

变搜索区域多种群遗传算法

巩敦卫, 孙晓燕

(中国矿业大学 信息与电气工程学院, 江苏 徐州 221008)

摘要: 针对孤岛型多种群遗传算法存在的缺陷, 提出一种变搜索区域多种群遗传算法. 首先, 依据各种群最优个体的分布给出搜索区域动态变化的条件和策略; 其次, 基于搜索区域的测度和搜索粒度给出种群规模自适应调整方法; 再次, 从搜索区域的测度和种群规模等角度定量分析算法的性能; 最后, 通过两个典型函数优化验证算法的有效性.

关键词: 遗传算法; 多种群; 变搜索区域; 种群规模; 调整

中图分类号: TP18

文献标识码: A

Multi-population genetic algorithms with variational search areas

GONG Dun-wei, SUN Xiao-yan

(School of Information and Electrical Engineering, China University of Mining and Technology, Xuzhou Jiangsu 221008, China)

Abstract: A multi-population genetic algorithm with variational search areas is proposed to cope with the limitation of island multi-population genetic algorithms. Firstly, the condition and strategy for changing search areas dynamically are presented according to the distribution of the best individuals of all populations. Secondly, an adaptive adjustment method of the population size is given based on the search areas' measure and the search granularity. Thirdly, the algorithm's performance is analyzed quantitatively from the views of the search areas' measure and the population size. Finally, the algorithm's efficiency is validated through optimization of two benchmark functions.

Key words: genetic algorithm; multi-population; variational search area; population size; adjustment

1 引言 (Introduction)

传统的遗传算法有两个严重缺点: 即容易早熟收敛和进化后期搜索效率低, 这使得最终得到的结果往往不是全局最优解. 由于传统的遗传算法不能有效地克服过早收敛现象, 因此现在大量的研究集中于如何避免早熟收敛、提高后期进化效率上. 目前各种改进方法层出不穷, 其中多种群并行遗传算法是近年来提出的一种改进遗传算法性能的较好方法. 多种群并行遗传算法主要分为3类: 孤岛模型、细胞模型和协同进化. 本文研究孤岛模型并行遗传算法, 其思想是: 在相同搜索空间上以一定方式生成多个进化种群, 每隔一定进化代数 (称之为种群进化周期) 以一定方式交换各种群的最优个体, 从而生成新的种群, 在此基础上进行下一代种群进化周期的进化, 直到满足算法终止条件为止. 但是, 多种群遗传算法在优化搜索过程中, 种群的搜索区域相同且不随进化过程而变化, 这样将导致: 算法收敛速

度慢、种群不能很好地覆盖区域、由于种群的规模不能动态地变化从而使得计算复杂性不能随进化过程而有效地降低.

为了解决上述问题, 刘守生等提出基于均匀分割的多种群并行遗传算法^[1], 该算法可以较好地覆盖搜索区域, 但其他问题仍无法解决. 为了动态改变种群搜索空间, 刘守生等针对二进制编码算法提出变焦遗传算法^[2], 但该算法针对单种群遗传算法提出且仅适用于二进制编码算法. 同样为了动态改变搜索空间, 张彤等提出变尺度混沌优化方法^[3], 该算法不断缩小优化变量的搜索空间, 但为了保证真正最优点仍在缩小后的寻优空间中, 必须在缩小搜索空间之前进行多次盲目搜索, 搜索次数难以确定. 修春波等提出双混沌机制优化方法^[4], 同时利用两种不同的混沌机制在搜索空间进行搜索, 根据搜索到的当前最优个体的分布情况来缩小搜索空间. SHIGEYOSHI T. 等提出分叉遗传算法优化多模

态函数^[5],根据当前种群收敛状态和所得解的状态对搜索空间进行划分,在子空间中生成子种群,并行搜索.在该算法中各子种群的搜索空间是动态变化的,但该算法针对二进制编码结构,且没有给出子种群规模确定方法.

本文针对孤岛型多种群遗传算法存在的缺陷,提出一种变搜索区域多种群遗传算法,给出搜索区域变化的条件、策略以及进化种群规模自适应调整方法,详细分析算法在搜索效率、计算复杂性等方面的性能,最后通过典型复杂函数优化验证算法的有效性.

2 变搜索区域多种群遗传算法 (Multi-population GAs with variational search areas)

本节阐述变搜索区域多种群遗传算法,其思想是:根据种群进化的进程,采用一定的方法有效地缩小搜索区域,在此基础上,动态改变种群规模,使得算法在提高收敛速度的同时降低计算复杂性.

2.1 搜索区域动态变化 (Dynamical change of search areas)

本小节给出搜索区域动态变化的条件及策略.多个种群同时在相同搜索空间中进行独立搜索,根据各种群搜索到的最优个体的分布情况来缩小搜索空间.

不失一般性,决策变量考虑实数编码情况.如图1所示(3种群情况),多种群遗传算法搜索区域动态变化的思想是:首先在已知的搜索空间 S 中利用 M 个进化种群 $P_i (i = 1, 2, \dots, M)$ 进行独立并行搜索,当各自搜索得到的最优个体值 x_i^* 的距离满足一定条件时(如均在 R 中),按照最大似然估计的思想,可以估计真正的最优值就在该空间附近(如 W 中),据此可将搜索空间 S 缩小为 W . 同样, W 空间中按上述过程继续缩小,直到找到最优解为止.

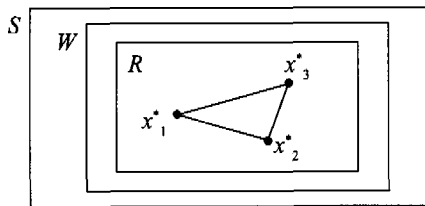


图1 3种群遗传算法搜索区域动态变化图

Fig. 1 Graph of dynamical change of search areas of 3-population genetic algorithms

考虑如下优化问题:

$$\min f(x_1, x_2, \dots, x_n), x_i \in [a_i, b_i], i = 1, 2, \dots, n.$$

记 $x = (x_1, x_2, \dots, x_n)$, $a = (a_1, a_2, \dots, a_n)$, $b = (b_1, b_2, \dots, b_n)$, 则 $x \in [a, b]$.

记 r 次搜索空间缩小后决策变量为 x' , x' 的第 i 个分量为 x'_i , 其取值范围为 $[a'_i, b'_i]$, 又记 $a' = (a'_1, a'_2, \dots, a'_n)$, $b' = (b'_1, b'_2, \dots, b'_n)$, 则 $x' \in [a', b']$. 各种群搜索到的最优个体集合记为 $x'^* = \{x_1'^*, x_2'^*, \dots, x_M'^*\}$, 其中 $x_p'^* = (x_{1p}'^*, x_{2p}'^*, \dots, x_{np}'^*) (p = 1, 2, \dots, M)$ 为第 p 个种群搜索到的最优个体向量.

记

$$D'_{ij} = \|x_i'^* - x_j'^*\|, \quad (1)$$

$$D' = \max_{i, j \in \{1, 2, \dots, M\}} D'_{ij}. \quad (2)$$

其中 $\|\cdot\|$ 为定义在搜索区域上的范数, 则定义搜索区域动态变化的条件为

$$D' < \lambda \|a' - b'\|, \lambda \in (0, \frac{1}{M}], \quad (3)$$

即若式(3)满足, 则改变搜索区域, 其中 λ 可以是固定值, 也可以根据需要自适应变化.

第 r 次搜索空间缩小后, 变量 x'_i 的取值范围 $[a'_i, b'_i]$ 依下式确定:

$$\begin{cases} a'_i = \min(x_{i1}'^*, x_{i2}'^*, \dots, x_{iM}'^*) - \zeta(b_i'^{-1} - a_i'^{-1}), \\ b'_i = \max(x_{i1}'^*, x_{i2}'^*, \dots, x_{iM}'^*) + \zeta(b_i'^{-1} - a_i'^{-1}). \end{cases} \quad (4)$$

其中 $\zeta \in (0, 1]$. 为保证新搜索区域比前次搜索区域小, 对新搜索区域作如下修正:

$$a'_i = \begin{cases} a_i'^{-1}, & \text{若 } a'_i < a_i'^{-1}, \\ a'_i, & \text{否则,} \end{cases} \quad b'_i = \begin{cases} b_i'^{-1}, & \text{若 } b'_i > b_i'^{-1}, \\ b'_i, & \text{否则.} \end{cases} \quad (5)$$

2.2 进化种群规模的自适应调整 (Adaptive adjustment of population size)

种群规模在一定程度上决定了多种群并行遗传算法的计算复杂性, 为了有效地提高多种群并行遗传算法后期的搜索效率, 减小计算复杂性, 应依据搜索区域的测度动态地调整各种群规模. 其方法如下:

设第 r 次搜索区域变化后第 i 个变量为 $x'_i \in [a'_i, b'_i]$, 定义其测度为

$$d'_i = b'_i - a'_i.$$

假设第 i 维变量搜索粒度为 $\frac{1}{N_i}$, 则种群规模依下式确定:

$$N^r = \left\lceil \prod_{i=1}^n N_i d'_i \right\rceil. \quad (6)$$

其中 $\lfloor \cdot \rfloor$ 表示向下取整. 由式(6)知当变量搜索区域不断减小时, 种群规模成正比减小, 这样大大减小了进化后期的计算复杂性, 提高了收敛速度.

确定了新搜索空间上的种群规模后, 如何生成新的种群? 下面给出新种群的生成方法. 新种群中的个体应充分利用该区域内已存在的较优个体的信息, 因此, 本文新生成种群的个体主要由两部分组成: 一是新区域内各种群的原有个体, 设第 p 个种群在新区域内的个体数为 Num_p , 则其余 $N^r - Num_p$ 个个体采用随机均匀方法产生.

此外由于式(6)可能取0, 即各子种群规模为0, 此时算法根本不可运行, 因此为保证算法的实际可迭代性, 需设定种群最小生存规模, 记为 $\min(N^r)$, 其取值根据具体问题确定.

2.3 算法步骤(Steps of algorithms)

变搜索区域多种群遗传算法的步骤如下:

Step 1 设定控制参数, 依一定方式初始化 M 个进化种群;

Step 2 M 个种群独立进化一个种群进化周期;

Step 3 间隔一定进化代数, 各种群随机选择交换个体对象, 交换彼此最优个体并进行个体替换;

Step 4 判断算法终止条件是否满足, 若满足转 Step 7;

Step 5 判断搜索区域变化的条件是否满足, 若不满足转 Step 2;

Step 6 依式(4)和式(5)计算搜索区域, 依式(6)计算种群规模, 并依2.2节方式生成 M 个新的进化种群, 转 Step 2;

Step 7 进化结束, 输出优化解.

3 算法性能分析(Performance analysis of algorithms)

从两个方面对本文算法性能进行分析. 首先从搜索区域上分析相邻两次区域变化导致的区域测度的变化, 根据搜索区域动态变化(减小)策略给出测度变化的数学表达式.

根据式(4)和式(5)有 $b_i^r - a_i^r \leq b_i^{r-1} - a_i^{r-1}$. 不失一般性, 设 $b_i^r - a_i^r = k_i^r(b_i^{r-1} - a_i^{r-1})$, 其中 $k_i^r \in (0, 1]$, 则有

$$b_i^r - a_i^r = k_i^r(b_i^{r-1} - a_i^{r-1}) = k_i^r k_i^{r-1}(b_i^{r-2} - a_i^{r-2}) = \cdots = K_i^r(b_i - a_i). \quad (7)$$

其中 $K_i^r = \prod_{j=1}^r k_i^j \leq \min\{k_i^1, k_i^2, \cdots, k_i^r\} \in (0, 1)$.

由式(7)知, 搜索空间以 k_i^r (小于1)倍不断缩

小, 最终的搜索空间比起始搜索空间大大缩小, 在小的搜索测度内进行搜索, 其搜索效率大大提高.

其次从种群规模上分析, 给出在搜索区域第 r 次缩小后种群规模缩小的表示.

$$N^r = \left\lfloor \prod_{i=1}^n N_i d_i^r \right\rfloor = \left\lfloor \prod_{i=1}^n N_i (b_i^r - a_i^r) \right\rfloor = \left\lfloor \prod_{i=1}^n N_i \cdot K_i^r (b_i - a_i) \right\rfloor < \left\lfloor \prod_{i=1}^n N_i \cdot (b_i - a_i) \right\rfloor. \quad (8)$$

记 $N^0 = \left\lfloor \prod_{i=1}^n N_i \cdot (b_i - a_i) \right\rfloor$ 为初始种群规模, 不失

一般性, 设 $N^r = K^r \cdot N^0$, 其中 $K^r \in (0, 1)$, 即随着搜索测度的缩小, 相应的种群规模也以一定的变化率缩小. 考虑第 r 次搜索区域变化后某一种群在一个种群进化周期内适应度函数评价次数的变化情况, 对于传统多种群遗传算法评价次数为 N^0 , 而对于本文算法评价次数为 $N^r = K^r \cdot N^0$, 则显然在一个进化周期内一个种群的函数评价次数大大缩小, 而多次缩小后多个种群整体的函数评价次数比传统多种群遗传算法次数急剧减小.

由上述两方面的分析可知, 本文算法在搜索效率、进化复杂性方面比传统多种群遗传算法优越.

4 在数值函数优化中的应用(Application in optimizing numerical functions)

通过复杂数值函数优化验证本文算法的有效性. 考虑如下两个函数^[6]:

函数 1

$$\min f_1(x) = 1 + \sum_{i=1}^n \frac{x_i^2}{4000} - \prod_{i=1}^n \cos\left(\frac{x_i}{\sqrt{i}}\right),$$

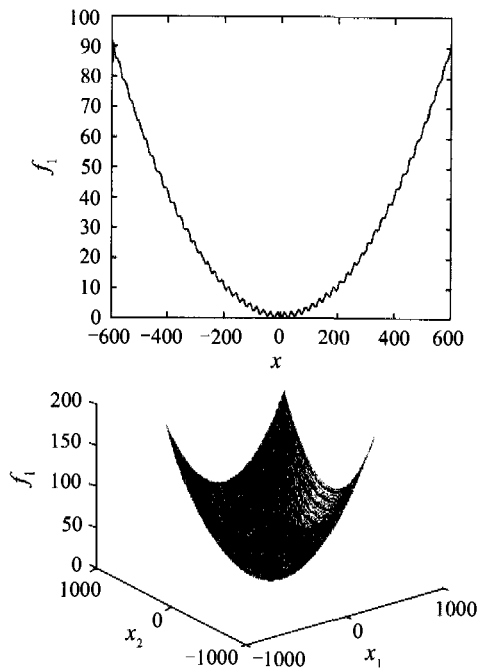
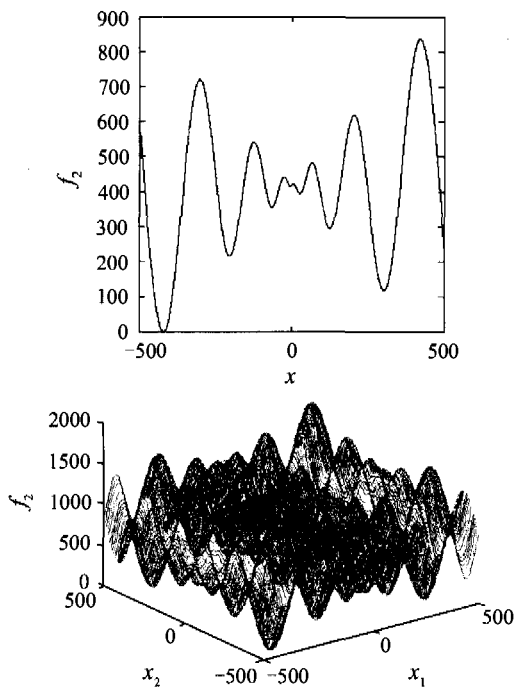
$$x_i \in [-600, 600].$$

函数 2

$$\min f_2(x) = 418.9829n + \sum_{i=1}^n x_i \sin(\sqrt{|x_i|}),$$

$$x_i \in [-500, 500].$$

图2、图3分别为上述两个函数在 $n=1$ 和 $n=2$ 时的图形, 可知两个函数全局最小值均为0. 函数1在 $x=0$ 处取到全局最小值, 在 $x_i = \pm k\pi\sqrt{i}$, $i=1, 2, \cdots, n$ 处得到局部最小值. 函数2在 $x = (-420.9687, -420.9687, \cdots)$ 处取得全局最小值, 在 $x = (303, 303, \cdots)$ 处取得局部最小值. 若采用一般的算法优化这两个函数, 极易陷入局部最优, 故采用这类函数可以衡量本文算法搜索性能. 另外为了增加寻优难度, 变量个数 $n=10$, 以充分说明算法的有效性.

图2 $n=1, 2$ 时, 函数1图形Fig. 2 Graphs of function 1 when $n=1, 2$ 图3 $n=1, 2$ 时, 函数2图形Fig. 3 Graphs of function 2 when $n=1, 2$

将本文算法与搜索区域不发生变化以及种群规模不发生改变的传统孤岛模型多种群遗传算法在收敛速度、计算复杂度(用对个体进行评估的次数、遗传操作的次数衡量)、找到最优解的可能性及最优解的质量等方面进行比较. 为便于描述记本文算法为算法1, 传统孤岛模型多种群遗传算法为算法2, 各算法中子种群采用比例选择、算术交叉、非均匀变异算子, 算法1中的 $\lambda = e^{-t/40}$, 其中 t 为进化代数.

各算法所需的其他参数见表1, 其中 P_c 为交叉概率, P_m 为变异概率, T 为进化终止代数. 文中初始子种群规模 $N^0 = 150$, 则相应的初始搜索粒度分别为 $150/1200^{10}$, $150/10^{30}$.

表1 算法所需参数取值

Table 1 Parameters and their values in algorithms

算法	参 数					
	P_c	P_m	M	N^0	T	ζ
1	0.88	0.01	3	150	25	$[0, 1]$ 中的随机数
2	0.88	0.01	3	150	25	

仿真采用 MATLAB6.0 软件编程实现, 计算机配置为 P4 1.5G, 256M 内存. 为了消除一次运行结果中诸多随机因素的影响, 本文对所有算法均运行 20 次, 取平均结果. 实例验证中采用的停机准则为设定优化目标偏差为 0.1, 即当遗传操作得到的最优值与实际最优值之差低于 0.1 时, 算法停止. 若算法到设定的终止代数 $T=25$ 仍不满足设定偏差, 则认为此次遗传操作失败. 在此条件下比较两种算法停止时收敛速度(计算机耗时)、遗传操作的运行代数、适应度评估次数、20 次运行过程中找到最优解的几率及最优解的平均质量, 比较结果见表2.

表2 算法运行结果

Table 2 Running results of algorithms

函数	性能指标							
	平均收敛速度/s	算法终止时进化代数	找到最优解的几率/%	最优解的平均值				
	算法1	算法2	算法1	算法2	算法1	算法2	算法1	算法2
f_1	30.3	202.1	17	25	88	12	0.051	1.203
f_2	22.3	195.6	14	22	100	26	0.002	0.962

由表2可知, 本文算法在收敛速度方面的计算机耗时大大减小, 遗传操作迭代次数减小, 由于搜索区域的变化而带来的种群规模的缩小大大减少了适应度的评价次数; 在搜索到最优解的成功率方面, 显然本文算法是可行的; 最后在解的质量方面, 本文算法的平均最优解与实际最优解之间的偏差小于 0.1, 而传统算法其与最优解的偏差是较大的. 表2的数据验证了本文算法的性能分析是正确的, 并充分说明了本文算法的实际可行性.

现以函数1为例具体说明本文算法的运行过程. 在运行中, 设定优化目标误差为 0.1, 则本文算法迭代至 $t=16$ 代时终止, 其最小值为 0.088.

图4为变量 $x_1 \sim x_5$ 在16代进化过程中搜索范围的变化情况, 图5为变量 $x_6 \sim x_{10}$ 搜索范围的变化

情况,其中横坐标表示进化代数,每个直方图代表变量的搜索范围,即 $b'_i - a'_i$,空白处代表本代变量搜索范围不变,与前代相同.由图知,所有变量的搜索范围均逐渐缩小.进一步,从图中可知变量搜索范围从第5代开始变化,搜索范围逐渐减小.在16代进化中,搜索范围发生变化时的代数分别为 $t = 5, 6,$

8, 9, 10, 12, 13, 14, 15, 16, 共发生10次变化.每个变量每次变化的幅度大小可能不同,但是其整体减小的趋势是显然的,算法的搜索性能是不断提高的.根据式(6)知,子种群规模成正比地相应减小,即在同样搜索精度的情况下,使得算法的收敛速度逐渐加快.

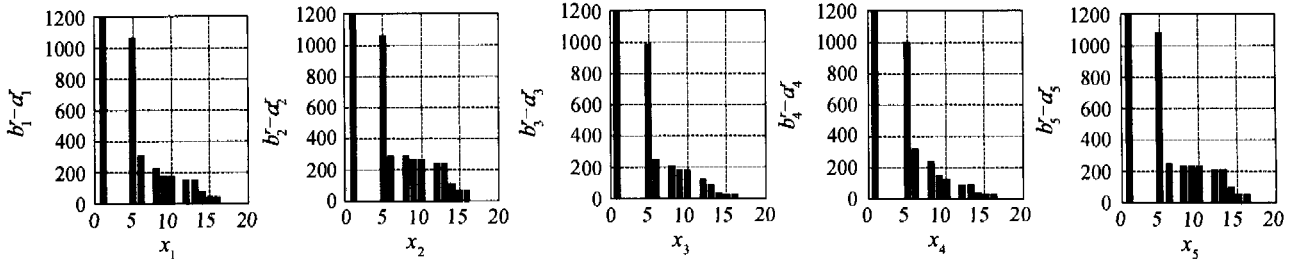


图4 变量 $x_1 \sim x_5$ 搜索范围随进化代数的变化情况

Fig. 4 Search areas' change of $x_1 \sim x_5$ with evolution

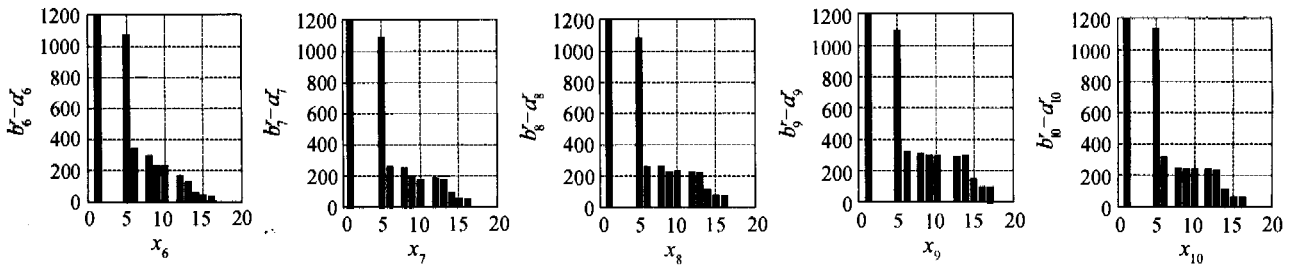


图5 变量 $x_6 \sim x_{10}$ 搜索范围随进化代数的变化情况

Fig. 5 Search areas' change of $x_6 \sim x_{10}$ with evolution

5 结束语(Conclusion)

针对孤岛型多种群遗传算法存在的缺陷,本文提出了一种变搜索区域多种群遗传算法.该算法的优点主要体现在如下2个方面:1)依据各种群最优个体的分布给出的搜索区域动态变化的条件和策略有效地缩小了搜索区域;2)基于搜索区域的测度和搜索粒度给出的种群规模自适应调整方法大大地降低了计算复杂性.两个典型函数优化实例验证了算法的有效性.本文算法不但适用于复杂数值函数优化,而且适用于组合优化等其他实际优化问题.但本文没有考虑同时找到多个最优解的问题.用于同时寻求复杂函数多极值问题的搜索区域动态变化多种群遗传算法及其性能分析是需要进一步研究的问题.

参考文献(References):

- [1] 刘守生,于盛林,丁勇,等.基于均匀分割的多种群并行遗传算法[J].数据采集与处理,2003,18(2):142-145.
(LIU Shousheng, YU Shenglin, Ding Yong, et al. Multipopulation parallel genetic algorithm based on even partition [J]. *J of Data Acquisition & Processing*, 2003, 18(2): 142-145.)
- [2] 刘守生,于盛林,丁勇,等.一种变焦遗传算法[J].控制与决策,2002,17(1):731-734.

(LIU Shousheng, YU Shenglin, Ding Yong, et al. Zooming genetic algorithm [J]. *Control and Decision*, 2002, 17(1): 731-734.)

- [3] 张彤,王宏伟,王子才.变尺度混沌优化方法及其应用[J].控制与决策,1999,14(3):285-288.
(ZHANG Tong, WANG Hongwei, WANG Zicai. Mutative scale chaos optimization algorithm and its application [J]. *Control and Decision*, 1999, 14(3): 285-288.)
- [4] 修春波,刘向东,张宇河.双混沌机制优化方法及其应用[J].控制与决策,2003,18(6):724-727.
(XIU Chunbo, LIU Xiangdong, ZHANG Yuhe. Optimization algorithm using two kinds of chaos and its application [J]. *Control and Decision*, 2003, 18(6): 724-727.)
- [5] SHIGEYOSHI T, GHOSH A. Genetic algorithms with a robust solution searching scheme [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 1997, 1(3): 201-208.
- [6] WIEGAND R. Paul. Applying diffusion to a cooperative coevolutionary model [C] // *Proc of the Fifth Int Conf on Parallel Problem Solving from Nature (PPSN V)*. London, UK: Springer-Verlag, 1999: 560-569.

作者简介:

巩敦卫 (1970—),男,教授,博士生导师,研究领域为进化计算、智能控制, E-mail: dwgong@vip.163.com;

孙晓燕 (1978—),女,博士研究生,研究领域为协同进化计算.