

磁浮车轨耦合系统稳定性分析

洪华杰¹, 李杰¹, 张锰²

(1. 国防科技大学 机电工程与自动化学院, 湖南 长沙 410073; 2. 二炮研究院 第四研究所, 北京 100085)

摘要: 车轨耦合振动现象从磁浮列车诞生起, 时至今日都没有解释清楚和彻底解决. 如何合理的设计车辆和轨道, 抑制车轨耦合振动成为磁浮列车系统研究的热点问题. 本文建立了简化的车轨耦合系统数学模型, 在单铁悬浮系统稳定性条件的基础上, 基于奈奎斯特稳定性理论假设了系统相频曲线的变化规则, 得到了车轨耦合系统稳定的充分性条件. 文末最后证明假设是成立的, 计算简化了系统稳定条件式, 并以数值计算的方法验证了该稳定性条件的正确性.

关键词: 车轨耦合; 稳定性; 磁浮列车; 模态分析

中图分类号: TP273

文献标识码: A

Stability analysis of magnetic levitation system with vehicle-guideway interaction

HONG Hua-jie¹, LI Jie¹, ZHANG Meng²

(1. College of Mechatronics Engineering and Automation, National University of Defense Technology, Changsha Hunan 410073, China;

2. The Forth Research Institute, Academy of the Second Artillery, Beijing 100085, China)

Abstract: Since the emergence of the maglev train, the vehicle-guideway interaction vibration hasn't been well explored and settled. How to design the vehicle and guideway feasibly to attenuate the coupling vibration is a hot topic in the maglev train engineering. Firstly, the simplified vehicle-guideway coupling system is modeled in the paper. Based on the stable condition of single magnet levitation system and Nyquist stable theory, a hypothesis is then brought out to describe the phase diagram, and a sufficient condition is also induced to ensure system stability. Subsequently, the hypothesis is proved and the sufficient condition is simplified. Finally, the result is validated by digital evaluations.

Key words: vehicle-guideway interaction; stability; maglev train; modal analysis

1 引言(Introduction)

整个人类客运交通发展的历史是一个速度不断提高的历史. 20 世纪飞机、汽车与火车均在不断刷新其速度的纪录. 传统轮轨铁路的运营速度经过 100 多年的发展, 现已达到了 300 ~ 350km/h. 但是其速度的进一步提高受到轮轨支撑和受电弓供电的限制, 发展空间不大, 这使得人类开始寻求新的交通方式. 磁悬浮列车技术应运而生.

磁悬浮列车技术采用电磁力将车体悬浮于轨道之上, 利用直线感应电机驱动, 实现无摩擦地运行. 在磁悬浮列车概念发展及推进技术研究中, 人们发现了许多磁悬浮列车特有的现象. 德国 TR04 和日本的 HSST04 在实验过程中出现了 3 个问题^[1]: 1) 运行时车体发生结构振动; 2) 双面直线电机引起侧

向不平衡; 3) 在钢梁桥上悬浮时与桥架一起振动, 而在水泥梁上则无此现象. 在上海示范线调试过程中, 也出现了钢轨上的振动. 车轨耦合振动现象成为磁悬浮列车技术研究中的热点问题. 该问题早在 1971 年由 W. S. Chiu 等人^[2]提出, 并引入了模态分析技术分析地面交通车辆和轨道之间的交互作用; 之后 R. M. KATZ^[3]研究了磁力作用下轨道梁的特性; H. H. Richardson^[4]总结了地面交通工具中车轨相互作用系统研究的方法; Y. Cai^[5]建立了多体、多载磁浮列车与弹性轨道耦合的动力学模型, 定量揭示了车体垂向加速度、车体所装磁体组数、列车车体个数及运动速度等对轨道动力变形和列车动力特性的影响规律. 我国学者包括曾佑文^[6]、赵春发^[7]等吸收了 Cai 的有限元思想进行了类似的研究. 在众

多研究中,电磁力都是用等效的弹簧阻尼描述的,主要分析系统参数对于列车运行舒适性的影响,弹性轨道对动力控制稳定性及其动态特性的影响还不清楚.本文详细介绍了简化的车轨耦合数学模型的建立过程,与单铁悬浮系统模型的比较,并从控制稳定性的角度提出假设,在单铁悬浮系统稳定性条件基础上,分析了轨道弹性对于系统稳定性的影响,同时得到了系统稳定的解析解.而后证明了稳定性条件的基础假设,简化了稳定性条件,并用数值计算的结果验证了结论的正确性,以期望指导实践.

2 系统动力学的微分方程描述 (Differential equation description of system dynamics)

2.1 系统简化模型 (System simplified model)

将磁浮系统按照空间位置把系统分成3部分:簧上部分、簧下部分和轨道部分.簧上部分主要是指车体、车载电器以及载荷;簧下部分主要是指电磁铁、转向架、直线电机等.空气弹簧连接簧上和簧下部分,以弹簧和阻尼器表示;电磁铁与轨道之间的电磁力联结着簧下部分和轨道,形成了如图1所示的系统.

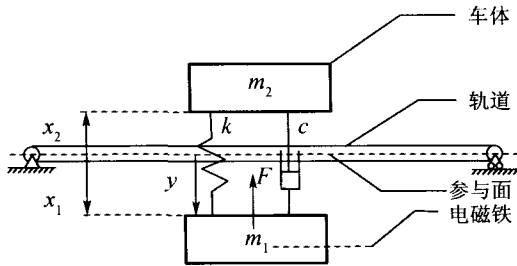


图1 系统简化模型

Fig. 1 Simplified system model

图中 m_2 为簧上质量, m_1 为簧下质量, k, c 分别表示二次系的刚度和阻尼, x_1, x_2 分别表示电磁铁和车体的位移, y 为轨道位移, F 为电磁力.

2.2 轨道动力学 (Guideway dynamics)

为简化模型而又不失一般性,假设轨道为弹性均匀简支梁.采用模态分析法,轨道的振动方程则可以表示为^[1]:

$$y(x, t) = \sum_{i=1}^n \phi_i(x) q_i(t), \quad (1)$$

$$\ddot{q}_i + 2\zeta_i \omega_i \dot{q}_i + \omega_i^2 q_i = Q_i(t), \quad (2)$$

$$Q_i = \int_0^l f(x, t) \phi_i(x) dx. \quad (3)$$

其中: $\phi_i(x) = \sqrt{2} \sin(i\pi x/l) / \sqrt{m}$ 是模态函数, l 为轨道跨度, q_i 为广义坐标, m 为轨道质量, $\omega_i = (i\pi)^2 \cdot \sqrt{EI/\rho_l l^2}$ 为模态频率, EI 为轨道抗弯刚度, ρ_l 为轨

道线密度, ζ_i 为模态阻尼比. 假设电磁力均匀分布在长度为 l 的轨道上, 因此 $f = F/l$.

2.3 车体动力学 (Train dynamics)

车体部分的动力学方程可以直接由牛顿第二定律进行描述.

$$m_1 g + k[l_0 - (x_1 + x_2)] - c(\dot{x}_2 + \dot{x}_1) - F = m_1 \ddot{x}_1, \quad (4)$$

$$k[l_0 - (x_1 + x_2)] - c(\dot{x}_1 + \dot{x}_2) - m_2 g = m_2 \ddot{x}_2. \quad (5)$$

由经验公式得到:

$$F = \frac{\mu_0 A N^2}{4} \cdot \frac{I^2}{\delta^2}, \quad (6)$$

l_0 为弹簧的初始长度; I 表示电磁铁电流; $\delta = x_1 - y$ 为轨道与电磁铁之间的间隙, μ_0 为真空磁导率; A 为电磁铁磁极的有效面积; N 为电磁铁绕组匝数. 当系统平衡时, 存在平衡式: $m_2 g = k[l_0 - (x_{10} + x_{20})]$, 其中 x_{10}, x_{20} 分别为 x_1 和 x_2 的平衡点.

参考文献[8], 得到电压平衡方程:

$$u = R \cdot I + \frac{\mu_0 A N^2}{2} \cdot \frac{1}{\delta} \cdot \dot{I} - \frac{\mu_0 A N^2}{2} \cdot \frac{I}{\delta^2} \cdot \dot{\delta}, \quad (7)$$

其中 R 表示线圈电阻.

控制方案采用比较成熟的模块化的串级控制方法, 电流环调节器实际上是电流反馈, 它使得电磁铁的电压平衡方程由(7)演变为:

$$u = \frac{k_0 k_r + R}{k_0} \cdot I + \frac{\mu_0 A N^2}{2 k_0 \delta} \cdot \dot{I} - \frac{\mu_0 A N^2 I}{2 k_0 \delta^2} \cdot \dot{\delta}, \quad (8)$$

而前级控制器方程为:

$$\Delta u = k_p \cdot (\Delta \delta + b) + k_d \cdot (\dot{\delta} + \dot{b}). \quad (9)$$

k_0 为电流环前向通道增益; k_r 为电流环反馈通道增益; b 表示轨道的不平顺.

式(1)至(9)完整的描述了该系统.

3 系统的传递函数描述 (System transfer function description)

将系统数学模型在平衡点 (I_0, δ_0) 处线性化, 并进行拉氏变换. 令:

$$F_i = \frac{\mu_0 A N^2}{2} \cdot \frac{I_0}{\delta_0^2}, \quad M = m_1 + m_2,$$

$$L_0 = \frac{\mu_0 A N^2}{2 \delta_0}, \quad \bar{R} = R + k_0 k_r, \text{ 则有:}$$

$$G_0 = -\frac{\Delta x_1(s)}{\Delta F(s)} = \frac{s^2 + \frac{c}{m_2}s + \frac{k}{m_2}}{Ms^2 \left(\frac{m_1}{M}s^2 + \frac{c}{m_2}s + \frac{k}{m_2} \right)}, \quad (10)$$

$$B = \frac{\Delta y}{\Delta F} = \sum \frac{2(1 - \cos(i\pi)) \sin \frac{i\pi x_0}{l}}{i\pi m(s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2)}. \quad (11)$$

利用框图变换,可以得到等效系统传递函数框图如图2所示。

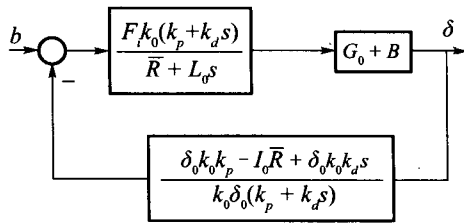


图2 系统等效传递函数框图

Fig. 2 System equivalent transfer function block diagram

$$\text{令: } \omega_s = \sqrt{\frac{k}{m_2}}, 2\zeta_s \omega_s = \frac{c}{m_2}, \eta_1 = \frac{m_1}{M}, \eta_2 = \frac{m}{M},$$

$$\varepsilon_1 = k_p - \frac{I_0 \bar{R}}{k_0 \delta_0}, \varepsilon_2 = \frac{\bar{R}}{L_0} k_d,$$

可以求得系统的开环传递函数为:

$$G = \frac{F_i k_0 (\bar{R} \varepsilon_1 + L_0 \varepsilon_2 s)}{M \bar{R} (\bar{R} + L_0 s) s^2} \left[\frac{s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2}{\eta_1 s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2} + \sum \frac{2(1 - \cos(i\pi)) \sin \frac{i\pi x_0}{l}}{i\pi \eta_2} \cdot \frac{s^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} \right]. \quad (12)$$

4 系统的稳定性分析(System stability analysis)

式(12)中中括号外部分为刚性轨道条件下的单铁悬浮系统开环传递函数,中括号部分就是二次系和弹性轨道所对应的环节。单铁悬浮系统的稳定性在包括文[8]的诸多文献中已经详尽的讨论过,本文以此稳定性条件为基础,通过分析中括号部分对系统的影响来讨论系统稳定性。

4.1 轨道的弹性对系统稳定性的影响(Influence of guideway flexibility on system stability)

以我校中低速磁悬浮试验基地系统参数为基础,单个电磁铁 $A = 840 \text{ mm}^2 \times 28 \text{ mm}^2$, $N = 320$ 匝, $R = 0.5 \Omega$, 额定间隙 $\delta_0 = 8 \text{ mm}$, $m_1 = 510 \text{ kg}$, $m_2 = 510 \text{ kg}$, 考虑轨道的中点为弹性变形最大点,故 x_0 取 $l/2$ 。

单铁悬浮系统和带有二次系的车轨耦合系统开环系统伯德图分别如图3和4所示。

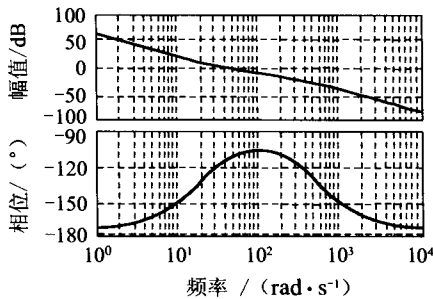


图3 单铁模型系统开环传递函数伯德图

Fig. 3 Open-loop transfer function Bode diagram of the single magnet system

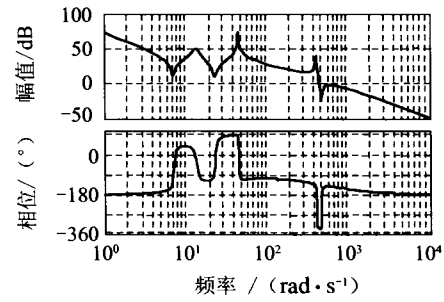


图4 车轨耦合系统开环传递函数伯德图

Fig. 4 Open-loop transfer function Bode diagram of the vehicle-guideway interaction system

图3中的单铁悬浮系统稳定条件为^[8]

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1 > 0. \quad (13)$$

该稳定性条件确保系统开环传递函数在幅频穿越频率点对应的相角值大于 -180° , 从而满足奈奎斯特稳定性判据, 保证系统的稳定性。图4与图3相比多出3个振荡环节。从频率值上分析, 可以确定3个振荡环节分别是由二次系、轨道一阶模态和轨道三阶模态引起的。从控制稳定性的角度考虑, 只有轨道的三阶模态对系统(12)的稳定有影响, 因为前两个环节引起相频曲线的变化都是在向上凸起的。扩展开来则可得轨道的1, 5, 9等模态不影响系统稳定性, 而3, 7, 11等模态影响系统的稳定性。高阶模态的频率很高而幅值很小, 因此这里只考虑三阶模态^[1]。假设相频曲线总是在轨道三阶频率处向下凹, 而在其他两个频率处向上凸起, 则系统的稳定性除了要求满足(13), 还要保证相频向下穿越 -180° 发生在幅频穿越之后。根据奈奎斯特稳定性判据可以得到系统稳定的一个充分条件: 如果(13)满足, 且开环传递函数在轨道三阶频率的谐振峰值小于1, 则整个系统是稳定的。下面证明假设成立并计算此稳定性条件。

4.2 相频曲线形状的证明(Proof of the phase diagram)

将式(12)中括号内部分展开

$$\frac{s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2}{\eta_1 s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2} + \sum \frac{2(1 - \cos(i\pi)) \sin \frac{i\pi x_0}{l}}{i\pi \eta_2} \times \frac{s^2}{s^2 + 2\zeta_i \omega_i s + \omega_i^2} = \frac{s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2}{\eta_1 s^2 + 2\zeta_s \omega_s s + \omega_s^2} + \frac{4s^2}{3\pi \eta_2} \times \frac{2s^2 + (6\zeta_3 \omega_3 - 2\zeta_1 \omega_1)s + 3\omega_3^2 - \omega_1^2}{(s^2 + 2\zeta_1 \omega_1 s + \omega_1^2)(s^2 + 2\zeta_3 \omega_3 s + \omega_3^2)}.$$

由于所关心的零极点是在频率 ω_3 附近, 由于 $\omega_s \ll \omega_1 \ll \omega_3$, 则上式简化为

$$\frac{1}{\eta_1} + \frac{4}{3\pi\eta_2} \cdot \frac{2s^2 + 6\zeta_3\omega_3s + 3\omega_3^2}{s^2 + 2\zeta_3\omega_3s + \omega_3^2} = \frac{(3\pi\eta_2 + 8\eta_1)s^2 + (6\pi\eta_2\zeta_3\omega_3 + 24\eta_1\zeta_3\omega_3)s + (3\pi\eta_2 + 12\eta_1)\omega_3^2}{3\pi\eta_1\eta_2(s^2 + 2\zeta_3\omega_3s + \omega_3^2)}. \quad (14)$$

这样在轨道三阶频率附近的振荡环节自然频率分别

为 $\sqrt{\frac{3\pi\eta_2 + 12\eta_1}{3\pi\eta_2 + 8\eta_1}}\omega_3$ 和 ω_3 .

由于 $\omega_3 < \sqrt{\frac{3\pi\eta_2 + 12\eta_1}{3\pi\eta_2 + 8\eta_1}}\omega_3$ 恒成立,所以在轨道三阶频率处系统相角总是先减小,后增加,所以会在相频曲线上产生向下凹.采用同样的方法可以证明在二次系频率和轨道一阶频率处相角曲线是向上凸起的.

4.3 系统稳定的充分条件计算 (Computation of system stability condition)

根据 4.1 节分析结果,系统稳定充分条件为:

$$\begin{cases} \varepsilon_2 > \varepsilon_1 > 0, \\ |\hat{G}(\omega_3)| < 1. \end{cases} \quad (15)$$

进一步展开得到

$$\varepsilon_2 > \varepsilon_1 > 0, \quad (16-1)$$

$$\frac{F_i k_0}{MR\omega_3^2} \sqrt{\frac{R^2 \varepsilon_1^2 + L_0^2 \varepsilon_2^2 \omega_3^2}{R^2 + L_0^2 \omega_3^2}} \times \left(\frac{1}{\eta_1} + \frac{4}{\eta_2 \pi} + \frac{4}{6\eta_2 \pi \zeta_3} \right) < 1. \quad (16-2)$$

式(16)为系统设计包括轨道和控制器的设计提出了稳定性方面的要求.可以看出,提高轨道和车体质量的比 η_2 或者提高轨道的基频都能够使系统更加容易满足稳定性条件.但是增加轨道频率更容易保证系统的稳定性.而且此式也证实了在一定的轨道参数,如质量或频率太低的时候,即使控制器满足稳定条件(16-1),而不满足式(16-2),系统可能出现高频振动.

4.4 稳定性条件验证 (Validation of stability condition)

以 4.1 节中的参数为基础,保留 $k_p, k_d, \rho_l, \omega_1$ 为可变参数,式(16-1)为

$$0 < k_p - 383 < 193k_d.$$

调节控制器参数和轨道参数,计算系统稳定性.表 1 中“数值”表示式(16-2)不等式左侧的值.除第 8 组数据是由于式(16-1)不满足造成系统不稳定的外,其它组数据都满足(16-1)的条件.如果同时满足(16-2)的条件,则系统是稳定的.这证明式(16)是系统稳定的充分条件.

表 1 仿真计算结果

Table 1 Result of simulation

序号	k_p	k_d	$\rho_l/(\text{kg} \cdot \text{m}^{-1})$	ω_l/Hz	数值	稳定结果
基准	700	2	50	20	0.6	稳定
1	700	2	50	10	2.37	稳定
2	700	2	50	5	9.21	失稳
3	700	2	20	20	1.5	稳定
4	700	2	4	20	7.47	失稳
5	700	5	50	20	1.48	稳定
6	700	12	50	20	3.55	失稳
7	750	2	50	20	0.6	稳定
8	800	2	50	20	0.602	失稳

5 结论与展望 (Conclusions and prospect)

本文建立了车轨耦合控制系统的传递函数模型,通过与单铁悬浮模型的数值计算结果比较提出假设,估计系统稳定性.而后证明了稳定性条件的基础假设,也用数值计算的结果验证了结论的正确性.文中的解析结果充分说明了车轨耦合作用对系统稳定性的影响,为系统设计提出了最基本的稳定性要求,虽然暂时还没有很好的试验验证结论.限于篇幅,考虑车辆行进过程中的车轨耦合作用将在以后的文章中具体介绍.

参考文献 (References):

- [1] 谢云德. EMS 型磁浮列车系统动力学建模与仿真的研究[D]. 北京:国防科技大学博士论文,1998:22-51.
(XIE Yunde. The research of EMS maglev vehicle's dynamics modeling & simulation [D]. Beijing: Doctor dissertation, National University of Defense Technology, 1998:22-51.)
- [2] CHIU W S, SMITH R G, WORMLEY D N. Influence of vehicle and distributed guideway parameters on high speed vehicle-guideway dynamic interactions [J]. *J of Dynamic System, Measurement, Measurement and Control, Trans ASME*, 1971,93(3):25-34.
- [3] KATZ R M, NENE V D. Performance of magnetic suspensions for high speed vehicles operating over flexible guideways [J]. *Transactions of ASME*, 1974,96(6):204-212.
- [4] RICHARDSON H H, WORMLEY D N. Transportation vehicle/beam-elevated guideway dynamic interactions: A state-of-art-review [J]. *Journal of Dynamic Systems, Measurement, and Control*, 1974,96(6):169-178.

(下转第 428 页)

从图1~3可以看出,本文算法RDMOEA求出问题的Pareto front位于其它8种方法求出的左下方,且解的数量多,说明算法RDMOEA求得的非劣解的质量要好.另外从表1的数据可知,RDMOEA求得问题非劣解的 U -度量值^[5]比其它8种方法所得的 U -度量值都偏小,因此算法RDMOEA比其它8种方法求得问题的非劣解在Pareto界面上散布更均匀.

6 结论(Conclusion)

本文把任意多个目标的优化问题转化成了两个目标优化问题,对转化后的优化问题设计了一种求解的多目标遗传算法(RDMOEA),数据试验表明本文算法RDMOEA比与其比较的8种方法求得的非劣解都优.

参考文献(References):

- [1] DEB K. *Multi-objective Optimization Using Evolutionary Algorithms* [M]. Chichester, New York, Weinheim, Brisbane, Singapore, Toronto: John Wiley & Sons Ltd, 2001: 1-78.
 - [2] LU H M, YEN GARY G. Rank-density-based multi-objective genetic algorithm and benchmark test function study [J]. *IEEE Trans on Evolutionary Computation*, 2003, 7(4): 325-342.
 - [3] ZITZLER E, DEB K, THELE L. Comparison of multi-objective evolutionary algorithms: empirical results [J]. *Evolutionary Computation*, 2000, 8(2): 1-24.
 - [4] DEB K. Multi-objective genetic algorithms: problem difficulties and construction of test problem [J]. *Evolutionary Computation*, 1999, 7(3): 205-230.
 - [5] LEUNG Y W, WANG Y P. U -Measure: A quality measure for multi-objective programming [J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cybernetics-Part A: Systems and Human*, 2003, 33(2): 337-343.
- 作者简介:
- 刘淳安 (1972—),男,讲师,2005年4月于西安电子科技大学获硕士学位,现为西安电子科技大学在读博士研究生,研究方向为进化算法、多目标优化, E-mail: chunanliu@yahoo.com.cn;
- 王宇平 (1961—),男,西安电子科技大学计算机学院教授,博士生导师,1993年于西安交通大学获博士学位,研究领域为进化算法、最优化理论、数据挖掘、人工智能等.
-
- (上接第424页)
- [5] CAI Y, CHEN S S. Vehicle/guideway dynamic interaction in maglev systems [J]. *Transactions of the ASME*, 1996, 118(3): 526-530.
 - [6] 曾佑文,王少华,等. EMS磁浮列车-轨道垂向耦合动力学研究 [J]. *铁道学报*, 1999, 21(2): 21-25.
(ZENG Youwen, WANG Shaohua, et al. A study of vertical coupling dynamics of EMS maglev train and guideway systems [J]. *Journal of the China Railway Society*, 1999, 21(2): 21-25.)
 - [7] 赵春发,翟婉明,等. 磁浮车辆/高架桥垂向耦合动力学研究 [J]. *铁道学报*, 2001, 23(5): 27-33.
(ZHAO Chunfa, ZHAI Wanming, et al. Maglev vehicle/elevated-beam guideway vertical coupling dynamics [J]. *Journal of the China Railway Society*, 2001, 23(5): 27-33.)
 - [8] HONG H J, LI Y. The research of control stability and vibration of maglev train [C]// *The 18th International Conference on Mechanically Levitated Systems and Linear Drives*. Shanghai: [s. n.], 2004, 10(2): 1012-1018.
- 作者简介:
- 洪华杰 (1976—),男,国防科技大学机电工程与自动化学院博士,主要研究方向为磁悬浮控制系统动力学, E-mail: opalqq@163.com;
- 李杰 (1971—),男,副教授,硕士生导师,国防科技大学机电工程与自动化学院磁悬浮研究中心主任,研究方向为磁悬浮控制技术和机器人技术;
- 张锰 (1972—),男,副教授,二炮研究院第四研究所,研究方向为网络与自动化.