

## 蜂窝系统功率控制算法

蔡敏<sup>1,2</sup>, 王伟<sup>1</sup>

(1. 大连理工大学 信息与控制中心, 辽宁 大连 116023; 2. 大连交通大学 数理系, 辽宁 大连 116028)

**摘要:** 无线蜂窝系统中的功率控制是保证服务质量、减少传输功率的重要方法. 在假设系统具有随机噪声和用户信干比(SIR)具有估计误差的情形下, 提出了一个新的分散迭代功率控制算法. 此算法中每一用户根据信干比估计调整功率标准, 不需要任何信道增益和其它用户的状态信息. 因此, 提出的算法具有鲁棒性. 利用随机逼近方法证明了算法的收敛性. 仿真结果表明本文算法是有效的.

**关键词:** 功率控制; 均方差; 信干比

**中图分类号:** TN914      **文献标识码:** A

## Power control algorithm in cellular systems

CAI Min<sup>1,2</sup>, WANG Wei<sup>1</sup>

(1. Research Center of Information and Control, Dalian University of Technology, Dalian Liaoning 116023, China;

2. Department of Mathematics, Dalian Jiaotong University, Dalian Liaoning 116028, China)

**Abstract:** Power control for wireless cellular system is an important technique to minimize the transmitter powers while maintaining acceptable QoS (Quality-of-Service). In this paper, a novel distributed power control algorithm based on the stochastic noise and the estimation of signal-interference ratio (SIR) is presented. In this distributed power algorithm, each user iteratively updates its power level by the estimation of SIR. It does not require any knowledge of the channel gains or state information of other users and therefore, the proposed algorithm is robust. Convergence of the algorithm is proven by stochastic approximation approach and simulations are given to show the efficiency of the algorithm.

**Key words:** power control; mean-squared; signal-to-interference ratio

## 1 引言 (Introduction)

合理高效地利用无线网络资源, 进而提高系统容量是无线通信领域的关键技术问题. 提高系统的容量往往通过信道的重复使用来实现, 但信道的重复使用程度通常受到信道相互干扰的影响, 合理分配传输器功率可以减少信道间的干扰. 因此, 功率控制就成为提高通信系统容量的一个有效方法. 目前, 无线通讯系统功率控制的研究主要有两种途径: 一是信干比 (Signal-to-Interference Ratio) 平衡法即 SIR 平衡法; 二是服务质量 (Quality of Service) 跟踪法即 (QoS) 跟踪法. 本文考虑 (QoS) 跟踪问题, 其主要思想是通过对所有用户的传输功率进行控制, 使系统所有链路的信干比均大于某个目标值. 关于此类问题的功率控制算法主要有 Foschini-Miljanic 功率控制算法<sup>[1]</sup>:

$$p_i^{(n+1)} = (1 - \beta) \left[ p_i^{(n)} + \frac{\beta}{1 - \beta} \frac{r_i}{\Gamma_i^{(n)}} \right]. \quad (1)$$

定步长 (fixed-step) 的功率控制算法<sup>[2]</sup>:

$$p_i^{(n+1)} = \begin{cases} \delta p_i^{(n)}, & \Gamma_i^{(n)} < \delta^{-1} r_i, \\ \delta^{-1} p_i^{(n)}, & \Gamma_i^{(n)} > \delta r_i, \\ p_i^{(n)}, & \text{其它}. \end{cases} \quad (2)$$

上述两个算法虽然是分散的, 不需要知道用户的信道增益, 但均需要用户信干比的精确估计值, 这需要高速率的通信信道, 从而影响了算法的收敛性, 也不切合实际. 本文在假设用户的信干比具有量测误差的情况下, 对蜂窝系统提出了一个新的分散功率控制算法, 并证明了所提出的算法在均方差意义下收敛到最优解.

## 2 系统模型及功率控制算法 (System model and power control algorithm)

### 2.1 系统模型 (System model)

假设系统的用户数为  $N$ , 基站数为  $M$ , 对每个用户  $i$  定义  $p_i$  为传输功率,  $G_{ij}$  为用户  $j$  到用户  $i$  所匹配基站的信道增益. 功率控制目的是在确保每个用户服务质量 (QoS) 要求的前提下, 使所有用户传输功率和最小. 所以功率控制问题可以表示为

$$\min \sum_{i=1}^N p_i, \quad (3)$$

并且

$$\Gamma_i = \frac{G_{ii}p_i}{\sum_{j \neq i} G_{ij}p_j + \eta_i^0} \geq r_i, \quad (4)$$

其中  $r_i (i = 1, 2, \dots, N)$  为用户  $i$  的目标值,  $\eta_i^0$  是在基站  $i$  的接收热噪声.

若定义

$$Z_{ij} = G_{ij}/G_{ii}, \quad (5)$$

则有

$$\Gamma_i = \frac{p_i}{\sum_{j \neq i} Z_{ij}p_j + \eta_i} \geq r_i, \quad (6)$$

其中  $\eta_i = \eta_i^0/G_{ii}$ .

式(6)容易写成如下矩阵不等式形式

$$p \geq Bp + u, \quad (7)$$

其中

$$B = |B_{ij}|, B_{ij} = \begin{cases} 0, & i = j, \\ r_i Z_{ij}, & i \neq j, \end{cases} \quad (8)$$

$$u = [u_1, u_2, \dots, u_N]^T = [r_1 \eta_1, r_2 \eta_2, \dots, r_N \eta_N]^T, \quad (9)$$

$$p = [p_1, p_2, \dots, p_N]^T. \quad (10)$$

**定义** 若存在非负的功率向量  $p = [p_1, p_2, \dots, p_N]^T$  使式(6)成立, 则称所有用户信干比  $\Gamma_i (i = 1, 2, \dots, N)$  的目标值  $r_i (i = 1, 2, \dots, N)$  是可行的.

文献[3]中已经证明: 若所有用户信干比  $\Gamma_i (i = 1, 2, \dots, N)$  的目标值  $r_i (i = 1, 2, \dots, N)$  是可行的, 则满足式(4)所有  $N$  个等式的功率向量一定使所有用户的传输功率和最小. 这时, 可以通过式(7)得到功率控制问题最优解为

$$\bar{p} = (I - B)^{-1}u. \quad (11)$$

但是, 这是一个集中算法, 并且要求所有用户的信道增益已知, 无法应用于实际. 本文给出一个不需要用户的信道增益, 仅需要用户的信干比的估计进行调节的功率控制算法, 此算法具有鲁棒性.

### 2.2 功率控制算法 (Power control algorithm)

**假设 1** 信干比  $\Gamma_i$  的第  $n$  次测量值为

$$\bar{\Gamma}_i^{-1}(n) = \Gamma_i^{-1}(n) + v_i(n) (i = 1, 2, \dots, N), \quad (12)$$

其中  $v_i(n)$  为可加性量测白噪声, 均值为 0, 方差为  $\sigma_i^2$ .

**假设 2** 数列  $\{a_n\}_{n=1}^{\infty}$  满足如下条件

$$a_n > 0, \sum_{n=1}^{\infty} a_n = \infty, \sum_{n=1}^{\infty} a_n^2 < \infty. \quad (13)$$

定义新的算法如下:

$$p_i(n+1) = (1 - a_n)p_i(n) + a_n p_i(n) \frac{r_i}{\bar{\Gamma}_i(n)}, \quad (14)$$

显然, 此算法为分散算法.

如果所有用户信干比  $\Gamma_i (i = 1, 2, \dots, N)$  的目标值  $r_i (i = 1, 2, \dots, N)$  是可行的, 可以证明在上面假设成立的情况下, 提出的算法(14)在均方意义下收敛到最优解  $\bar{p}$ .

### 3 算法收敛性 (Algorithm convergence)

把式(12)代入式(14)并注意到

$$\bar{\Gamma}_i^{-1}(n) = \frac{\sum_{j \neq i} Z_{ij}p_j(n) + \eta_i}{p_i(n)} + v_i(n), \quad (15)$$

得

$$\begin{aligned} p_i(n+1) &= (1 - a_n)p_i(n) + \\ &a_n p_i(n) r_i \left[ \frac{\sum_{j \neq i} Z_{ij}p_j(n) + \eta_i}{p_i(n)} + v_i(n) \right] = \\ &(1 - a_n)p_i(n) + a_n r_i \sum_{j \neq i} Z_{ij}p_j(n) + a_n r_i \eta_i + \\ &a_n r_i v_i(n) p_i(n) = \\ &p_i(n) + a_n \left[ \sum_{j \neq i} B_{ij}p_j(n) + u_i - p_i(n) \right] + \\ &a_n r_i \varepsilon_i(n). \end{aligned} \quad (16)$$

其中

$$\varepsilon_i(n) = v_i(n)p_i(n) (i = 1, 2, \dots, N). \quad (17)$$

式(16)可写成如下形式

$$p(n+1) = p(n) - a_n(I - B)p(n) + a_n u + a_n \Lambda \varepsilon(n). \quad (18)$$

其中

$$\Lambda = \begin{bmatrix} r_1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & r_2 & \dots & 0 \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ 0 & 0 & \dots & r_N \end{bmatrix}, \quad (19)$$

$$\varepsilon(n) = [v_1(n)p_1(n), v_2(n)p_2(n), \dots, v_N(n)p_N(n)]^T. \quad (20)$$

利用式(11)得

$$p(n+1) = p(n) - a_n(I-B)[p(n) - \bar{p}] + a_n \Lambda \varepsilon(n). \quad (21)$$

将式(18)两边减去  $\bar{p}$  得

$$z(n+1) = z(n) - a_n(I-B)z(n) + a_n \Lambda \varepsilon(n). \quad (22)$$

其中  $z(n) = p(n) - \bar{p}$ .

本文目的是证明  $\lim_{n \rightarrow \infty} E[z^T(n)z(n)] = 0$ . 为此,先介绍下面的引理.

**引理 1**<sup>[4]</sup> 所有用户信干比  $\Gamma_i (i = 1, 2, \dots, N)$  的目标值  $r_i (i = 1, 2, \dots, N)$  是可行的充分必要条件为矩阵  $I - B$  是稳定的.

**引理 2** 如果确定的功率控制问题(4)是可行的,则对任意对称的正定矩阵  $C$ , 一定存在一个对称的正定矩阵  $G$  满足

$$G(I-B) + (I-B)^T G = C. \quad (23)$$

**定理** 如果确定的功率控制问题(4)是可行的,并且误差  $v_i(n) (i = 1, 2, \dots, N)$  是均值为 0, 方差为  $\sigma_i^2$  的白噪声,则算法(14)在均方意义下收敛到最优解. 即

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[z^T(n)z(n)] = 0. \quad (24)$$

**证** 在式(22)的两边取  $G$  范数平方,同时考虑到  $v_i(n)$  是均值为 0, 方差为  $\sigma_i^2$  的可加性量测白噪声,易知

$$\begin{aligned} E[\|z(n+1)\|_G^2 | z(n) = z] &\leq \|z\|_G^2 - a_n \lambda_{\min}^{(1)} [\lambda_{\max}^G]^{-1} \|z\|_G^2 + \\ &a_n^2 \lambda_{\max}^{(2)} [\lambda_{\min}^G]^{-1} \|z\|_G^2 + \\ &a_n^2 \mu [\lambda_{\min}^G]^{-1} \|z\|_G^2 + a_n^2 \mu \|\bar{p}\|^2 = \\ &[1 - a_n k_0 + a_n^2 k_1] \|z\|_G^2 + a_n^2 k_2. \end{aligned} \quad (25)$$

其中

$$k_0 = \lambda_{\min}^{(1)} [\lambda_{\max}^G]^{-1} > 0,$$

$$k_1 = (\lambda_{\max}^{(2)} + \mu) [\lambda_{\min}^G]^{-1} > 0,$$

$$k_2 = \mu \|\bar{p}\|^2 > 0,$$

$$r_{\max}^2 = \max\{r_1^2, r_2^2, \dots, r_N^2\},$$

$$\sigma_{\max}^2 = \max\{\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_N^2\}, \mu = r_{\max}^2 \lambda_{\max}^G \sigma_{\max}^2.$$

$\lambda_{\max}^G, \lambda_{\min}^G$  分别为矩阵  $G$  的最大, 最小特征值,  $\lambda_{\min}^{(1)}$  是矩阵  $G(I-B) + (I-B)^T G$  的最小特征值,  $\lambda_{\max}^{(2)}$  是矩阵  $(I-B)^T G(I-B)$  的最大特征值.

利用文献[5]中的式(52)得

$$\lim_{n \rightarrow \infty} E[\|z(n)\|^2] = 0.$$

#### 4 系统仿真(System simulations)

对于一个多小区的 CDMA 系统,给出基于本文的分布式算法的一些仿真结果. 在仿真过程中,假设所考虑的区域等间隔地分布着 25 个基站,100 个移动用户均匀地分布在每个小区内(如图 1). 其中符号“ $\Delta$ ”代表基站;“ $*$ ”代表移动用户.

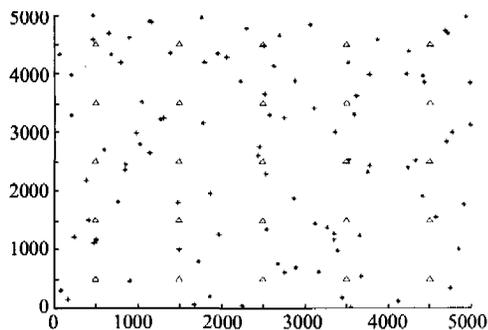


图 1 矩形区域(5000 m × 5000 m)上基站与用户分布图  
Fig. 1 Distribution of the bases and users on a rectangular grid(5000 m × 5000 m)

假设每一用户均与它最近的基站进行通信,路径衰减指数取为 4,链路增益定义为

$$G_{ij} = \frac{A}{d_{ij}^4}.$$

其中  $d_{ij}$  第  $i$  个基站与第  $j$  个用户之间的距离,  $A$  是一个衰减因子. 所有用户的接收噪声  $\eta_i^0 (i = 1, 2, \dots, 100)$  均取为  $10^{-13}$  W. 在仿真中,集中考虑接收器噪声和估计误差,并且把  $A$  作为一个常量考虑,不妨设  $A = 0$  dB. 对于一个 CDMA 系统,可以选择一个伪随机序列长度为 100 的码,以便使得处理增益为 150. 对所有的用户取目标信干比  $r_i = 4$ ,近似等于 6 dB. 在承认估计误差的情形下,分布式功率控制算法的性能用如下定义的标准差来评定

$$NSE(n) = \|p(n) - \bar{p}\|^2 / \|\bar{p}\|^2.$$

这里  $\bar{p}$  是由式(11)获得的最优解,  $p(n)$  是在相应的分散功率控制算法下的功率标准.

在本文的功率控制算法(14)下,移动用户  $i$  在迭代次数为  $n$  时的信干比由下式估计

$$\frac{1}{\bar{\Gamma}_i(n)} = \frac{1}{\Gamma_i(n)} + v_i(n).$$

其中  $\bar{\Gamma}_i(n)$  是  $\Gamma_i(n)$  的估计值,并且估计误差  $v_i(n)$  的均值是 0, 方差为  $\sigma_i^2$ .

从图 2 中,能够看到本文提出的算法具有收敛性,其标准差在  $\sigma_i^2 = 10^{-1}$  和  $\sigma_i^2 = 10^{-2}$  情况下均收

敛于0.

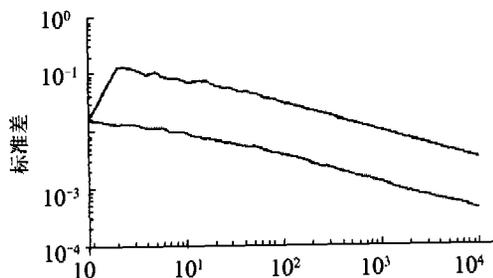


图2  $a_n = \frac{1}{n}, \sigma_i^2 = 10^{-1}$  (上) 和  $\sigma_i^2 = 10^{-2}$  (下) 标准差

Fig. 2 NSE for  $a_n = \frac{1}{n}, \sigma_i^2 = 10^{-1}$  (up) and  $\sigma_i^2 = 10^{-2}$  (down)

当目标信干比  $\gamma_i (i = 1, 2, \dots, 100)$  的目标值为4, 近似等于6dB时, 图3给出了在每次迭代过程中第*i*个用户信干比(SIR)的平均值、最小值和最大值.

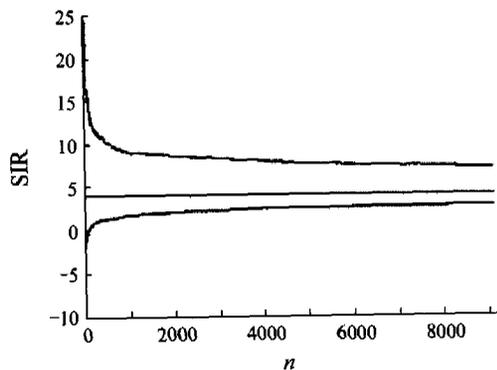


图3 第*i*个用户信干比的最大值(上)、平均值(中)、最小值(下)

Fig. 3 Max, mean and min of SIR for user *i*

## 5 结论(Conclusions)

本文在假设系统随机噪声及信干比拥有估计误差的情形下, 提出了一个新的功率控制算法. 提出的算法仅用信干比的估计进行调节, 因此具有鲁棒性, 算法更加切合实际. 利用随机逼近方法证明了此算法能收敛到确定的最优解, 仿真结果表明此算法是可行的.

## 参考文献(References):

- [1] FOSCHINI G J, MILIANIC Z. A simple distributed autonomous power control algorithm and its convergence [J]. *IEEE Trans on Vehicular Technology*, 1993, 42(4): 641-646.
- [2] SUNG C W, WONG W S. A distributed fixed-step power control algorithm with quantization and active link quality protection [J]. *IEEE Trans on Vehicular Technology*, 1999, 48(2): 563-570.
- [3] YATES R D. A framework for uplink power control in cellular radio systems [J]. *IEEE J Select Areas Communication*, 1995, 13(7): 1341-1348.
- [4] GANTMACHER F R. *Applications of the Theory of Matrices* [M]. New York: Interscience, 1959.
- [5] SENNUR U, YATES R D. Stochastic power control for cellular radio systems [J]. *IEEE Trans on Communication*, 1998, 46(6): 784-798.

## 作者简介:

蔡敏 (1964—), 男, 副教授, 博士研究生, 研究方向为无线通信系统功率控制、网络控制, E-mail: dlcaim@126.com;

王伟 (1955—), 男, 教授, 博士生导师, 研究方向为工业过程控制, 预测控制等.