

## 参数不确定 SGCMG 系统的自适应操纵律设计

吴 忠

(北京航空航天大学 仪器科学与光电工程学院, 北京 100083)

**摘要:** 在单框架控制力矩陀螺(SGCMG)系统操纵律的设计中,如果考虑框架伺服特性,往往假设系统的物理参数是确切已知的.为消除参数的不确定性对操纵性能的影响,设计了一种自适应操纵律.该操纵律可对系统物理参数进行在线估计,并能根据航天器姿态控制给出的角动量(或力矩)指令,直接计算出每个框架驱动系统所需的控制力矩.由于操纵律没有算法奇异,在 SGCMG 系统不出现运动奇异的情况下,可使操纵误差渐近收敛至零.同时,该操纵律对系统参数变化具有良好的适应性,且形式简单,易于实现.对应用在航天器上的某 SGCMG 系统的仿真结果表明,上述操纵律是可行的.

**关键词:** 航天器;控制力矩陀螺;姿态控制;自适应控制;操纵律

**中图分类号:** V448.22 **文献标识码:** A

## Adaptive steering law design for single gimbal control moment gyroscopes with parameter uncertainty

WU Zhong

(School of Instrumentation, Beijing University of Aeronautics and Astronautics, Beijing 100083, China)

**Abstract:** Physical parameters of single gimbal control moment gyroscopes (SGCMGs) are often assumed to be known exactly when steering law is designed by taking gimbal servo characteristics into account. However, exact physical parameters are not available due to system complexity. In order to reduce the effect of parameter uncertainty on steering performance, an adaptive steering law is presented. This steering law can estimate physical parameters on line and calculate the control torque for each SGCMG gimbal directly according to the momentum (or torque) command. Since it has no arithmetic singularity, steering error can be made converge to zero asymptotically when kinematic singularities do not appear. Meanwhile, the steering law is guaranteed to have excellent adaptability to parameter variations. Comparatively, it has a simple form and is easy to be implemented. Simulation results of a SGCMG system indicate that steering law stated above is feasible.

**Key words:** spacecraft; control moment gyroscopes; attitude control; adaptive control; steering law

## 1 引言(Introduction)

单框架控制力矩陀螺(SGCMG)是应用在航天器上的一类惯性执行机构,通过动量交换产生内部力矩,对航天器进行姿态控制.为满足航天器姿态三轴控制的要求,通常在控制系统中采用 3 个或以上的 SGCMG,组成 SGCMG 系统.为操纵 SGCMG 系统产生姿态控制所需的期望力矩,必须设计高性能的 SGCMG 系统操纵律.

通常情况下,在操纵律的设计中,一般假定 SGCMG 为理想器件,认为框架角速度能瞬时达到指令要求<sup>[1]</sup>.因此,SGCMG 系统的操纵律只需根据

航天器姿态控制所需的控制力矩(或角动量),计算出 SGCMG 所需的框架角速度命令(或框架角位置),而不考虑框架伺服特性的影响.

但是,框架伺服系统的带宽是有限的,再加上扰动力矩的存在也使得框架伺服系统的跟踪性能并不完全理想(瞬时跟踪),也在一定程度上影响了 SGCMG 的操纵性能.为此,在 SGCMG 操纵律的研究中,有必要考虑 SGCMG 动力学特性(或框架伺服特性)的影响,如图 1 所示.

对于考虑框架伺服特性的 SGCMG 操纵律,现在研究较少,而且往往假设框架伺服系统的物理参

数确切已知<sup>[2]</sup>. 文献[3]虽然为具有参数不确定性的 SGCMG 系统设计了一个鲁棒操纵律,但在参数预估误差较大的情况下,必须选择较大的操纵律增益系数才能保证操纵过程的正常进行. 然而,过大的操纵增益有可能会使操纵律计算出的框架控制力矩超出框架伺服电机的最大输出力矩,无法实现,从而使操纵性能急剧恶化.

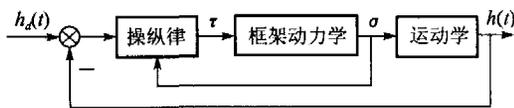


图1 考虑框架伺服特性时的 SGCMG 系统操纵律

Fig. 1 Steering law considering gimbal dynamics

在机械臂的运动控制中,也存在类似问题,即 Cartesian 空间的轨迹跟踪控制,并已有相关研究,其中 Novakovic 等<sup>[4,5]</sup>和 Feng<sup>[6,7]</sup>的研究具有一定的代表性. Novakovic 等<sup>[4,5]</sup>在系统物理参数不确定的情况下,设计了有限时间稳定跟踪控制器,实现了 Cartesian 空间的轨迹跟踪控制; Feng<sup>[6,7]</sup>则对 Novakovic 等<sup>[4,5]</sup>的方法进行了改进,提出了一种轨迹跟踪自适应控制方法,但此种控制方法并不能保证轨迹跟踪误差渐近收敛至零,而是收敛至一个有界区域.

为此,在框架伺服系统物理参数不确定的情况下,为避免鲁棒操纵律中可能出现的过大操纵增益,可以借鉴 Feng 在机械臂领域的研究<sup>[6,7]</sup>,为 SGCMG 系统设计自适应的操纵律,并加以改进,从理论上确保操纵误差可以收敛至零.

## 2 预备知识 (Preliminaries)

### 2.1 SGCMG 系统运动学 (SGCMG kinematics)

为便于讨论,在此设待研究的 SGCMG 系统是冗余的,且  $n$  个 SGCMG 是相同的. 如设  $\sigma$  为框架角矢量,  $h$  为角动量矢量,则 SGCMG 系统的运动学关系可以表示为<sup>[8]</sup>:

$$h(t) = f(\sigma(t)), \quad (1)$$

$$\dot{h}(t) = J(\sigma(t))\dot{\sigma}(t), \quad (2)$$

$$\ddot{h}(t) = \dot{J}(\sigma(t))\dot{\sigma}(t) + J(\sigma(t))\ddot{\sigma}(t), \quad (3)$$

其中  $J(\sigma(t)) = \frac{\partial f(\sigma(t))}{\partial \sigma(t)}$  为 Jacobi 阵,

$\dot{J} = \frac{dJ(\sigma(t))}{dt}$ ,  $f(\cdot)$  为某非线性矢量函数.

### 2.2 SGCMG 系统动力学模型 (Gimbal dynamics)

对于应用在航天器上的 SGCMG 系统,其动力学模型可以描述为<sup>[9]</sup>

$$I_G \ddot{\sigma} + D\dot{\sigma} + G(\sigma, \omega, \dot{\omega}) + \tau_f(\sigma, \dot{\sigma}) + \tau_r(t) = \tau, \quad (4)$$

其中  $I_G = \text{diag}(I_{G1z}, \dots, I_{Gnz})$  为系统惯量阵,  $D =$

$\text{diag}(D_1, \dots, D_n)$  为系统阻尼阵,  $\tau = (\tau_1, \dots, \tau_n)^T$  为控制力矩,  $G(\sigma, \omega, \dot{\omega}) = [G_1(\sigma_1, \omega, \dot{\omega}), \dots, G_n(\sigma_n, \omega, \dot{\omega})]^T$ ,  $\tau_f(\sigma, \dot{\sigma}) = [\tau_{f1}(\sigma_1, \dot{\sigma}_1), \dots, \tau_{fn}(\sigma_n, \dot{\sigma}_n)]^T$  为摩擦力矩,  $\tau_r(t) = [\tau_{r1}(t), \dots, \tau_{rn}(t)]^T$  为系统的脉动力矩,  $\sigma = (\sigma_1, \dots, \sigma_n)^T$  为系统框架角,且框架运动方程通过非线性项  $G(\sigma, \omega, \dot{\omega})$  的星体角速度  $\omega$  和星体角加速度  $\dot{\omega}$  耦合在一起.

为分析方便起见,不妨作以下基本假设:

**假设 1** 框架角  $\sigma$ , 框架角速度  $\dot{\sigma}$ , 框架角加速度  $\ddot{\sigma}$  是可量测的;

**假设 2**  $\tau_{fi} = [\alpha_0 + \alpha_1 e^{-\beta_1 |\dot{\sigma}_i|} + \alpha_2 (1 - e^{-\beta_2 |\dot{\sigma}_i|}) \text{sgn}(\dot{\sigma}_i)]$ ,  $i = 1, \dots, n$ ,  $\|\tau_r(t)\| \leq \alpha_3$ ,  $\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3, \beta_1, \beta_2$  皆为大于零的常数,其值可通过实验数据拟合得到;

**假设 3** 式(4)可表示成  $W(\sigma, \dot{\sigma}, \ddot{\sigma}, \omega, \dot{\omega})\theta, \theta$  为系统的物理参数;

**假设 4** 系统的物理参数不确定,但知其存在于一个有界区域内.

### 2.3 操纵律设计的基本要求 (Aim of steering law design)

如设  $h_d(t)$  为 SGCMG 系统期望的角动量轨迹,且  $\dot{h}_d(t), \ddot{h}_d(t)$  存在并有界,  $e(t) = h_d(t) - h(t)$ , 那么 SGCMG 系统操纵律设计问题可描述为:

对于满足假设 1 ~ 假设 4 的 SGCMG 系统 (1) ~ (4), 寻找适当的框架控制力矩  $\tau$ , 在此力矩作用下,任给  $\varepsilon_s > 0, \varepsilon_p > 0$ , 存在有限时间  $t_s \geq t_0, t_p \geq t_0$ , 使得当  $t \geq t_s$  时,  $\|e + \beta e\| \leq \varepsilon_s$ , 当  $t \geq t_p$  时,  $\|e\| \leq \varepsilon_p$ . 其中:  $t_0$  为初始时间,  $\beta > 0$ .

### 3 自适应操纵律的一般形式 (General form of adaptive steering laws)

仿照 Feng 的研究<sup>[6,7]</sup>, 可以写出参数不确定 SGCMG 系统的自适应操纵律,如定理 1 所示.

**定理 1** 对于满足假设 1 ~ 假设 4 的 SGCMG 系统 (1) ~ (4), 如果施加控制

$$\tau = W\hat{\theta} - K(\ddot{\sigma} - b), \quad (5a)$$

$$\dot{\hat{\theta}} = \Gamma^{-1}W^TK^TJ^Ts, \quad (5b)$$

$$b = w(h_1 + h_2)/s^T Jw, s^T Jw \neq 0, \quad (5c)$$

$$h_1 = s^T(\beta e + \dot{h}_d - \dot{J}\dot{\sigma}), \quad (5d)$$

$$h_2 = \alpha s^T s/2, \quad (5e)$$

$$s = \dot{e} + \beta e, \quad (5f)$$

则操纵误差  $e$  可渐近收敛至零,而系统物理参数估计误差  $\hat{\theta}$  却只能是渐近有界的. 其中  $W\theta = I_G \ddot{\sigma} + D\dot{\sigma} +$

$G(\sigma, \omega, \dot{\omega}) + \tau_f(\sigma, \dot{\sigma}), \hat{\theta} = \theta - \hat{\theta}, w \in \mathbb{R}^n$ . 任意选择,  $\Gamma$  为适当选择的对称正定阵,  $K \in \mathbb{R}^{n \times n}$  为适当选择的可逆正定阵,  $\beta > 0, \alpha > 0$ .

定义 Lyapunov 函数  $V(s, \hat{\theta}) = (s^T s + \hat{\theta}^T \Gamma \hat{\theta})/2$ , 根据 Lyapunov 稳定性理论和 Barbalat 引理, 即可得到定理 1 的结论, 在此不赘述.

**注 1** 定理 1 存在算法奇异, 即  $s^T J w = 0$ . 当  $s^T J w$  的值较小甚至等于零时, 可用  $\hat{s} = s + \delta$  来替代  $s$ , 使  $\hat{s}^T J w \neq 0$ . 其中  $\delta \in \mathbb{R}^3$  为适当选择的常数, 且满足  $\delta^T J w \neq 0$ . 但是,  $s$  将不能收敛至零, 而是收敛至一个有界区域.

#### 4 操纵律的改进形式 (Improved forms)

显然, 定理 1 不满足 2.3 的设计要求. 为此, 可对定理 1 的操纵律进行适当改造, 设法使式 (5c) 的分母不显含  $s^T J w$ .

**定理 2** 对于满足假设 1 ~ 假设 4 的 SGCMG 系统 (1) ~ (4), 在定理 1 的条件下, 当非零  $s$  不是矩阵  $J^T$  的零向量时, 如令

$$b = \alpha(1 + \gamma_1)/2\gamma_2 \cdot J^T s, \quad (6a)$$

$$\gamma_1 = \max(|h_1|/h_2), \quad (6b)$$

$$\gamma_2 s^T s \leq s^T J J^T s, \gamma_2 > 0. \quad (6c)$$

则操纵误差  $e$  可渐近收敛至零, 而系统物理参数估计误差  $\hat{\theta}$  却只能是渐近有界的.

仿照定理 1, 即可得到上述结论, 证明略.

**注 2** 定理 2 能保证操纵误差  $e$  渐近收敛至零, 改进的自适应操纵律满足设计要求.

**注 3** 定理 2 的结论仅是在“非零  $s$  不是矩阵  $J^T$  的零向量”的条件下取得的. 当此条件不成立时, Jacobi 阵奇异, 满足式 (6c) 的  $\gamma_2$  将不存在,  $s$  的变化趋势取决于  $h_1$  的符号. 同时, 操纵误差  $e$  将不是渐近收敛的, 而是存在一定的曲折. 要避免上述情况出现, 可对系统运动学进行增广, 加入非奇异条件, 使  $J$  非奇异即可. 由于增广系统计算复杂, 限于篇幅, 在此不作具体探讨.

**注 4** 操纵律中的参数  $\gamma_1, \gamma_2$  可根据式 (6) 得到, 也可通过工程整定的方法得到. 由于式 (6) 计算繁琐, 一般可采

用简单易行的工程整定法. 在参数整定时, 除参考式 (6) 外, 还要考虑框架伺服系统所允许的最大控制力矩. 这样, 在选定的参数  $\gamma_1, \gamma_2$  下, 即便“非零  $s$  不是矩阵  $J^T$  的零向量”这一条件不成立, 定理 2 中的操纵律依然可以工作. 当然, 此时的代价是操纵误差变大, 换来的是可以穿越 SGCMG 系统的运动奇异点, 与传统奇异鲁棒逆操纵律有相通之处.

**注 5** 与文献 [3] 的鲁棒操纵律相比, 本文的自适应操纵律增加了对物理参数的估计, 计算量加大, 但操纵律参数比较容易整定, 且对物理参数的不确定性具有更强的适应性.

#### 5 仿真结果及分析 (Simulation results)

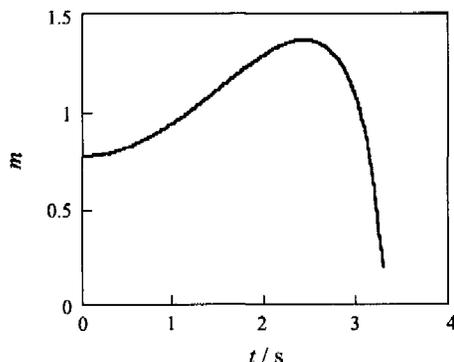
为检验操纵律的可行性, 在此以一个典型的 SGCMG 系统为例 [8,9] 进行仿真分析. SGCMG 系统的运动学方程参见文献 [8], 框架动力学方程参见文献 [9], 固定角动量  $h_0$  为 100Nms. 星体运动由一般的刚体动力学模型描述, 姿态控制力矩由 SGCMG 系统的运动提供, 在此不作具体介绍. 在仿真中, 取星体惯性矩为  $I_b = \text{diag}(3.2, 10.6, 13) \times 10^4 \text{kgm}^2$ , SGCMG 惯性矩为  $I_c = \text{diag}(0.27, 0.33, 0.2) \text{kgm}^2$ , 框架阻尼系数为  $0.1 \text{Nm}/(\text{rad} \cdot \text{s}^{-1})$ , 框架伺服系统的最大控制力矩为 5Nm, 摩擦力矩系数为  $[\alpha_0, \alpha_1, \alpha_2, \beta_1, \beta_2] = [0.3, 0.2, 0.1, 100, 1]$ , 脉动力矩为  $\tau_{fi} \leq 0.05\tau_i, \tau_i$  为第  $i$  个 SGCMG 的框架控制力矩. 在控制器设计中, 取

$$\theta = [\theta_1^T, \theta_2^T, \theta_3^T, \theta_4^T]^T,$$

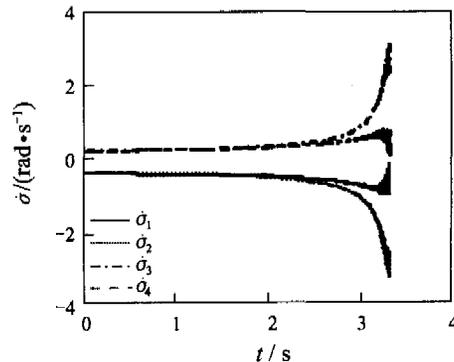
$\theta_i = [I_{Cix}, I_{Ciy}, I_{Ciz}, D_i, h_{0i}, \alpha_{i1}, \alpha_{i2}]^T, i = 1, \dots, 4$ ,  $\alpha_{i1}, \alpha_{i2}$  为第  $i$  个 SGCMG 框架伺服系统简化摩擦力矩模型的系数, 且有

$$\tau_{fi}(\dot{\sigma}_i) = \alpha_{i1} \dot{\sigma}_i + \alpha_{i2} \text{sgn}(\dot{\sigma}_i), \quad i = 1, \dots, 4.$$

W 根据 SGCMG 的框架动力学模型得出. 并在仿真分析中, 取初始框架角为  $[45^\circ, -45^\circ, 45^\circ, -45^\circ]^T$ ,  $K = \text{diag}(0.2, 0.2, 0.2), \alpha = 125, \beta = 1, \gamma_1 = 1, \gamma_2 = 0.2, \Gamma$  为适当维数的单位阵, 采样周期为 5ms, 在几种典型输入下, 可得仿真结果如图 2, 图 3 所示 (奇异测度  $m = \sqrt{\det(JJ^T)}$ ).



(a) 奇异测度



(b) 框架角速度

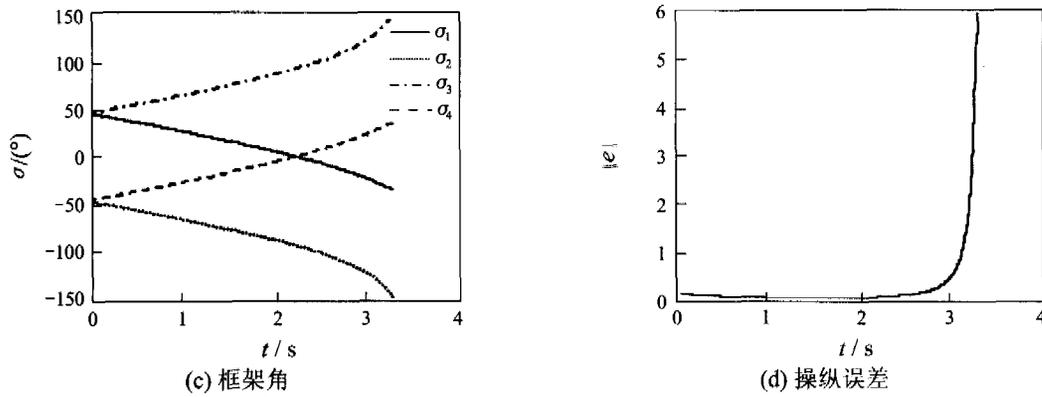


图2 期望角动量轨迹光滑时的操纵过程

Fig. 2 Steering procedure with smooth momentum command

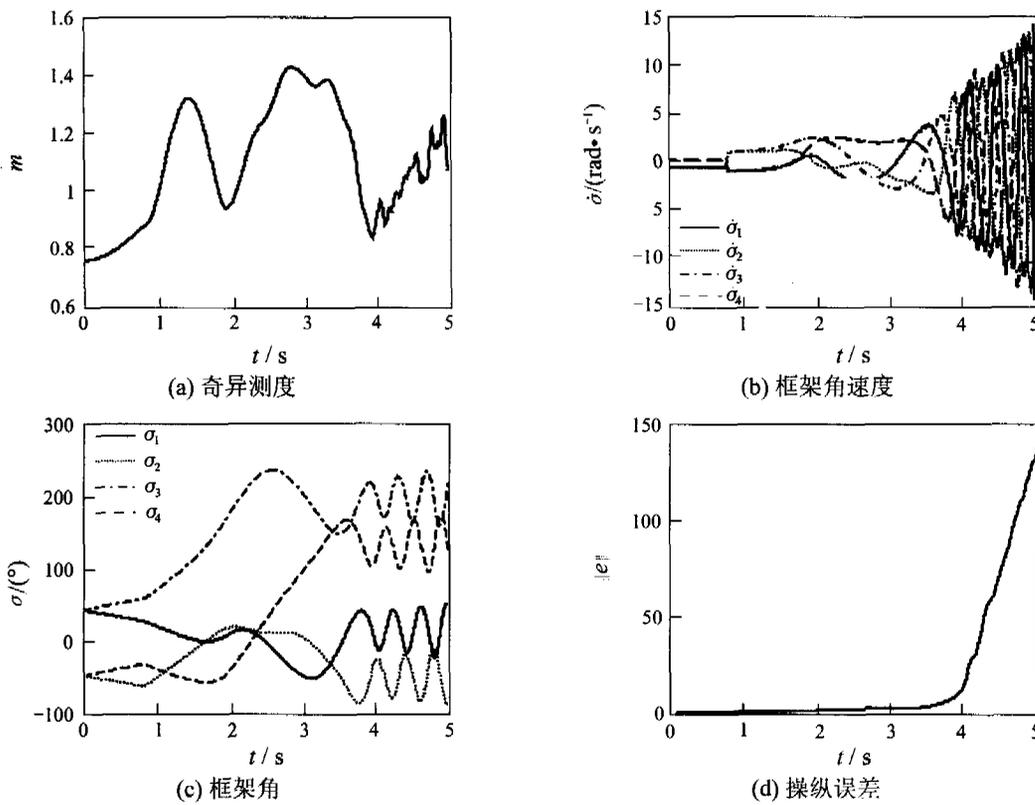


图3 期望角动量轨迹突变时的操纵过程

Fig. 3 Steering procedure with nonsmooth command

1) 当  $h_d = 70.7[t, t, 0]^T$  时, 仿真结果如图2所示. 可以看出, 在整个操纵过程中, 奇异测度变化趋势较好, 在到达饱和奇异点(约3.1s)之前, 没有遇到内部奇异点. 另外, 角动量误差能以较快速度收敛(毫秒级), 且控制平稳, 误差较小.

2) 当  $t \leq 0.83s, h_d = 70.7[t, t, 0]^T; t > 0.83s, h_d = 70.7[1.66-t, t, 0]^T$  时, 仿真结果如图3所示. 可以看出, 在操纵过程到达饱和奇异点(约4.0s)之前, 同样没有出现奇异现象, 操纵性能较好. 尤其是在0.83s期望角动量突变时, 操纵误差亦能很快

收敛于零值附近. 但是, 当奇异测度大幅度变化时(约2.0s), 操纵误差有一定程度的波动.

综合1), 2) 可以知道, 在自适应操纵律的作用下, 对于大多数典型输入信号, 其操纵过程均具有较满意的性能. 然而, 操纵性能对奇异测度变化比较敏感. 因此, 要进一步提高SGCMG的操纵性能, 可用非奇异约束条件来增广系统运动学, 控制奇异测度的变化.

## 6 结论 (Conclusions)

借鉴机械臂领域的相关研究, 针对框架伺服机

构物理参数不确定的 SGCMG 系统, 本文设计了自适应操纵律。该操纵律在对物理参数在线估计的基础上, 可根据航天器姿态控制给出的角动量(或力矩)指令, 直接计算出每个框架系统所需的控制力矩, 算法简单、易行。和机械臂领域的相关研究相比, 由于本文的操纵律没有算法奇异, 从而解决了系统控制误差不能收敛至零的问题。和鲁棒操纵律相比, 本文的操纵律参数容易整定, 且对物理参数的不确定性具有更强的适应性。然而, 本文的研究还是比较初步的, 还有一些具体问题有待研究, 如考虑奇异回避的鲁棒操纵律、操纵律的物理仿真实验等等。

#### 参考文献(References):

- [1] 吴忠, 吴宏鑫. 单框架控制力矩陀螺系统操纵律研究综述[J]. 宇航学报, 2000, 21(4): 140-145.  
(WU Zhong, WU Hongxin. Survey on steering laws for single gimbal control moment gyroscope systems[J]. *J of Astronautics*, 2000, 21(4): 140-145.)
- [2] 吴忠, 丑武胜. 考虑框架伺服特性时 SGCMG 系统操纵律设计[J]. 北京航空航天大学学报, 2004, 30(6): 489-492.  
(WU Zhong, CHOU Wusheng. Steering law design for SGCMGs taking gimbal servo characteristics into account[J]. *J of Beijing University of Aeronautics and Astronautics*, 2004, 30(6): 489-492.)
- [3] 吴忠. 参数不确定 SGCMG 系统的鲁棒操纵律设计[J]. 宇航学报, 2004, 25(1): 93-97.  
(WU Zhong. Robust steering law design for single gimbal control moment gyroscopes with parameter uncertainty[J]. *J of Astronautics*, 2004, 25(1): 93-97.)
- [4] NOVAKOVIC Z R, ZLAJPAH L. Robust tracking control for robots using the sliding mode: A task-space approach [C] // *Proceedings of IFAC Symposium on Robot Control. Karlsruhe, Germany: [s. l.]*, 1988, 201-206.
- [5] NOVAKOVIC Z R. Lyapunov-like methodology for robot tracking control synthesis[J]. *Int J of Control*, 1990, 51(3): 567-583.
- [6] FENG G. An adaptive control algorithm for robot manipulators in task space[J]. *Int J of Robotics and Automation*, 1996, 11(2): 49-55.
- [7] FENG G. A new adaptive control algorithm for robot manipulators in task space[J]. *IEEE Trans on Robotics and Automation*, 1995, 11(3): 457-462.
- [8] 吴忠, 吴宏鑫. SGCMG 系统非奇异路径规划[J]. 控制理论与应用, 1999, 16(1): 21-26.  
(WU Zhong, WU Hongxin. Nonsingular path planning in single gimbal control moment gyroscope systems[J]. *Control Theory & Applications*, 1999, 16(1): 21-26.)
- [9] 吴忠, 吴宏鑫, 李勇. SGCMG 系统框架角轨迹跟踪自适应补偿控制[J]. 控制理论与应用, 2001, 18(2): 210-216.  
(WU Zhong, WU Hongxin, LI Yong. Adaptive compensation control of trajectory tracking in gimbal angle space for single gimbal control moment gyroscope systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(2): 210-216.)

#### 作者简介:

吴忠 (1970—), 男, 1998 年于中国空间技术研究院北京控制工程研究所控制理论与控制工程专业获工学博士学位, 之后曾在铁道部科学研究院作博士后研究, 现为北京航空航天大学副教授, 目前主要从事航天控制技术、现代伺服控制技术等方面的研究, E-mail: wuzhong@buaa.edu.cn.

#### (上接第 142 页)

- [4] ZAKHOR A. Iterative procedures for reduction of blocking effects in transform image coding [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems for Video Technology*, 1992, 2(1): 91-95.
- [5] ZENG B. Reduction of blocking effect in DCT-coded images using zero-masking techniques[J]. *Signal Processing*, 1999, 79(2): 205-211.
- [6] LIU S Z, BOVIK A C. Efficient DCT-domain blind measurement and reduction of blocking artifacts[J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems for Video Technology*, 2002, 12(12): 1139-1149.
- [7] LUO Y, WARD R K. Removing the blocking artifacts of block-based DCT compressed images [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 2003, 12(7): 838-842.
- [8] COUDOUX F X, GZALET M, CORLAY P. Reduction of blocking effect in DCT-coded images based on a visual perception criterion [J]. *Signal Processing: Image Communication*, 1998, 11(3): 179-186.
- [9] KARUNASEKER S A, KINGSBURY N G. A distortion measure for blocking artifacts in image based on human visual sensitivity [J]. *IEEE Trans on Image Processing*, 1995, 4(6): 713-724.
- [10] GAO W F, MERMER C, KIM Y. A de-blocking algorithm and a blockiness metric for highly compressed images [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems for Video Technology*, 2002, 12(12): 1150-1159.
- [11] CHEN T, WU H R, QIU B. Adaptive postfiltering of transform coefficients for the reduction of blocking artifacts [J]. *IEEE Trans on Circuits and Systems for Video Technology*, 2001, 11(5): 594-602.

#### 作者简介:

谢胜利 (1958—), 男, 华南理工大学电子与信息学院教授, 博士生导师, IEEE 高级会员, 主要研究方向为非线性系统学习控制理论、自适应信号处理、盲信号分离和图像处理等, E-mail: sunny\_scut@163.com;

石敏 (1977—), 女, 华南理工大学电子与信息学院博士生, 主要研究方向为图像处理与图像无线传输。