文章编号：1000−8152(2006)04−0658−05

BP算法和对称ARCH类模型对股市波动性预测的实证比较

庞素琳[1], 徐建闽[2], 黎荣舟[2]

(1. 暨南大学 数学系, 广东 广州 510632; 2. 华南理工大学 交通学院, 广东 广州 510640)

摘要: 利用我国深圳股票市场的实际数据, 建立了相应的BP算法网络预测模型和ARCH(1), GARCH(1,1)预测模型, 分别用来对深成指数每个周末收盘价的波动性进行预测. 研究表明, BP算法对样本外观测值的上凸曲线拟合得较好, 对下凸曲线的拟合效果较差; ARCH(1)和GARCH(1,1)则反之, 其预测曲线对样本外观测值的下凸曲线拟合效果都较好, 但对上凸曲线的拟合效果都较差. 通过采用6种常用的预测误差统计量: 平均误差、平均绝对误差、均方根误差、平均绝对比率误差、Akaike 信息准则、Bayes信息准则对样本外数据的预测结果进行检验, BP算法的预测效果最好, ARCH(1)模型次之, GARCH(1,1)模型偏差.

关键词: BP算法; ARCH(1)模型; GARCH(1,1)模型; 波动性

中图分类号: F830 **文献标识码**: A

Comparison: the volatility forecasting of BP algorithm and symmetric ARCH model to stock market

PANG Su-lin[1], XU Jian-min[2], LI Rong-zhou[2]

(1. Department of Mathematics, Jinan University, Guangzhou Guangdong 510632, China;
2. College of Traffic and Communications, South China University of Technology, Guangzhou Guangdong 510640, China)

Abstract: Three forecasting models, called BP algorithm, ARCH(1) and GARCH(1,1), are established based on the actual data of Shenzhen stock market, China. The proposed three models are respectively used to predict the volatility of the weekly closing price of the composition indexes in Shenzhen Stock Exchange. Furthermore, six common statistical methods of the forecasting error, i.e., mean error (ME), mean absolute error (MAE), root mean squared error (RMSE), mean absolute percentage error (MAPE), Akaike's information criterion (AIC) and Bayesian information criterion (BIC) are used to test the forecasting results of the out-of-sample data. The results show that the forecasting result of BP algorithm is the best, the ARCH(1) model takes the second place and the GARCH(1,1) model is the worst.

Key words: BP algorithm; ARCH(1) model; GARCH(1,1) model; volatility

1 引言(Introduction)

1982年, Engle[1]首次建立自回归条件异方差模型(autoregressive conditional heteroskedasticity model, 简称ARCH模型), 用来对非线性金融时间序列进行预测和分析. ARCH模型的应用, 从根本上改变了传统参数估计方法中假设方差为常数的方法. 大多数研究已经表明, 当市场存在ARCH效应时, 若仍使用方差为常数的普通最小二乘法来估计回归模型参数, 将使预测结果产生较大的偏差, 降低预测的准确率. 1986年, Bollerslev[2]将ARCH模型进行推广, 发展成为广义的(generalized)ARCH模型, 即GARCH模型. GARCH模型既能继续ARCH模型的优点, 即很好地模拟市场波动的集群性现象, 又能较好地解释大多数金融时间序列的厚尾现象. Akgiray[3]利用GARCH(1,1)模型对美国股票市场的月波动性进行预测和分析.

近年来, 神经网络(neural network)被用于金融时间序列的预测和分析. 神经网络由于具有可任意逼迫非线性函数的能力以及对杂乱信息的综合能力, 使之很快成为金融时间序列分析的研究热点. Bernd & Klaus[4]利用神经网络和GARCH(1,1)模型对德国期货市场的波动性进行预测比较. Donaldson[5]利

收稿日期: 2004−09−14; 收修改稿日期：2005−12−21.

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (60574069); 广东省自然科学基金资助项目 (31906); 广东省科技厅攻关项目 (2004B10101033); 广州市科技局攻关项目 (2004Z3-D0231); 广东省软科学研究项目 (2005B70101044).

用S&P 500指数, 比较了人工神经网络、GARCH模型、移动平均模型和普通最小二乘法的预测准确率. Min Qi[6]建立了3层BP算法网络研究S&P 500 指数、美国的利率和汇率的样本外数据的预测能力. 刘新勇等[7]利用神经网络和遗传算法对上证综合指数的收盘价进行了预测. 庞素琳[8]利用平滑指数法对Logistic模型参数进行估计, 用来对我国深圳股票市场综合指数的波动性进行预测.

本文结合我国深圳股票市场成份指数的数据, 利用BP算法、ARCH(1)和GARCH(1,1)模型对其波动性进行预测, 比较BP算法和对称ARCH类模型对金融时间序列的预测能力.

2 数据样本的选取(Selection for data samples)

本文采用我国深圳股票市场成份指数(简称深成指数)每个周末的收盘价, 研究深圳股票市场周末收盘价的波动性, 数据的时间跨度从1991年4月6日(该周为深成指数公榜的第1周)到2004年7月23日共668个交易周, 其中前569周(从1991年4月6日到2002年7月26日)的收盘价观测值$\{y_T, T=1,2,\cdots,569\}$用于估计模型参数, 称之为样本内(in-sample)数据; 后99周(从2002年8月2日到2004年7月23日)的收盘价观测值$\{y_T, T=570,571,\cdots,668\}$留作预测检验, 称之为样本外(out-of-sample)数据. 深成指数的日收益率(回报率)采用对数差分方程计算:

$$r_T = \ln P_T - \ln P_{T-1},\ \ T=1,2,\cdots,668.$$

其中: $P_T(T=1,2,\cdots,668)$表示从1991年4月6日算起第T个交易周的收盘价, P_0为1991年4月3日(即1991年4月6日这一周的第一个交易日)的收盘价. 本文使用周收益率的绝对值作为周波动性测量公式:

$$\sigma_T = |r_T|,\ \ T=1,2,\cdots,668.$$

其中: 下标 T 为观测值从1991年4月6日算起的周数($T=1$表示第1周; $T=2$ 表示第2周; $\cdots$, $T=668$表示第668周), r_T为第 T 周的收益率.

图1为深成指数周收盘价的观测值, 图2为其周波动率的观测值, 在所研究的样本区间中, 深成指数有两次最大的波动, 最大的一次是第172周(即从1994年8月1日至1994年8月5日), 深成指数从上一周的970.48点上升为1527.83点, 波动率为$\sigma_{172}=0.197088$. 其次是第28周(即从1991年10月7日至1991年10月12日), 深成指数从上一周的442.25点上升为687.20点, 波动率为$\sigma_{28}=0.191415$. 图中: C表示周收盘价, V表示周波动率.

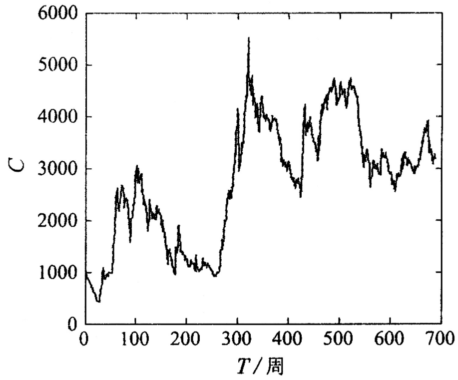

图 1 周收盘价观测值

Fig. 1 Observation values of the weekly closing price

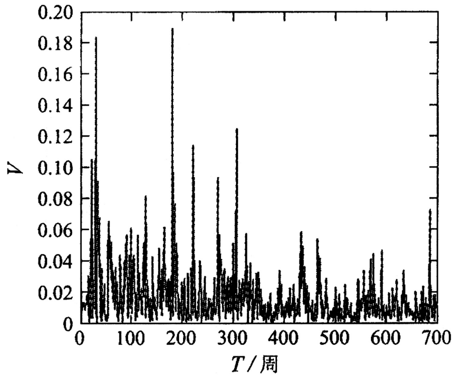

图 2 周波动率观测值

Fig. 2 Observation values of the weekly volatility

在样本外数据区间内, 从2004年4月12日至2004年4月16日即$T=655$的波动率最大, 深成指数从上一周的4151.96点下降为3491.07点, 波动率为$\sigma_{655}=0.075295$.

3 基于BP算法的预测分析(Forecasting analysis based on BP algorithm)

本节利用BP算法原理, 构造一个具有3层的前向网络来研究样本内569个数据序列$\{\sigma_{\rm T}\}$ $(T=1,2,\cdots,569)$ 的波动性. 经反复实验及比较知, 当隐层结点为5时, 输出层取1个结点, 相应的网络输出结果对观测值的拟合效果最好. 该BP网络结构可见图3.

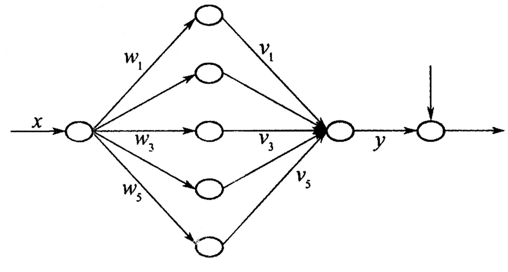

图 3 BP算法网络结构

Fig. 3 Network structure of BP algorithm

根据图3的网络结构, 可建立如下基于BP算法的预测模型:

$$y = g(\sum_{j=1}^{5} v_j[g(w_j x) + b_j] + b). \tag{1}$$

模型 (1)可用向量表示为

$$Y = g\left(V[g(W^{\mathrm{T}}X) + B_1] + B_2\right). \tag{2}$$

其中: $X = (x)$是输入向量, $Y = (y)$是输出向量, $W = (w_1, w_2, w_3, w_4, w_5)^{\mathrm{T}}$是输入层和隐层之间的连接权, $V = (v_1, v_2, v_3, v_4, v_5)$是隐层和输出层之间的连接权, $B_1 = (b_1, b_2, b_3, b_4, b_5)^{\mathrm{T}}$和$B_2 = (b)$分别是隐层和输出层的偏置权, $g(\cdot)$为logistic函数.

利用模型(1)对样本外99个数据进行预测, 数据的拟合结果如图4所示. 通过观察知: i) BP算法预测曲线对观测值的上凸曲线拟合得较好, 但对下凸曲线的拟合效果却较差; ii) 在第2节中提到的第655周波动最大的那一次, BP算法的拟合效果非常好, 预测曲线与观测曲线走势完全一样, 只是预测曲线波动的幅度略大于观测曲线波动的幅度. 图中V 表示周波动率.

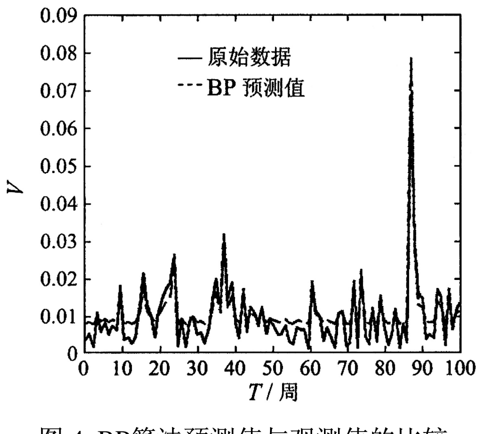

图 4 BP算法预测值与观测值的比较

Fig. 4 Comparison between forecasting values and observation values of BP algorithm

4 ARCH (1)预测模型的建立(Establish for ARCH(1) forecasting model)

假设时间序列$\{\sigma_t\}$ $(t = 1, 2, \cdots, T)$ 为一随机过程的观测值, 则其自回归AR(k)方程可表示为

$$\sigma_t = a_1\sigma_{t-1} + a_2\sigma_{t-2} + \cdots + a_k\sigma_{t-k} + \varepsilon_t. \tag{3}$$

其中随机干扰项$\varepsilon_t \sim N(0, h_t)$, 如果$\varepsilon_t^2$服从AR($p$)过程, 即

$$\varepsilon_t^2 = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_1\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_1\varepsilon_{t-p}^2 + \eta_t. \tag{4}$$

其中 η_t独立同分布, 并且满足$E(\eta_t) = 0$, $D(\eta_t) = \lambda^2$, 则称模型(2)为自回归条件异方差ARCH模型, 并称残差序列$\{\varepsilon_t\}$服从ARCH(p)过程.

对本文研究的569个样本内数据序列$\{\sigma_T\}$ $(T = 1, 2, \cdots, 569)$ 进行ARCH效应检验. 经反复试验知, 自回归方程(3)的滞后参数$k \leqslant 4$时, 所有系数的显著性检验对于95%的置信度均通过, 但此时序列不存在ARCH(1)效应. 而当取滞后参数$k = 3$时, 所有系数的显著性检验对于95%的置信度均通过, 而且存在ARCH(1)效应, 但不存在ARCH(2)效应. 于是, 周波动率的样本内数据序列$\{\sigma_t\}$的AR(3)-ARCH(1)模型可建立如下:

$$\sigma_t = 0.414121\sigma_{t-1} + 0.269115\sigma_{t-2} + 0.200118\sigma_{t-3} + \varepsilon_t, \tag{5}$$

$$h_t = 0.000275 + 0.669509\varepsilon_{t-1}^2. \tag{6}$$

由于$\alpha_1 = 0.669509 < 1$, 所以深成指数周波动率的样本内数据序列$\{\sigma_T\}$ $(T = 1, 2, \cdots, 569)$ 是一个平稳的ARCH(1)过程.

5 GARCH(1,1) 预测模型的建立(Establish for GARCH(1,1) forecasting model)

与ARCH模型一样, GARCH模型通常也用于对回归或自回归模型的随机扰动项进行建模. 如果式(6)为如下形式:

$$h_t = \alpha_0 + \alpha_1\varepsilon_{t-1}^2 + \alpha_2\varepsilon_{t-2}^2 + \cdots + \alpha_p\varepsilon_{t-p}^2 + \theta_1 h_{t-1} + \theta_2 h_{t-2} + \cdots + \theta_q h_{t-q} = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{p}\alpha_i\varepsilon_{t-i}^2 + \sum_{j=1}^{q}\theta_j h_{t-j}, \tag{7}$$

则称序列服从GARCH(p, q)过程. 其中$p \geqslant 0$, $q > 0$, $\alpha_0 > 0$, $\alpha_i \geqslant 0$ $(i = 1, 2, \cdots, p)$, $\theta_j \geqslant 0$ $(j = 1, 2, \cdots, q)$. 如果$\sum_{i=1}^{p}\alpha_i + \sum_{j=1}^{q}\beta_j < 1$, 则GARCH过程平衡.

对本文研究的569个样本内数据序列$\{\sigma_T\}$ $(T = 1, 2, \cdots, 569)$, 经反复实验知, 当置信水平取$\alpha = 0.05$时, $p \geqslant 2$且$q \geqslant 2$时残差序列不存在GARCH效应. 而当$p = 1$, $q = 1$时. 所有系数的显著性检验对于95%的置信度均通过, 故残差序列存在GARCH(1,1)效应. 于是, 周波动率的样本内数据序列$\{\sigma_T\}$ $(T = 1, 2, \cdots, 569)$ 的AR(3)-GARCH(1,1)模型如下:

$$\sigma_t = 0.406625\sigma_{t-1} + 0.437940\sigma_{t-2} + 0.072411\sigma_{t-3} + \varepsilon_t, \tag{8}$$

$$h_t = 0.0000144 + 0.423719\varepsilon_{t-1}^2 + 0.723631h_{t-1}. \tag{9}$$

由于$\alpha_1 + \beta_1 = 0.423719 + 0.723631 = 1.14735 > 1$, 所以深成指数周波动率的样本内数据

序列$\{\sigma_T\}$ $(T = 1,2,\cdots,569)$ 是一个非平稳的GARCH(1,1)过程.

6 ARCH(1) 和 GARCH(1,1) 模型预测分析 (Forecasting Analysis of both ARCH(1) and GARCH(1,1))

利用本文建立的ARCH(1) 模型和GARCH(1,1) 模型, 对样本外99个数据进行预测. 图5和图6分别给出了ARCH(1) 模型、GARCH(1,1)模型的预测值和观测值的比较. 通过观察知: i) ARCH(1)和GARCH(1,1)模型预测曲线的走势基本稳合观测曲线的走势; ii) ARCH(1)和GARCH(1,1)模型的预测曲线对观测值的下凸曲线拟合效果较好, 但上凸曲线的拟合效果较差, 而且预测值右偏离观测曲线比较明显; iii) 在第2节中提到的第655周, 即样本外99个数据周中波动最大的那一次, ARCH(1)和GARCH(1,1)模型的预测曲线波动的幅度都远远小于观测曲线波动的幅度, 而且预测曲线也较严重地右偏离观测曲线. 图中V 表示周波动率.

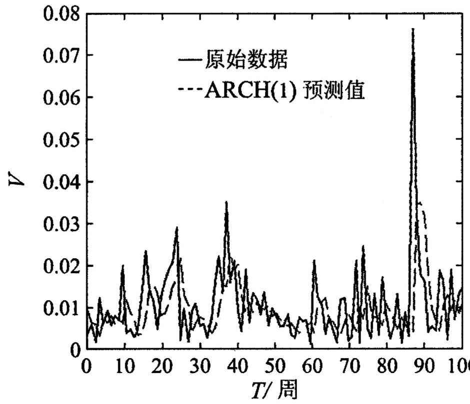

图 5 ARCH(1)模型预测值与观测值的比较

Fig. 5 Comparison between forecasting values and observation values of ARCH(1)

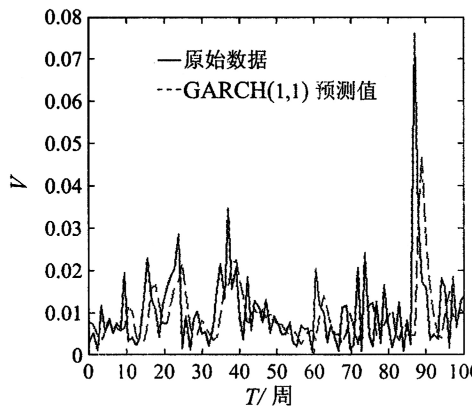

图 6 ARCH(1,1)模型预测值与观测值的比较

Fig. 6 Comparison between forecasting values and observation values of ARCH(1,1)

7 预测误差检验(Test of the forecasting errors)

这一节将从样本外99个数据的误差检验效果来比较BP算法、ARCH(1)和GARCH(1,1)模型的预测能力. 常用的预测误差统计量有: 平均误差(ME), 平均绝对误差(MAE), 均方根误差(RMSE), 平均绝对比率误差(MAPE), Akaike 信息准则(AIC)和Bayes信息准则(BIC)来检验BP算法、ARCH(1)模型和GARCH(1,1)模型对周波动率样本外数据的预测效果. 这6种误差统计量可分别表示为

$$\mathrm{ME} = \left|\frac{1}{99}\sum_{T=570}^{668}\left(\hat\sigma_T^2 - \sigma_T^2\right)\right|,$$

$$\mathrm{MAE} = \frac{1}{99}\sum_{T=570}^{668}\left|\hat\sigma_T^2 - \sigma_T^2\right|,$$

$$\mathrm{RMSE} = \sqrt{\frac{1}{99}\sum_{T=570}^{668}\left(\hat\sigma_T^2 - \sigma_T^2\right)^2},$$

$$\mathrm{MAPE} = \frac{1}{99}\sum_{T=570}^{668}\left|\frac{\hat\sigma_T^2 - \sigma_T^2}{\sigma_T^2}\right|,$$

$$\mathrm{AIC} = \log\frac{1}{99}\sum_{T=570}^{668}\left(\hat\sigma_T - \sigma_T\right)^2 + \frac{2p}{99},$$

$$\mathrm{BIC} = \log\frac{1}{99}\sum_{T=570}^{668}\left(\hat\sigma_T - \sigma_T\right)^2 + \frac{p\log 99}{99}.$$

其中p为模型参数的个数.

下面利用这6种误差统计量对BP算法、ARCH(1)和GARCH(1,1)模型对99个样本外数据的预测误差进行检验, 相应的误差值如表1所示. 表1的结果表明, BP算法的6个误差统计量的误差值都最小, 因此BP算法的预测效果排第1. ARCH(1)只对ME的误差检验值比GARCH(1,1)的大, 其余5个的误差检验值都比GARCH(1,1)的略小, 因此可认为ARCH(1)的预测效果排第2, GARCH(1,1)的预测效果排第3. 所以3种预测模型由优到劣的排列顺利是: BP算法的预测效果最好, ARCH(1)模型次之, GARCH(1,1)模型偏差.

表 1 6种预测误差统计量

Table 1 Statistical values of the 6 forecasting errors

误差统计量	BP算法	ARCH(1)	GARCH(1,1)
ME	1.7086×10^{-5}	8.25929×10^{-5}	6.96245×10^{-5}
MAE	2.70952×10^{-5}	0.000186811	0.000192971
RMSE	4.23963×10^{-5}	0.000609358	0.000626132
MAPE	156.4311929	171.5068494	178.1494362
AIC	-4.960344008	-3.885711852	-3.87972141
BIC	-4.961049431	-3.885844119	-3.879853676
3种预测模型	1	2	3

8 结论(Conclusion)

本文采用我国深圳股票市场成份指数每个周末的收盘价, 利用BP算法、ARCH(1)和GARCH(1,1)模型对其波动率进行预测. 研究表明: i) BP算法的预测曲线对观测值的上凸曲线拟合得较好, 但对下凸曲线的拟合效果较差; ii) ARCH(1)和GARCH (1,1) 模型预测曲线的走势基本稳合观测曲线的走势, 预测曲线对观测值的下凸曲线拟合效果都较好, 但对上凸曲线的拟合效果都较差, 而且明显都右偏离观测曲线; iii) 从6种误差统计量的误差检验效果知, BP算法的预测效果最好, ARCH(1)模型次之, GARCH(1,1)模型更次之.

参考文献(References):

[1] Engle R F. Autoregressive conditional heteroskedasticity with estimates of the variance of United Kingdom inflation[J]. *Econometrica*, 1982, 50: 987 – 1008.

[2] Bollerslev T. Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity[J]. *J of Economitrics*, 1986, 31: 307 – 327.

[3] Akgiray V. Conditional heteroskedasticity in time series of stock returns: Evidence and forecasts[J]. *J of Business*, 1989, 62: 55 – 80.

[4] Bernd F, Klaus R. Volatility estimation with neural network[C] *// Proc of IEEE/IAFE Conf on Computational Intelligence for Financial Engineering*, 1996. New York, USA: [s.n.], 1996: 177 – 181.

[5] Donaldson, Kamstra. Neural network forecast combining with interaction effects[J]. *J of Franklin Institute*, 1999, 336: 227 – 236.

[6] QI Min, ZHANG Guoqiang. An investigation of model selection criteria for neural network time series forecasting[J]. *European J of Operational Research*, 2001, 132: 666 – 680.

[7] 刘新勇, 贺江峰, 孟祥泽, 等. 基于神经网络的股市预测[J]. 南开大学学报, 1998, 31(3): 39 – 44.
(LIU Xinyong, HE Jiangfeng, MENG Xiangze, et al. Stock market prediction based on neural networks[J]. *Acta Scientiarum Naturalium Universitatis Nankaiensis*, 1998, 31(3): 39 – 44.)

[8] PANG Sulin. An application of logistic model in stock forecasting[C] *//Proc of the Eighth Int Conf on Control Automation, Robotics and Vision*. [s.1.]: [s.n.], 2004: 1491 – 1496.

作者简介:

庞素琳 (1964—) ,女, 博士, 暨南大学数学系教授, 博士生导师, IEEE高级会员, 主要研究领域包括金融系统工程, 神经网络及应用, 模式识别, 最优化理论与应用, Email: pangsulin@163.com;

徐建闽 (1960—) ,男, 华南理工大学教授, 博士生导师. 主要研究领域包括复杂系统控制及应用, 智能交通系统, 道路交通信息工程, Email: aujmxu@scut.edu.cn;

黎荣舟 (1966—), 男, 博士, 高级经济师, 上海浦东发展银行广州分行市场部总经理. 主要研究领域包括金融理论与金融工程, 神经网络技术, 风险管理与分析, Email: rzhli@163.com.