图
Fig.4 Active suspension diagram

$G_0(s)$ 表示四自由度半车主动悬架系统 12 阶状态方程模型. 状态变量 $x = [\dot{z}_s \ \dot{\theta} \ z_{s1} \ z_{s2} \ \dot{z}_{w1} \ \dot{z}_{w2} \ z_{rw1} \ z_{rw2} \ q_1 \ q_2 \ v_1 \ v_2]^T$. 其中: $\dot{z}_s$ 为车身垂直速度, $\dot{\theta}$ 为车身俯仰角速度, z_{s1}, z_{s2} 为前后悬架动挠度, $\dot{z}_{w1}, \dot{z}_{w2}$ 为前后车轮垂直速度, z_{rw1}, z_{rw2} 为前后轮胎变形, q_1, q_2 为前后伺服阀的电液流速, v_1, v_2 为前后伺服阀的电液体积. 控制输入 $u = [i_1 \ i_2]^T$ 为前后伺服阀电流. 扰动 $\omega = [\dot{z}_{r1} \ \dot{z}_{r2} \ t_p]^T$ 依次为前后轮处的路面速度激励和驾驶负载扭矩. 量测

输出信号 $y = [\dot{z}_s \ \dot{\theta} \ z_{s1} \ z_{s2}]^T$. 评价输出信号 $z = [\ddot{z}_s \ \ddot{\theta} \ z_{s1} \ z_{s2}]^T$. 其中: $\ddot{z}_s$ 为车身垂直加速度, $\ddot{\theta}$ 为俯仰角加速度.

不确定性环节 $\Delta(s) = \text{diag}(\Delta_1(s), \Delta_2(s))$, $\Delta_1(s)$ 表示前悬架中伺服阀的高阶未建模部分, $\Delta_2(s)$ 表示后悬架中伺服阀的高阶未建模部分. 根据文献^[8]的试验, $\Delta_1(s)$ 和 $\Delta_2(s)$ 的上界函数为 $W_s(s) = \frac{3s^2 + 132s + 5800}{s^2 + 132s + 17400}$. 考虑系统具有最大不确定性 $\Delta_m(s) = \text{diag}(W_s(s), W_s(s))$.

在 H_2/H_∞ 混合控制中取 $\gamma = 1$. 加权函数阵 $W_1(s) = \text{diag}(W_{11}(s), W_{12}(s), 1, 1)$, 其中 $W_{11}(s)$ 为车身垂直加速度的加权函数, $W_{12}(s)$ 为俯仰角加速度的加权函数. 根据 ISO2631, 人体对 4~8Hz 垂直方向振动及 1~2Hz 水平方向振动最敏感. 因此, 选 $W_{11}(s) = \frac{s^2 + 30.16s + 1421}{s^2 + 15.08s + 1421}$, 增加垂直方向

振动在 4~8Hz 内的权值; 选 $W_{12}(s) = \frac{s^2 + 7.54s + 88.83}{s^2 + 3.77s + 88.83}$, 增加水平方向振动在 1~2Hz 内的权值^[10]. 加权系数阵 $s_w = \text{diag}(5 \times 10^{-2}, 5 \times 10^{-2}, 1.5 \times 10^4)$, $s_z = \text{diag}(0.03, 0.01, 8, 8)$

3.2 H_2/H_∞ 混合控制算法实现 (Implementation of mixed H_2/H_∞ control algorithm)

1) 构造非零和赢得矩阵.

$$\begin{bmatrix} (a_{11}, b_{11}) & (a_{12}, b_{12}) \\ (a_{21}, b_{21}) & (a_{22}, b_{22}) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} (1.9, 0.9569) & (1.43, 1.05) \\ (1.85, 3.33) & (2.8, 5.382) \end{bmatrix}.$$

2) H_∞, H_2 赢得矩阵为 $\begin{bmatrix} 1.9 & 1.43 \\ 1.85 & 2.8 \end{bmatrix}$ 和

$$\begin{bmatrix} 0.9569 & 1.05 \\ 3.33 & 5.382 \end{bmatrix}.$$

3) 计算出最大最小策略 $v_I = 1.88, v_{II} = 0.844$.

4) 由 H_2, H_∞ 赢得矩阵划出合作型对策赢得区域并且得到协商集. $g(x, y)$ 表达式为 $y = 2.16x - 0.666$ (见图5).

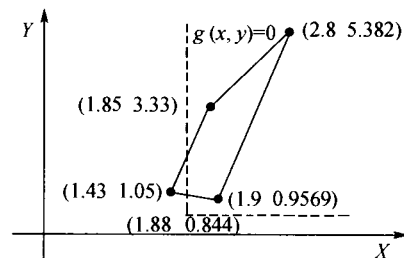


图5 H_2/H_∞ 混合对策赢得区域
Fig. 5. Mixed H_2/H_∞ game area

5) 由 $f(x, y) = (x - 1.88)(y - 0.844)$ 和 $g(x, y) = 0$ 得到 $T(x) = 2.16x^2 - 5.5708x + 2.8388$.

6) 得到 $x^* = 1.29, y^* = 2.12$. 纳什均衡点为 $(x^*, y^*) = (1.29, 2.12)$.

7) 有两种组合结果: C1) $\|T_{qp}\|_{\infty} = 0.775$ 且 $\|T_{zw}\|_2 = 0.47$; C2) $\|T_{qp}\|_2 = 0.47$ 且 $\|T_{zw}\|_{\infty} = 0.775$. 经过仿真实验验证, 对 C1) 在保持 $\|T_{qp}\|_{\infty} = 0.775$ 的前提下得到 $\min\|T_{zw}\|_2 = 0.47$. 对 C2) 在保持 $\|T_{qp}\|_2 = 0.47$ 的前提下得到 $\min\|T_{zw}\|_{\infty} = 1.08$, 这与 $\|T_{zw}\|_{\infty} = 0.775$ 不符. 所以选择组合 C₁ 作为控制方案即 $\|T_{qp}\|_{\infty} = 0.775$ 且 $\|T_{zw}\|_2 = 0.47$.

3.3 仿真结果(Result of simulation)

仿真参数采用文献[8]的主动悬架模型参数. ass1, ass2, ass3, ass4, pss, game 分别对应控制方案 1、方案 2、方案 3、方案 4、被动悬架, 以纳什均衡点构造 H_2/H_{∞} 混合控制方案.

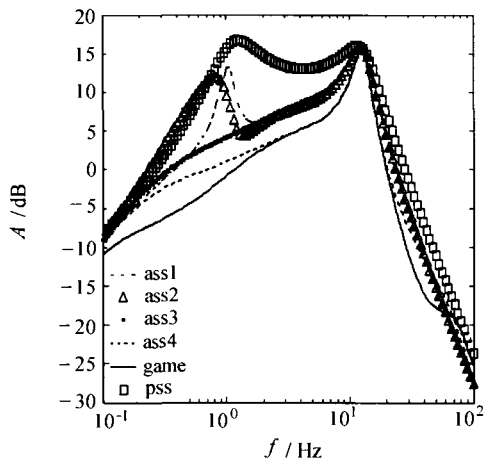


图 6 前轮路面输入到质心垂直加速度传递函数幅频特性
Fig. 6 Frequency response of body vertical acceleration to front road displaces

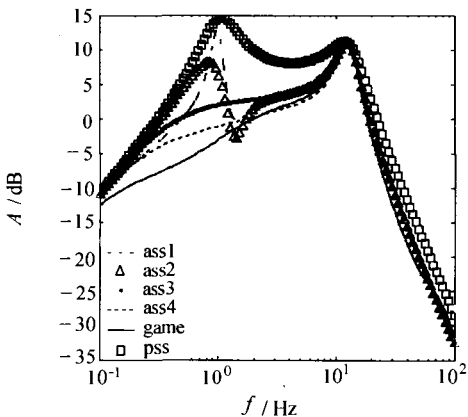


图 7 前轮路面输入到质心角加速度传递函数幅频特性
Fig. 7 Frequency response of body pitch angular acceleration to front road displaces

图 6 和图 7 与被动悬架相比, 基于纳什均衡点的 H_2/H_{∞} 主动悬架控制方案能够在 4Hz ~ 8Hz 与 1Hz ~ 2Hz 内较大程度的降低从前轮处路面输入到车身垂直加速度与俯仰角加速度增益. 在主动悬架 4 种控制方案中, 基于纳什均衡点的主动悬架 H_2/H_{∞} 混合控制方案能够获得最优的控制结果. 图中: 幅值为 A , 频率为 f .

图 8 ~ 图 11 表示扰动为给定脉冲信号激励下的响应曲线. 脉冲信号幅值为 0.06, 假设车速为 10m/s. 在图 8 与图 9 中与被动悬架系统相比, 基于纳什均衡点的 H_2/H_{∞} 主动悬架控制方案得到的车身的质心加速度和俯仰角加速度都有较大幅度的降低, 减振效果较好. 在图 10 与图 11 中基于纳什均衡点的 H_2/H_{∞} 混合控制方案获得的前、后悬架的动行程值与其他 4 种控制方案相比收敛速度快, 峰值最小. 图 12 和图 13 给出了白噪声激励下的响应曲线, 假设白噪声的均值为零、方差为 0.01. 在白噪声激励下, game 控制方案得到的质心加速度和俯仰角加速度有较好的控制结果. 图中: 质心垂直加速度为 $\ddot{Z}_s$, 俯仰角加速度为 $\ddot{\theta}$, 前悬架动挠度为 Z_{st1} , 后悬架动挠度为 Z_{st2} .

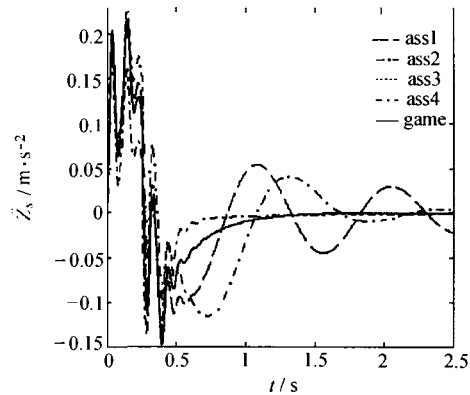


图 8 质心垂直加速度响应
Fig. 8 Body vertical acceleration

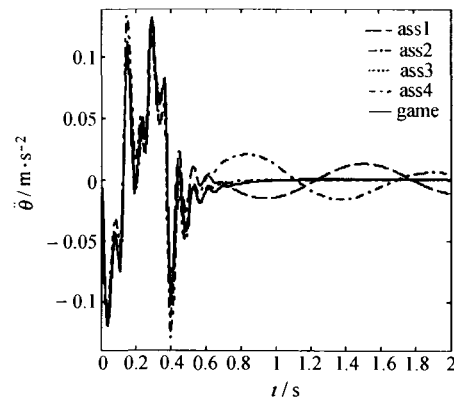


图 9 质心俯仰角加速度响应
Fig. 9 Body pitch angular acceleration

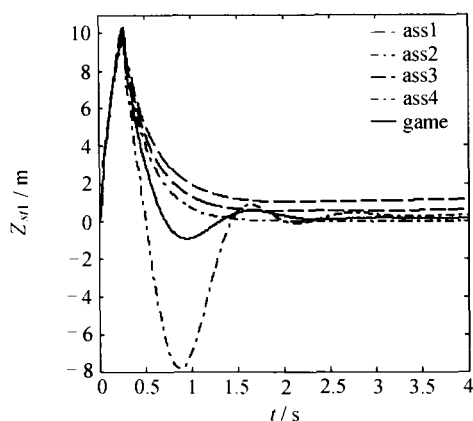


图 10 前悬架动挠度响应

Fig. 10 Front suspension deflection

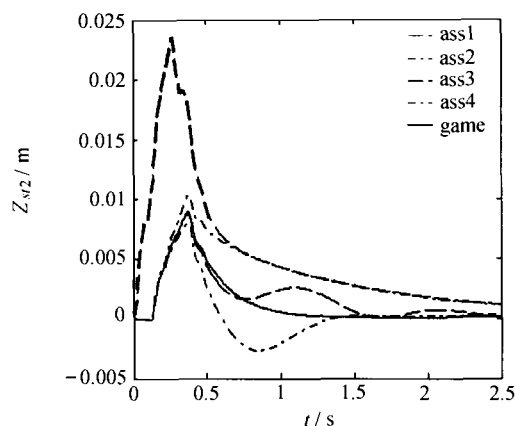


图 11 后悬架动挠度响应

Fig. 11 Rear suspension deflection

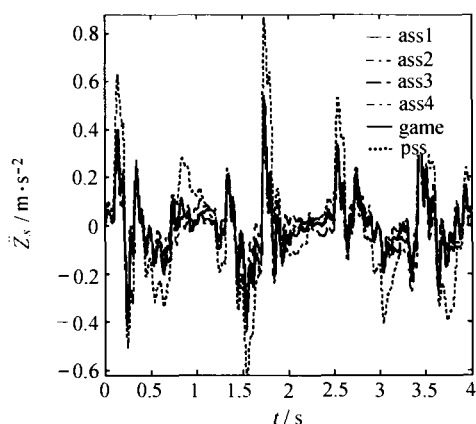


图 12 白噪声激励下质心垂直加速度响应

Fig. 12 Body vertical acceleration of white noise input

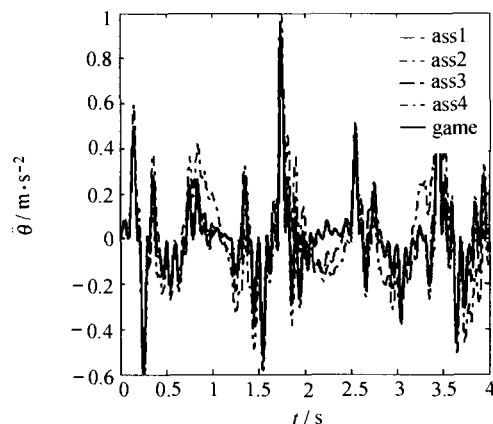


图 13 白噪声激励下质心俯仰角加速度响应

Fig. 13 Body pitch angular acceleration of white noise input

4 结束语 (Conclusion)

文章依据两个对局者信息不完全情况下的非零和博弈模型,利用纳什最大最小谈判解原理设计求解 H_2/H_∞ 混合控制的一般算法,计算出 H_2/H_∞ 混合的纳什均衡点. 仿真结果表明通过非零和博弈模型纳什均衡点设计的 H_2/H_∞ 主动悬架控制方案,与文章中给出的四种控制方案相比能够获得较好的汽车行驶平顺性和乘坐舒适性. 该算法从系统的范数出发,对于通过具有各自优势的不同控制方案组合构造的博弈矩阵仍然适用. 由于博弈理论从数学角度严谨地表达了人的复杂逻辑思想^[7],表达形式简洁准确,在复杂控制问题中控制策略的选取以及全局优化问题有较好的应用前景.

参考文献 (References):

- [1] BERNSTEIN D S, HADDED W M. LQG control with an H_∞ performance bound: a Riccati equation approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(3): 293 - 305.
- [2] ZHOU K, GLOVER K, BODENHEIMER B, et al. Mixed H_2 and H_∞

- performance objectives I: robust performance analysis [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(8): 1564 - 1574.
- [3] DOYLE J, ZHOU K, GLOVER K, et al. Mixed H_2 and H_∞ performance objectives II: optimal control [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1994, 39(8): 1575 - 1586.
- [4] ISIDORI A. *Mixed H_2/H_∞ Control* [M]. New York: Springer-Verlag, 1995: 173 - 216.
- [5] SCHERER C, GAHINET P, CHILALI M. Multiobjective output-feedback control via LMI optimization [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1997, 42(7): 896 - 910.
- [6] KHARGONEKAR P P, ROTEA M A. Mixed H_2/H_∞ control: a convex optimization approach [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(7): 824 - 837.
- [7] 托马斯 L C. 对策论及其应用 [M]. 北京: 解放军出版社, 1988: 5 - 88
(THOMAS L C. *Game Theory and Its Application* [M]. Beijing: Liberation Press, 1988: 5 - 88.)
- [8] YAMASHITA M, FUJIMORI K, HAYAKAWA K, et al. Application of H_∞ control to active suspension system [J]. *Automatica*, 1994, 30(11): 1717 - 1729.
- [9] HAYAKAWA K, MATSUMOTO K, YAMASHITA M, et al. Robust H_∞ output feedback control of decoupled automobile active suspension system [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1999, 44(2): 392 -

396.

- [10] WANG Jun, WILSON D A, HALIKIAS G D. H_∞ robust-performance control of decoupled active suspension systems based on LMI method [C]// *Proc of American Control Conference*. New York: IEEE Press, 2001: 2658 - 2663.

作者简介:

史明光 (1972—),男,合肥工业大学电气与自动化工程学院教师,感兴趣方向为鲁棒控制, E-mail: johnshi_min@tom.com;

陈无畏 (1951—),男,教授,博士生导师,主要研究领域为车辆动力学与控制, E-mail: cww@mail.hf.ah.cn.

《现代鲁棒控制基础》一书出版

姜长生等编著的《现代鲁棒控制基础》一书,是一本相当有参考价值的教科书和科研用书.具体介绍如下:

本书比较全面系统地介绍了自20世纪80年代以来发展起来的鲁棒控制的基本理论,它论述了包括H_∞在内的频域和时域中各种鲁棒控制理论和方法,非线性系统的稳定与鲁棒控制问题,以及矩阵方程和线性矩阵不等式的求解.为了使理论和实际能密切结合,达到学术性和应用性的一致,作者力求在阐述主要理论和方法的同时,注重工程设计方法、算法的介绍.全书内容丰富、深入浅出、语言流畅,并配有与内容密切结合的例题和习题,便于理解和自学.读者只要具备矩阵理论和线性系统理论方面的知识就可读懂书中的大部分内容.书中涉及的泛函分析和微分几何方面的知识,初学者阅读时完全可以跳过,不影响对相关内容的理解.

本书是作者经历多年研究生教学和科研的基础上总结写成的,书中内容不仅包含了作者多年研究生教学的经验与体会,也反映了作者有关的科学研究成果.书中还用了较大的篇幅论述了非线性系统的稳定与鲁棒控制问题.

本书作为一本专著和培养高层次人才的教材,适合信息与控制领域,以及其他相关领域各专业研究生的教学用书,也可供高等学校教师、广大科技工作者和工程技术工作者参考.是一本非常有参考价值和学术价值的研究生教科书和参考书.

(费树岷)