文章编号: 1000-8152(2006)04-0581-05

## 对Preisach类的迟滞非线性神经网络建模

赵新龙<sup>1</sup>, 谭永红<sup>2</sup>

(1. 上海交通大学 电子信息学院 自动化系, 上海 200030;

2. 桂林电子科技大学 智能系统与工业控制研究室, 广西 桂林 100080)

摘要:为了消除迟滞非线性对系统的不良影响,本文利用神经网络对Preisach类的迟滞非线性进行建模.通过 引入一个特殊的迟滞因子,将多映射的迟滞非线性转换成一一映射,然后建立了基于神经网络的迟滞非线性模型.该模型结构简单,简化了辨识过程,可以调整神经网络权值以适应不同条件下的迟滞辨识.最后,应用该方法对 压电执行器中的迟滞非线性建模,并与KP模型进行了比较.

关键词:迟滞; Preisach模型; 神经网络

中图分类号: TP20 文献标识码: A

# Modeling Preisach-type hysteresis nonlinearity using neural networks

ZHAO Xin-long<sup>1</sup>, TAN Yong-hong<sup>2</sup>

(1. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China; 2. Laboratory of Intelligent Systems and Control Engineering, Guilin University of Electronic Technology, Guilin Guangxi 541004, China )

**Abstract:** In order to approximate the behavior of hysteresis nonlinerity which often severely limits the performance of the system, a neural-network-based hysteresis model is presented in this paper. A novel hysteretic operator is firstly proposed to transform the multi-valued mapping of Preisach-type hysteresis into a one-to-one mapping so that the neural networks are capable of implementing identification for hysteresis. The proposed model has a simple structure and simplifies identification procedure. Moreover, it is convenient to tune the weights of neural networks for the identification of hysteresis in different conditions. Finally the approach is applied to model the hysteresis in piezoelectric actuator and compared with the well-known KP model.

Key words: hysteresis; Preisach model; neural networks

## 1 引言(Introduction)

记忆合金、压电陶瓷等智能材料构成的传感器 和执行器广泛地应用在精密定位系统中.可是寄生 于这些智能材料中的迟滞特性不但会降低系统的控 制精度,甚至会导致系统不稳定<sup>[1]</sup>.迟滞是一种非常 规的非平滑的非线性,它的复杂性表现在:1)多映射 性:在相同的输入值下可以有不同的输出,或者在相 同的输出下可以有不同的输入;2)记忆性:迟滞的当 前输出不仅与当前的输入值有关,而且还与输入信 号的历史极值有关.

为了消除迟滞非线性对系统的不良影响,有 关文献提出了一些方案对迟滞进行建模.其 中, Preisach模型<sup>[2~4]</sup>是当前应用最广泛的一种模 型,它适应范围广,原理简单,数学表达方便.但是它 的缺点是实现形式比较复杂,难以实时调整以适应 环境参数的变化,因此也难以用于在线控制. KP模 型<sup>[5]</sup>和PI模型<sup>[6]</sup>将Preisach模型的基本单元变成相应 的更接近与实际迟滞特性的KP单元和PI单元,进一 步提高了Preisach模型的逼近精度.

由于神经网络高精度的逼近能力,快速的并行 运算能力和强大的容错能力使其在非线性系统的辨 识中得到广泛的应用.但是迟滞是一种多映射的非 线性现象,不能直接用神经网络对迟滞非线性进行 逼近<sup>[7]</sup>.A.A.Adly<sup>[8]</sup>和Claudio Serpico<sup>[9]</sup>把神经网络 引入到迟滞非线性的建模中,简化模型的辨识过程. 但是他们的思想立足于利用神经网络实现离散化 的Preisach模型,因此同样具有Preisach模型的缺点.

本文从一个新的角度来考查Preisach类的迟滞 非线性,通过引入一个迟滞因子并进行适当的变 换,将多映射的迟滞非线性转换成一一映射,然后在 变换后所得的空间上建立基于神经网络的迟滞非线 性模型.与上述的迟滞建模方法相比,本文所提出的

收稿日期: 2004-10-27; 收修改稿日期: 2005-12-07.

基金项目:国家自然科学基金资助项目(50265001,60572055);广西自然科学基金资助项目(0339068).

第23卷

基于神经网络的迟滞模型结构简单,简化了辨识算法,可以在线调整模型参数,具有较好的灵活性和适应性.

### 2 Preisach 模型(Preisach model)

Preisach 模型认为迟滞特性是简单迟滞单元叠 加的结果, 即

$$u(t) = \Gamma[\nu](t) = \iint_{S} \mu(\alpha, \beta) \gamma_{\alpha, \beta}[\nu](t) d\alpha d\beta, \quad (1)$$
$$\gamma_{\alpha, \beta}[\nu](t) = \begin{cases} +1, \quad \nu(t) > \beta, \\ \xi, \quad \alpha \leqslant \nu(t) \leqslant \beta, \\ -1, \quad \nu(t) < \alpha. \end{cases}$$

式中: $\nu(t)$ 和u(t)分别为迟滞的输入和输出;  $\Gamma[\cdot]$ 表示Preisach迟滞映射, $\mu(\alpha,\beta)$ 是权重函数, $\gamma_{\alpha,\beta}[\nu](t)$ 是Preisach模型的迟滞单元(如图1所示),其中 $\beta,\alpha$ 分别为迟滞单元的上下切换值;

 $\xi \in \{-1, +1\}, S = \{(\alpha, \beta) | \alpha \leqslant \beta\}$ 

是积分区域,如图2所示.若考虑输入在 $\nu_{\min} \leq \nu(t) \leq \nu_{\max}$ 内,则实际积分域为

$$S = \{(\alpha, \beta) | \nu_{\min} \leqslant \alpha \leqslant \beta \leqslant \nu_{\max} \}.$$

在区域S外可认为权重函数 $\mu(\alpha, \beta) = 0$ . 积分边界 线将积分区域S分为

$$S_{+1} = \{(\alpha, \beta) | \gamma_{\alpha, \beta}[\nu](t) = +1\}$$

和

$$S_{-1} = \{ (\alpha, \beta) | \gamma_{\alpha, \beta}[\nu](t) = -1 \}.$$

因此,式(1)可变成

$$u(t) = \Gamma[\nu](t) = \iint_{S+1} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta - \iint_{S-1} \mu(\alpha, \beta) d\alpha d\beta.$$

Preisach模型有两个特性:记忆更新和次环全等. 记忆更新是指当输入信号 $\nu(t)$ 在某时刻超越了信号 历史极值(即大于极大值或小于极小值)时,则该历史 极值将不再影响该时刻以后的Preisach模型输出.次 环是指当输入信号在极大与极小值间变化时,在输 入输出平面上所形成的封闭轨迹.次环全等指输入 信号在不同的时间段内具有相同极值时,Preisach模 型将产生依附于主环,形状全等的次环.Preisach模 迟滞非线性满足Preisach模型的这两个特性.

由于Preisach模型 难 以 进 行 在 线 参 数 调 整, 且μ(α, β)难以确定, 因此在线应用有较大的困 难. 本文提出一种用神经网络来描述迟滞非线性的 方法, 从而避免了采用Preisach模型的不足.



图 1 迟滞单元

Fig. 1 Preisach operator





Fig. 2 Integral region

## 3 基于神经网络的迟滞非线性模型(Hyster-

esis model based on neural networks)

神经网络只能逼近一一映射或者多对一映射,不 能直接估计迟滞这种多映射的非线性.所以必须 通过适当的变换,将多映射的迟滞非线性转换成一 一对应或者多对一的映射.为此引入迟滞因子的概 念,它能够粗略地勾画出迟滞的轮廓,并且包含部分 迟滞非线性的信息,比如迟滞曲线的上升、转折、 下降以及其形成次环的过程等,在迟滞因子的"协 助"下将迟滞非线性的多值映射转换成一一映射.通 过观察各种材料的迟滞特性,用指数曲线来勾勒迟 滞非线性的轮廓,并且使得迟滞因子的输出与相邻 的先前输入、输出极值相关,表现出迟滞因子一定 的记忆性.

迟滞因子f(x)的表达式如下:

$$f(x) = (1 - e^{-|x - x_{\rm p}|})(x - x_{\rm p}) + f(x_{\rm p}).$$
 (2)

其中: x表示当前的迟滞因子输入, f(x)表示当前的 迟滞因子输出, x<sub>p</sub>表示与当前输入相邻的先前输入 极值, f(x<sub>p</sub>)表示输入极值为x<sub>p</sub>时的输出极值.

下面举例说明迟滞因子各个参数的意义. 图3是 一条典型的实际迟滞曲线, 迟滞曲线的上升段和下 降段都存在一个次环. 图4是此典型迟滞曲线的迟滞 因子曲线. 迟滞曲线a时刻的初始状态的输入输出为 零, 沿着a-b-c-d-e-f-g-h-i运动, 构造迟滞 因子的过程如下:

第1步 输入v(t)从零开始增大,迟滞曲线运行

在*a* – *b*段, 迟滞因子从*a*'运动到*b*'. 因为初始状态的 输入输出为零, 因此*a*' – *b*'段的

$$_{\rm p} = 0, \ f(x_{\rm p}) = 0,$$

r

到达极值点b的迟滞因子的输入记做 $x_{b'}$ ,输出记 做 $f(x_{b'})$ .

第2步 输入 $\nu(t)$ 到达b点后开始减小,迟滞曲线运行在b - c段.这时的迟滞因子表达式中的

 $x_{\rm p} = x_{b'}, \ f(x_{\rm p}) = f(x_{b'}),$ 

迟滞因子运行在b' = c'段,到达极值点c'的迟滞因子的输入记做 $x_{c'}$ ,输出记做 $f(x_{c'})$ .

第3步 输入 $\nu(t)$ 到达c点后开始增大, 迟滞曲线 运行在c - d段, 根据Preisach迟滞曲线的的次环全等 的性质, d点和b点重合. 这时的迟滞因子表达式中的  $x_{-} = x_{+} - f(x_{-}) = f(x_{+})$ 

$$u_p = u_{c'}, f(u_p) = f(u_{c'}),$$
  
迟滞因子运行在 $c' = d'$ 段, 同样 $b'$ 和 $d'$ 点也是重合的.  
**第4步** 输入 $\nu(t)$ 到达 $d$ 点, 与 $b$ 点重合后继续增



Fig. 3 Typical hysteresis curve

**引理1** 设输入信号x为有界连续函数.如果存在不同的时刻 $t_1$ 和 $t_2$ ,  $x(t_1) = x(t_2)$ , 且 $x(t_1)$ ,  $x(t_2)$ 不是极值点,那么 $f[x(t_1)] \neq f[x(t_2)]$ .

证 *f*(*x*)可以分成上升和下降两种形式,其中*f*<sub>in</sub>(*x*)是迟滞因子曲线的某个上升段,*f*<sub>de</sub>(*x*)是迟滞因子曲线的某个下降段.根据式(2)中的参数定义,在上升段,*x*<sub>p</sub>是极小值;而在下降段,*x*<sub>p</sub>是极大值.

上升段:

$$f_{\rm in}(x) = [1 - e^{-(x - x_{\rm p})}](x - x_{\rm p}) + f(x_{\rm p}), \ \dot{x}(t) > 0.$$

下降段:  $f_{de}(x) = [1 - e^{x - x_p}](x - x_p) + f(x_p), \dot{x}(t) < 0,$   $\frac{df_{in}(x)}{dx} = e^{-(x - x_p)} \cdot (x - x_p) + [1 - e^{-(x - x_p)}] =$  $1 - \frac{1 - (x - x_p)}{e^{x - x_p}} > 1 - \frac{1}{e^{x - x_p}} > 0,$  大, 迟滞曲线表现为形成一个次环后又回到原来的主环的轨迹. 这时的迟滞因子曲线也形成一个次环, 同样d'和b'点重合, 这时应该继续应用a' – b'段的极值点, 即

 $x_{\rm p} = 0, \ f(x_{\rm p}) = 0.$ 

直到输入 $\nu(t)$ 到达极值点e,这时迟滞因子也到达极 值点e',输入记做 $x_{e'}$ ,输出记做 $f(x_{e'})$ .

**第 5 步** 输入*v*(*t*)到达*e*点后开始减小直到*f*点,迟滞曲线运行在*e* – *f*段,这时的迟滞因子表达式中的

$$x_{\rm p} = x_{e'}, \ f(x_{\rm p}) = f(x_{e'}),$$

迟滞因子运行在e' - f'段. 迟滞因子到达极值点f'随着输入 $\nu(t)$ 的增大运行在f' - g'段,此时的

$$x_{\rm p} = x_{f'}, \ f(x_{\rm p}) = f(x_{f'})$$

同理, 迟滞因子随着输入 $\nu(t)$ 的减小或者增大变换极值点的值从而形成了迟滞曲线的轮廓.





所以 $f_{in}(x)$ 是单调的.

同理可以得到f<sub>de</sub>(x)也是单调的.

可以看出, 上升曲线 $f_{in}(x)$ 相当于 $f_{in0}(x) =$ (1 - e<sup>-x</sup>)x, x ≥ 0 部分的原点由(0,0)平 移到极值点 $(x_p, f(x_p))$ , 下降曲线 $f_{de}(x)$ 相当 于 $f_{de0}(x) = (1 - e^x)x, x \leq 0$ 部分的原 点由(0,0)平移到极值点 $(x_p, f(x_p))$ .同时注意 到 $f_{in0}(-x) = -f_{de0}(x)$ ,即 $f_{in0}(x)$ 和 $f_{de0}(x)$ 是奇 对称的,所以 $f_{in}(x)$ 和 $f_{de}(x)$ 是反对称的,其上升 曲线 $f_{in}(x)$ 和下降曲线 $f_{de}(x)$ 只是在极值点处相 交.所以引理1得证.

**说明1** 同时对迟滞因子 $f(\cdot)$ 和Preisach类迟滞非 线性 $H[\cdot]$ 输入相同的信号 $\nu(t)$ 后,迟滞因子曲线体现了 曲线的上升、转折、下降等迟滞特性的轮廓,是迟滞 曲线的雏形.

说明2 在一般的迟滞曲线中,正是因为相同的输

入信号会得到不同的迟滞输出而显示出迟滞的多映射性,引入迟滞因子 $f(\cdot)$ 后,由于 $x(t_1) = x(t_2), f[x(t_1)] \neq f[x(t_2)], 使得(x, f(x))唯一地对应一个迟滞输出.$ 

**引理 2** 如果存在不同的时刻 $t_1$ 和 $t_2$ , 设 $t_1 > t_2$ ,  $f[x(t_1)] - f[x(t_2)] \rightarrow 0$ .

**证** 当*x*(*t*) > 0时, 即在上升段. 由引理1知

 $f_{\rm in}(x) = [1 - e^{-(x - x_{\rm p})}](x - x_{\rm p}) + f(x_{\rm p})$ 

是单调的,且当 $x(t_1) - x(t_2) \rightarrow 0$ 时,

 $f_{in}[x(t_1)] - f_{in}[x(t_2)] \to 0.$ 由反函数的连续性可知: 当 $f_{in}[x(t_1)] - f_{in}[x(t_2)] \to 0$ 时,  $x(t_1) - x(t_2) \to 0$ ; 同理可以得到 $f_{de}[x(t_1)] - f_{de}[x(t_2)] \to 0$ 时,  $x(t_1) - x(t_2) \to 0$ .

引理2得证.

**定理1** 对于任意的Preisach类迟滞非线性,输入信号 $\nu(t)$ 为有界连续函数,则存在连续一一映射 $\Gamma$ :  $\mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ ,使得 $H[\nu(t)] = \Gamma(\nu(t), f[\nu(t)]).$ 

证 第1种情况. 如果 $\nu(t)$ 是极值点,  $\nu(t_1) = \nu(t_2)$ ,  $f[\nu(t_1)] = f[\nu(t_2)]$ , 根据Preisach类迟滞曲线的性质,  $H[\nu(t_1)] = H[\nu(t_2)]$ , 所以 $(\nu(t), f[\nu(t)])$ 唯一地对应一个迟滞输出 $H[\nu(t)]$ .

第2种情况.如果 $\nu(t)$ 不是极值点,根据引 理1, $\nu(t_1) = \nu(t_2)$ 时, $f[\nu(t_1)] \neq f[\nu(t_2)]$ ,即( $\nu(t_1)$ ,  $f[\nu(t_1)]) \neq (\nu(t_2), f[\nu(t_2)])$ ,把每个数据组( $\nu(t)$ ,  $f[\nu(t)]$ )看成一个输入,每个输入也唯一地对应一 个迟滞输出 $H[\nu(t)]$ .

另外, 根据文献[10]

$$\nu(t_1) - \nu(t_2) \to 0 \Rightarrow H[\nu(t_1)] - H[\nu(t_2)] \to 0.$$

根据引理2,

 $f[\nu(t_1)] - f[\nu(t_2)] \to 0 \Rightarrow$ 

 $\nu(t_1) - \nu(t_2) \to 0 \Rightarrow H[\nu(t_1)] - H[\nu(t_2)] \to 0.$ 所以存在连续一一映射 $\Gamma: \mathbb{R}^2 \to \mathbb{R}, 使得$   $H[\nu(t)] = \Gamma(\nu(t), f[\nu(t)]).$ 定理1得证.

定理1实现了迟滞多映射到一一映射之间的转 化.表明任意的Preisach类迟滞非线性在引入所提 出的迟滞因子后,可以用一个一一映射来描述,这 就为用神经网络建立迟滞模型提供了理论基础.

対于*T* =  $[t_0, \infty)$  ∈ ℝ, 定义*V* = { $\nu | T \xrightarrow{\nu}$ ℝ}, *F* = { $f | T \xrightarrow{f} \mathbb{R}$ }是神经网络输入的集合. 显然, 对任意 $t_i \in T$ ,  $\nu(t_i) < +\infty$ ,  $f[\nu(t_i)] < +\infty$ ,  $(\nu(t_i), f[\nu(t_i)]) \in \mathbb{R}^2$ , 所以输入集 $\phi$  = { $(\nu(t_i), f[\nu(t_i)]) | \nu(t_i) \in V, f[\nu(t_i)] \in F$ }是有界 闭集即是紧集.

由神经网络的有关理论可知,多层前馈网络能

够以任意的精度对紧空间的连续函数进行逼近. 因此映射Γ可表示成

 $\Gamma(\nu(t), f[\nu(t)]) = NN(\nu(t), f[\nu(t)]) + \varepsilon.$ 

其中:  $NN(\cdot)$ 为多层前向神经网络;  $\varepsilon$ 为逼近误差, 对 任意的正数 $\varepsilon_N$ , 满足 $|\varepsilon| \leq \varepsilon_N$ .

### 4 仿真(Simulation)

采用一组试验数据来验证基于神经网络 的迟滞模型的有效性,数据采自压电执行 器PZT-753.21C(PI公司产品). 该执行器在输入电 压0 V~100 V下, 额定位移为0~25 um, 采样频率 为1000 Hz. 测得的数据经过滤波后,采用1200个 数据,一部分用于逼进迟滞曲线,一部分用于检 查网络的泛化能力. 神经网络采用BP网络(backpropagation network),不同数目的隐层神经元单元 的的神经网络的性能比较如表1所示. 可以看出 采用12个隐层单元的神经网络的建模精度比较 高,因此本文采用2个输入神经元,12个隐层神经 元,隐层神经元采用Sigmoidal函数,输出神经元采 用线性函数. 采用Powell-Beale算法来训练神经网 络, 训练步数Epochs=463, MSE=0.00010199, 最 大误差为0.0262. 基于神经网络的迟滞模型的辨识 结果如图5、图6所示.图5是模型对实际数据的预 测, 输入是电压U, 输出是位移S. 图6是模型的预测 误差 $\delta$ ,取K = 600个数据.

表 1 不同数目隐层神经元单元的神经网络性能比较 Table 1 Performance comparison of NN with different number of hidden neurons

隐层单元个数	最小均方误差
10	0.00011637
12	0.00010199
14	0.00010329



- 图 5 实际迟滞曲线(实线)和基于神经网络的 迟滞模型曲线(虚线)
- Fig. 5 Model validation, the measured hysteresis(solid) and the neural networks model output(dashed)





为了说明该神经网络的的辨识精度, KP模型<sup>[11]</sup>的辨识结果如图7、图8所示. 该KP模型 包含210个KP单元, MSE= 0.00016919, 最大误差 为0.0363. 图7是KP模型对实际数据的预测, 输入 是电压U, 输出是位移S'. 图8是KP模型的预测误 差 $\delta, K = 600.$ 









### 5 结论(Conclusion)

本文提出一个迟滞因子将多映射的迟滞 非线性转化成一一映射,然后采用神经网络 对Preisach类的迟滞非线性进行建模. 该模型结 构简单,简化了辨识算法,并且可以调整神经网 络权值以适应不同条件下的迟滞辨识. 最后用该 方法对压电执行器的迟滞非线性进行建模,并且 与KP模型进行了比较. 结果表明,该模型能够准 确地逼近迟滞非线性.

#### 参考文献(References):

- TAO Gang, KOLOTOVIC P V. Adaptive control of plants with unknown hysteresis [J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1995, 40(2): 200 – 212.
- [2] MAYERGOYZ I D, FRIEDMAN G. Generalizd Preisach model of hysteresis [J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1988, 24(1): 212 – 217.
- [3] GE Ping, JOUANEH M. Generalized Preisach model for hysteresis nonlinearity of piezoceramic actuator [J]. *Precision Engineering*,1997, 20(2): 99 – 111.
- [4] HUGHES D, WEN J T. Preisach modeling of piezoceramic and shape memory alloy hystereis [J]. *Smart Material Structure*, 1997, 97(6): 287 – 300.
- [5] KRASNOSEL'SKII M A, POKROVSKII A V. Systems with Hysteresis[M]. New York: Springer-Verlag, 1989.
- [6] ANG W T, GARMON F A, KHOSLA P K, et al. Modeling ratedependent hysteresis in piezoelectric actuators [C] //Proc of 2003 IEEE/RSJ Intelligent Conf on intelligent Robot and Systems, Las Vegas, Nevada. Piscataway, NJ:IEEE Press, 2003: 1975 – 1980.
- [7] WEI Jyh-Da, SUN Chuen-Tsai. Constructing hysteretic memory in neural networks[J]. *IEEE Trans on Systems, Man and Cyberneticspart B: Cybernetics*, 2000, 30(4): 601 – 609.
- [8] ADLY A A, ABD-EL-HAFIZ S K. Using neural networks in the identification of Preisach-type hysteresis models[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1998, 34(3): 629 – 635.
- [9] SERPICO C, VISONE C. Magnetic hysteresis modeling via feedforward neural networks[J]. *IEEE Trans on Magnetics*, 1998, 34(3): 623 – 628.
- [10] GORBET R B.Control of hysteretic system with Preisach representation [D]. Canada: University of Waterloo, 1997.
- [11] WEBB G V, LAGOUDAS D C. Hysteresis modeling of SMA actuators for control applications [J]. J of Intelligent Material Systems and Structures, 1998, 9(3): 432 – 448.

#### 作者简介:

**赵新龙** (1997—), 男, 博士研究生, 主要研究方向是非线性 系统的智能控制、动态系统建模等, E-mail:zhaoxinlong@sjtu.edu.cn; zhaoxinlong@gliet.edu.cn;

**谭永红** (1958—), 男, 博士, 教授, 博士生导师, 主要 研究方向是智能控制、非线性系统建模与控制、故障诊断等, E-mail:tany@gliet.edu.cn.