

基于连续Hopfield网络求解TSP的新方法

费春国¹, 韩正之², 唐厚君³

(1. 中国民航大学 工程技术训练中心, 天津 300300; 2. 上海交通大学 自动化系, 上海 200030;

3. 上海交通大学 电气工程系, 上海 200030)

摘要: 当连续Hopfield网络及其能量函数同时具有自反馈或不具有自反馈时, 称之为一致连续Hopfield网络. 在分析了一致连续Hopfield网络能量稳定性的基础上, 进一步研究了当网络有自反馈, 而其能量函数无自反馈的情况下, 网络能量变化的性质, 分别给出了使能量函数上升、下降和不变的条件. 利用这一理论, 可以克服由于梯度下降法所导致的网络能量函数总是下降, 从而使网络陷入局部极小值或不可行解的现象. 最后在这个理论的基础上我们给出了一种新的求解TSP(traveling salesman problem)的方法, 仿真研究表明此方法对于求解TSP问题是很有效的.

关键词: 连续Hopfield网络; 能量函数; 组合优化; 旅行商问题(TSP); 全局最优

中图分类号: TP183 **文献标识码:** A

Novel method to solve TSP by continuous Hopfield neural network

FEI Chun-guo¹, HAN Zheng-zhi², TANG Hou-jun³

(1. Engineering Technology Training Center, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China;

2. Department of Automation, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China;

3. Department of Electrical Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China)

Abstract: Whether both continuous Hopfield neural network (CHNN) and its energy function have self-feedback or not, it is called uniform CHNN. Firstly, convergence of uniform CHNN is analyzed. Secondly, the character of energy function variation are studied when the CHNN has self-feedback while its energy function has not self-feedback. Thirdly, conditions are proposed to ensure that the energy function can increase, decrease or not change respectively. This principle eradicates local minima or invalid solutions caused by consistent reduction of the energy function via the usual gradient descent method. Furthermore, a new approach to solve TSP (traveling salesman problem) is proposed according to this principle. Finally, simulations show the new approach can provide very good results when it is used to solve TSP.

Key words: continuous Hopfield neural network; energy function; combination optimization; traveling salesman problem(TSP); global optimization

1 引言(Introduction)

组合优化问题是在科学、工程以及经济中普遍需要解决的问题. 它是NP-hard问题, 求解比较困难. 到目前为止, 许多启发式方法已经被用于求解组合优化问题, 如: 遗传算法(GA), 模拟退火(SA), 禁忌搜索(TS)和神经网络(NN)等. 神经网络应用于组合优化问题是从Hopfield和Tank^[1]用他们提出的Hopfield网络解决旅行商问题(TSP)开始的. 由于神经网络具有内在的并行计算性和容错性, 因此在这一领域得到广泛的应用. 但是Hopfield网络存在不稳健性, 网络的初始条件严重影响计算结果, 甚至

得不到最优或是可行解. 这主要是由于Hopfield网络的核心依然是梯度下降法, 它使得在计算能量函数时, 神经元的变化总是导致网络能量的下降, 最终网络能量可能陷入局部最小值或是不可行解. 近年来, 为了改善这一缺陷提出了许多方法. Feng等^[2]提出了一种称为稳定状态分析技术来设置Hopfield网络能量函数的约束条件和距离的权值, 从而在求解TSP时, 能得到比较好的结果. Cooper等^[3]提出了一个高维神经网络(HONN)来映射TSP, 并且分析了得到可行解的稳定条件. Tan等^[4]给出了稳定标准, 这些标准可以保证Hopfield网络在求解TSP时, 收敛

到可行解,减少收敛到不可行解的次数.为了提高收敛速度,韦岗等^[5]给出了使得Hopfield网络指数收敛的条件.但是这些方法都没有使得网络能量在搜索过程中上升.

本文在分析了一致连续Hopfield网络(continuous Hopfield neural network, CHNN)能量变化的基础上,发现当网络具有自反馈,而其能量函数定义为网络的一部分,即无自反馈的时,如果神经元的变化满足一定的条件,其能量函数将会上升、下降,或是不变.利用这一性质可以使网络能量函数上升,因此可以使网络能够跳出局部最小值,最终收敛到全局最优解.在此基础上给出了一种求解TSP的新方法,仿真研究表明此方法是有效的.

2 一致CHNN网络的能量分析(Energy analysis of uniform CHNN)

当CHNN及其能量函数同时具有自反馈或不具有自反馈时,称之为一致CHNN.首先对一致CHNN网络能量函数的变化情况进行分析. CHNN的网络微分方程为

$$\begin{cases} C_i \frac{du_i}{dt} = -\frac{u_i}{R_i} + \sum_{j=1}^n \omega_{ij} v_j + I_i, \\ v_i = \psi(u_i). \end{cases} \quad (1)$$

其中: $C_i > 0$, $R_i > 0$, ψ 为激活函数; n 为神经元的个数; u_i 为神经元 i 的内部状态; v_i 为神经元 i 的输出; I_i 为神经元 i 的阈值; ω 为对称矩阵,即 $\omega_{ij} = \omega_{ji}$. 当 $\omega_{ii} = 0$ ($i = 1, 2, \dots, n$)时,相应的网络称为无自反馈CHNN,否则称其为有自反馈CHNN. 无自反馈CHNN的网络能量函数定义为式(2). 有自反馈CHNN的网络能量函数定义为式(3). 其中的积分项表示一种内部状态和输出值关系的能量项.

$$E_{nfb} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_{ij} v_i v_j - \sum_{i=1}^n v_i I_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \int_0^{v_i} \psi^{-1}(v) dv, \quad (2)$$

$$E_{fb} = -\frac{1}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \omega_{ij} v_i v_j - \sum_{i=1}^n v_i I_i + \sum_{i=1}^n \frac{1}{R_i} \int_0^{v_i} \psi^{-1}(v) dv. \quad (3)$$

定理 1 对于一致CHNN,若 ψ^{-1} 为单调递增且连续, $C_i > 0$, $\omega_{ij} = \omega_{ji}$,则无论神经元输出如何变化,能量函数的变化总有 $\frac{dE_{nfb}}{dt} \leq 0$,当且仅当 $\frac{dv_i}{dt} = 0$ 时, $\frac{dE_{nfb}}{dt} = 0$,或 $\frac{dE_{fb}}{dt} \leq 0$;当且仅当 $\frac{dv_i}{dt} = 0$ 时, $\frac{dE_{fb}}{dt} = 0$.

这里只证明有自反馈CHNN的情况.

证 因为 $\frac{dE_{fb}}{dt} = \sum_i^n \frac{\partial E_{fb}}{\partial v_i} \frac{dv_i}{dt}$ 和 $\omega_{ij} = \omega_{ji}$,由式(1)和式(3)得 $\frac{dE_{fb}}{dt} = -\sum_i^n C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i} (\frac{dv_i}{dt})^2$. 因为 ψ^{-1} 为单调递增且连续,所以 $\frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i} > 0$,同时 $C_i > 0$,因此 $\frac{dE_{fb}}{dt} \leq 0$. 当且仅当 $\frac{dv_i}{dt} = 0$ 时, $\frac{dE_{fb}}{dt} = 0$.

同理,无自反馈CHNN也有此结论. 所以对于一致CHNN,无论神经元如何变化,网络的解轨迹在状态空间中总是朝着能量减小的方向运动. 网络的稳定平衡点就是能量函数的极小点. 但是得到的极小点不一定是全局极小点,也不一定是可行解.

3 网络具有自反馈而其能量函数无自反馈时CHNN的能量分析(Energy analysis when CHNN has self-feedback and its energy function have not self-feedback)

当神经网络为带有自反馈的CHNN,而网络的能量函数定义为网络的一部分,即能量函数为无自反馈的能量函数时,其网络微分方程为

$$\begin{cases} C_i \frac{du_i}{dt} = -\frac{u_i}{R_i} + \sum_{j=1, j \neq i}^n \omega_{ij} v_j + I_i + \omega_{ii} v_i, \\ v_i = \psi(u_i), \end{cases} \quad (4)$$

其网络能量函数如式(2). 设 $\omega_{ij} = \omega_{ji}$,由式(2)和式(4)得

$$\begin{aligned} \frac{\partial E_{nfb}}{\partial v_i} &= -C_i \frac{du_i}{dt} + \omega_{ii} v_i = \\ &= -C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i} \frac{dv_i}{dt} + \omega_{ii} v_i. \end{aligned} \quad (5)$$

因此

$$\begin{aligned} \frac{dE_{nfb}}{dt} &= \sum_{i=1}^n \frac{\partial E_{nfb}}{\partial v_i} \frac{dv_i}{dt} = \\ &= \sum_{i=1}^n \left[-C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i} \frac{dv_i}{dt} + \omega_{ii} v_i \right] \frac{dv_i}{dt} = \\ &= \sum_{i=1}^n \left[-C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i} (\frac{dv_i}{dt})^2 + \omega_{ii} v_i \frac{dv_i}{dt} \right]. \end{aligned} \quad (6)$$

若 ψ^{-1} 为单调递增且连续,设 $a_i = -C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i} < 0$,

$b_i = \omega_{ii} v_i$, $x_i = \frac{dv_i}{dt}$, $C_i > 0$, $R_i > 0$, $v_i = \psi(u_i) > 0$. 当 $\omega_{ii} > 0$ 时, $b_i > 0$; 当 $\omega_{ii} < 0$ 时, $b_i < 0$. 因此

$$\frac{dE_{nfb}}{dt} = \sum_{i=1}^n (a_i x_i^2 + b_i x_i). \quad (7)$$

设网络以异步迭代方式运行,即网络在任一时刻 t ,只有某一个神经元 i 依网络微分方程变化,而其

余 $n-1$ 个神经元的状态保持不变. 为了不失一般性, 设只有第 m 个神经元变化, 即只有 v_m 变化. 所以 $x_i = 0 (i \neq m)$, $x_m \neq 0$. 因此

$$\frac{dE_{nfb}}{dt} = a_m x_m^2 + b_m x_m = a_m \left[\left(x_m + \frac{b_m}{2a_m} \right)^2 - \frac{b_m^2}{4a_m^2} \right]. \quad (8)$$

因为 $a_m < 0$, 所以当 $x_m = -\frac{b_m}{2a_m}$ 时, 有最大值 $-\frac{b_m^2}{4a_m} > 0$. 当令 $a_m x_m^2 + b_m x_m = 0$ 时, 可得 $x_{m1} = 0$ 和 $x_{m2} = -\frac{b_m}{a_m}$. 由此可以得到

1) 当 $\omega_{mm} < 0$ 即 $x_{m2} < 0$ 时:

若 $x_m > 0$ 或 $x_m < -\frac{b_m}{a_m}$, 则 $\frac{dE_{nfb}}{dt} < 0$;

若 $-\frac{b_m}{a_m} < x_m < 0$, 则 $\frac{dE_{nfb}}{dt} > 0$.

2) 当 $\omega_{mm} > 0$ 即 $x_{m2} > 0$ 时:

若 $x_m < 0$ 或 $x_m > -\frac{b_m}{a_m}$, 则 $\frac{dE_{nfb}}{dt} < 0$;

若 $0 < x_m < -\frac{b_m}{a_m}$, 则 $\frac{dE_{nfb}}{dt} > 0$.

3) 当且仅当 $x_m = 0$ 或 $x_m = -\frac{b_m}{a_m}$ 时, $\frac{dE_{nfb}}{dt} = 0$.

由上述分析可以得到下面的定理2.

定理2 当CHNN有自反馈, 而其能量函数为无自反馈时, 若 ω^{-1} 为单调递增且连续, 神经元输出 $v_i > 0$, $C_i > 0$, $\omega_{ij} = \omega_{ji}$, 网络以异步迭代方式运行. 则有下列的结论:

1) 若自反馈 $\omega_{ii} < 0$:

对于任何神经元输出的变化满足 $\frac{dv_i}{dt} > 0$ 或 $\frac{dv_i}{dt} < \frac{\omega_{ii}v_i}{C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i}}$ 时, 则有 $\frac{dE_{nfb}}{dt} < 0$, 能量下降.

对于任何神经元输出的变化满足 $0 > \frac{dv_i}{dt} > \frac{\omega_{ii}v_i}{C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i}}$ 时, 则有 $\frac{dE_{nfb}}{dt} > 0$, 能量上升.

2) 若自反馈 $\omega_{ii} > 0$:

对于任何神经元输出的变化满足 $\frac{dv_i}{dt} < 0$ 或 $\frac{dv_i}{dt} > \frac{\omega_{ii}v_i}{C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i}}$ 时, 则有 $\frac{dE_{nfb}}{dt} < 0$, 能量下降.

对于任何神经元输出的变化满足 $0 < \frac{dv_i}{dt} < \frac{\omega_{ii}v_i}{C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i}}$ 时, 则有 $\frac{dE_{nfb}}{dt} > 0$, 能量上升.

3) 当且仅当 $\frac{dv_i}{dt} = 0$ 或 $\frac{dv_i}{dt} = \frac{\omega_{ii}v_i}{C_i \frac{d\psi^{-1}(v_i)}{dv_i}}$ 时,

$\frac{dE_{nfb}}{dt} = 0$, 能量不变.

4 求解TSP的新方法及其仿真研究(New method to solve TSP and simulation research)

定理2中的能量函数不像定理1中的能量函数, 随时间的演化一味的减小, 而是在满足一定的条件下可以上升, 这样就有可能避免网络收敛到局部最优或是非法解. 为了使网络能较快的稳定下来, 可以仿照文献[6]不断的减小自反馈 ω_{ii} 的值. 当 ω_{ii} 减小到零时, 网络变为一致CHNN. 这时网络与能量函数的形式一致, 都没有自反馈项. 依据定理1, 此时无论神经元如何变化, 网络的能量函数都将随着时间的演化不断的减小. 这样网络最终可稳定到一个平衡点. 在 ω_{ii} 衰减过程中, 它会满足定理2中的条件, 使得能量函数能够上升, 这样就有可能跳出局部最优值, 最终稳定到全局最优值. 下面我们就给出在这思想上的改进连续Hopfield网络, 并用此网络求解TSP.

选择常用Sigmoid函数为 ψ : $v_i = \frac{1}{1 + e^{-u_i/\varepsilon}}$, $v_i \in (0, 1)$, ψ 为单调递增且连续的函数, 因此其逆函数 ψ^{-1} 也为单调递增且连续的函数.

TSP是一个经典的NP难度的组合优化问题, 它就是在个城市集中找出一个最短且经过每个城市各一次并回到起点的路径. 设: v_{ij} 为神经元的输出, 表示为以顺序 j 访问城市 i ; d_{ij} 为城市 i, j 之间的距离; A, B, C 和 D 分别为约束条件和距离的权值. 因此满足各方面约束条件的能量函数可表示为

$$\begin{aligned} E = & \frac{A}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{x=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ j \neq x}}^n v_{ix} v_{ij} + \frac{B}{2} \sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq i}}^n v_{ij} v_{xj} + \\ & \frac{C}{2} \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} - n \right)^2 + \frac{D}{2} \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq i}}^n (v_{xj+1} + \\ & v_{xj-1}) v_{ij} d_{ix} + \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n \frac{1}{R_{ij}} \int_0^{v_{ij}} \psi^{-1}(v) dv. \end{aligned} \quad (9)$$

其中: $v_{i0} = v_{in}$, $v_{in+1} = v_{i1}$. 由式(5)和式(9)得

$$\begin{aligned} -C_{ij} \frac{du_{ij}}{dt} + w_{ij,ij} v_{ij} &= \frac{\partial E}{\partial v_{ij}} = \\ \frac{u_{ij}}{R_{ij}} + A \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq j}}^n v_{ix} + B \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq i}}^n v_{xj} + \\ C \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij} - n \right) + \\ D \sum_{x=1}^n d_{ix} (v_{xj+1} + v_{xj-1}). \end{aligned} \quad (10)$$

设 $w_{ij,ij}$ 为随时间变化的函数, 即 $w_{ij,ij}(t) =$

$w_{ij,ij}(0)e^{-\beta t}$. 将此式和式(10)离散, 并令 $a = 1 - \frac{\Delta t}{C_{ij}R_{ij}}$, $\lambda = \frac{\Delta t}{C_{ij}}$ 和 $z_{ij}(k) = \frac{\Delta t}{C_{ij}} w_{ij,ij}(k)$ 后可以得到新的网络

$$\begin{cases} u_{ij}(k+1) = \\ \alpha u_{ij}(k) + z_i(k)v_{ij}(k) + \lambda(-A \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq j}}^n v_{ix}(k) - \\ B \sum_{\substack{x=1 \\ x \neq i}}^n v_{xj}(k) - C(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n v_{ij}(k) - n) - \\ D \sum_{x=1}^n d_{ix}(v_{xj+1}(k) + v_{xj-1}(k))), \\ v_{ij}(k) = \frac{1}{1 + e^{-u_{ij}(k)/\varepsilon}}, \\ z_{ij}(k+1) = (1 - \beta)z_{ij}(k). \end{cases} \quad (11)$$

当 $z_{ij}(0)$ 为负时, 式(11)类似于文献[6]中的 transiently chaotic neural network(TCNN)形式. 但是在本文提出的网络中, 出现的是 $z_{ij}(k)v_{ij}(k)$, 而不是 $z_{ij}(k)(v_{ij}(k) - I_0)$.

用下列方法实现由连续神经网络输出 v_{ij} 到离散神经网络输出 v_{ij}^D 的转换:

$$v_{ij}^D = \begin{cases} 1, & \text{if } v_{ij}(t) > \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^n v_{kl}(t)/(n \times n), \\ 0, & \text{其他.} \end{cases} \quad (12)$$

式(9)的能量函数为连续能量函数, 当式(9)中的 v_{ij} 变为 v_{ij}^D 时, 能量函数为离散能量函数.

4.1 求解10城市TSP的仿真(Solve 10-city TSP)

先用本文提出的方法求解10城市TSP问题, 其坐标为(0.4, 0.4439); (0.2439, 0.1463); (0.1707, 0.2293); (0.2293, 0.761); (0.5171, 0.9414); (0.8732, 0.6536); (0.6878, 0.5219); (0.8488, 0.3609); (0.6683, 0.2536); (0.6195, 0.2634), 其全局最优值为2.6907.

1) 自反馈为正.

当自反馈为正时, 设参数为 $\alpha = 0.6$, $\varepsilon = 1/250$, $z_{ij}(0) = 0.05$, $\lambda = 0.005$, $A = B = C = 1$, $D = 0.8$, $\beta = 0.08$, 并用在 $[-1, 1]$ 之间的任意值初始化 u_{ij} , 对问题进行100次的随机仿真研究. 然后与Hopfield-Tank的结果, Wilson-Pawley的结果以及文献[7]中的结果进行比较. 比较结果如表1所示, 图1给出了当反馈为正时离散能量函数和部分连续能量函数收敛图.

2) 自反馈为负.

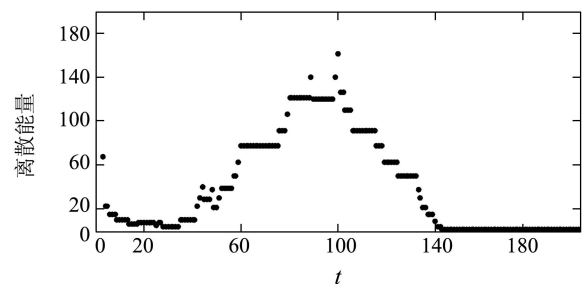
参数设定为: $\alpha = 0.9$, $\varepsilon = 1/250$, $z_{ij}(0) = -0.08$, $\lambda = 0.015$, $A = B = C = 0.85$, $D = 1$, 然后分别设 $\beta = 0.015$, $\beta = 0.010$, $\beta = 0.005$,

$\beta = 0.003$, 并用 $[-1, 1]$ 之间的任意值初始化 u_{ij} , 分别对问题进行5000次的随机仿真研究, 并将结果和TCNN进行比较, 比较结果如表2. 图2中给出了当 $\beta = 0.003$ 时本文方法的离散能量函数和部分连续能量函数收敛图. 从表2中可以看出, 本文的方法比TCNN在收敛到全局最小值的概率上有所提高, 只是迭代次数要多一些.

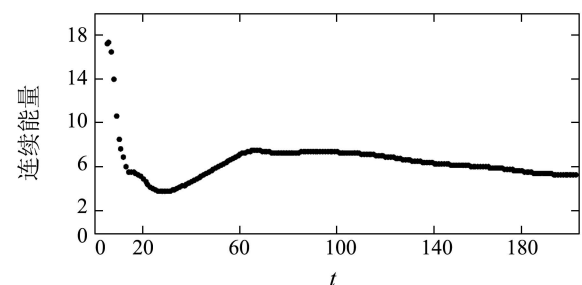
表1 当自反馈为正时, 10城市TSP仿真比较结果

Table 1 Comparison of the proposed method with other methods when self-feedback is positive for 10-city TSP

	Hopfield- Tank	Wilson- Pawley	文献[7] 的方法	本文 方法
试验次数	20	—	100	100
获合法路径的次数	16	—	47	90
最短路径的长度	2.71	2.83	2.71	2.6907
路径 $\leq$ 2.83 的次数	10	—	12	49
平均迭代次数	—	≥ 166	85	170.34



(a) 离散能量函数收敛



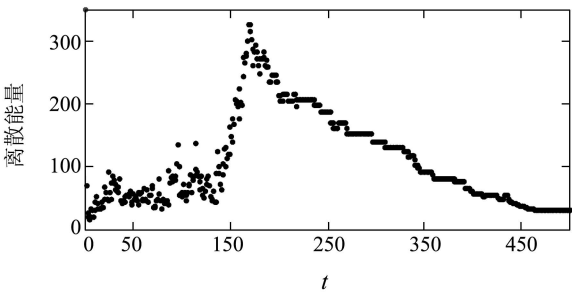
(b) 部分连续能量函数收敛

图1 当反馈为正时, 求解10城市TSP的能量函数收敛
Fig. 1 Time evolutions of energy function for 10-city TSP when self-feedback is positive

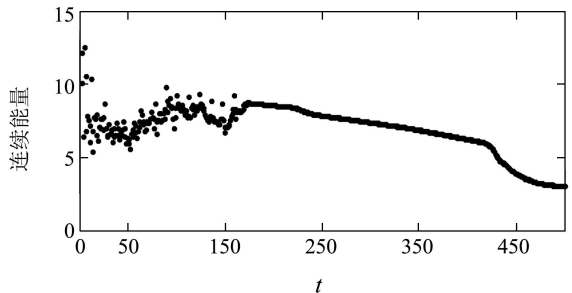
表 2 当自反馈为负时, 10城市TSP仿真比较结果

Table 2 Comparison of the proposed method with CHNN for 10-city TSP when self-feedback is negative

β	性能指标	TCNN ^[6]	本文方法
0.015	收敛到全局最小解次数	4946(98.9%)	4990(99.8%)
	收敛到局部最小解次数	31(0.6%)	10(0.2%)
	收敛到不合理解次数	23(0.5%)	0(0.0%)
	平均迭代次数	81	96.6
0.010	收敛到全局最小解次数	4969(99.4%)	5000(100%)
	收敛到局部最小解次数	13(0.3%)	0(0.0%)
	收敛到不合理解次数	18(0.3%)	0(0.0%)
	平均迭代次数	119	142.4
0.005	收敛到全局最小解次数	4998(99.9%)	5000(100%)
	收敛到局部最小解次数	2(0.1%)	0(0.0%)
	收敛到不合理解次数	0(0.0%)	0(0.0%)
	平均迭代次数	234	279.9
0.003	收敛到全局最小解次数	5000(100%)	5000(100%)
	收敛到局部最小解次数	0(0.0%)	0(0.0%)
	收敛到不合理解次数	0(0.0%)	0(0.0%)
	平均迭代次数	398	463.6



(a) 离散能量函数收敛



(b) 部分连续能量函数收敛

图 2 当反馈为负时, 求解10城市TSP的能量函数收敛
Fig. 2 Time evolutions of energy function for 10-city TSP when self-feedback is negative

4.2 求解50城市TSP的仿真(Solve 50-city TSP)

通过对求解10城市TSP的仿真结果可以看出, 当自反馈为正的时候, 其收敛效果远不如自反馈

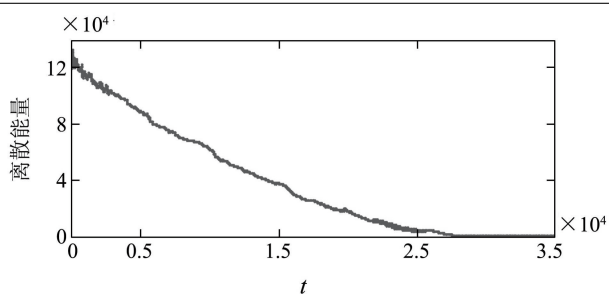
为负的时候好. 因此在下面对50城市的TSP仿真研究中, 只用自反馈为负的方法. 文献[8]所得到的50城市TSP问题的全局最优解为427.855.

参数设为: $\alpha = 0.9$, $\varepsilon = 1/250$, $z(0) = -0.05$, $\lambda = 0.015$, $A = B = C = 0.85$, $D = 0.015$, $\beta = 0.00003$. 用 $[-1, 1]$ 之间的任意值初始化 u_{ij} , 对问题进行50次的随机仿真研究. 在50次随机仿真中, 所得到的最优解为426.6709, 其迭代步数为33867. 得到有效解的平均迭代步数为33863.739. 可以看出, 用本文所提出的方法能够找到比文献[8]中更好的结果.图3给出了求解50城市TSP问题时其离散能量函数和部分连续能量函数收敛图. 表3给出了求解50城市TSP问题的仿真结果.

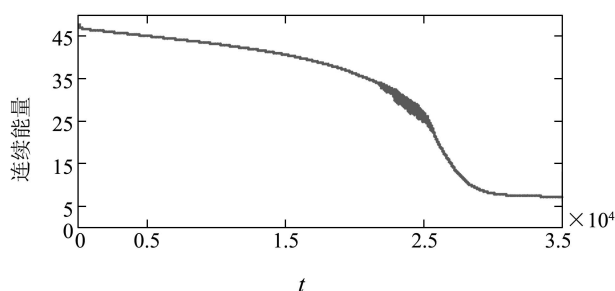
表 3 当自反馈为负时, 50城市TSP问题的仿真结果

Table 3 Results of 50-city TSP when self-feedback is negative

路径长度	次数 (%)	平均迭代步数
426.6709	12 (34 %)	33867
431.2528	28 (46 %)	33861
443.1160	6 (12 %)	33870
非法解	4 (8 %)	—



(a) 离散能量函数收敛



(b) 部分连续能量函数收敛

图3 当反馈为负时,求解50城市TSP的能量函数收敛

Fig. 3 Time evolutions of energy function for 50-city

TSP when self-feedback is negative

通过上面的仿真研究可以看出,本文提出的方法对于小规模TSP问题是非常有效的,基本上能够克服初始值对最终结果的影响,找到问题的全局最优解.而对于较大规模的TSP问题,初始值对最终结果影响比较大,甚至有时不能找到可行解,但是它能找到更优的解.从而说明本文提出的理论和求解TSP的方法还是十分有效的.

5 结束语(Conclusion)

本文在分析了一致连续Hopfield网络能量稳定性的基础上,进一步研究了,当Hopfield网络带有自反馈而其能量函数不带有自反馈时,其能量函数变化的特点.给出了在这种情况下其能量函数上升、下降和不变的条件.并在此基础上提出了一种求解TSP问题的新方法,此方法利用当自反馈不断减小的过程中,神经元自身的变化使得神经网络的能量函数不是一直在下降,而是可以上升和下降,从而有可能跳出局部最优值.最终随着自反馈减小到充分小,网络转变为一

致连续Hopfield网络,最终网络稳定到一个平衡点.在用此方法对10城市和50城市TSP问题进行仿真研究的过程中,能得到如文献中的10城市的全局最优值.而对于50城市TSP问题,本文得到比文献[8]中更好的最优值.从而可以看出,在定理2的基础上所提出的求解TSP的方法是非常有效的.

参考文献(References):

- [1] HOPFIELD J J, TANK D W. Neural computation of decisions in optimization problems[J]. *Biological Cybernetics*, 1985, 52(3): 141 – 152.
- [2] FENG G, DOULIGERIS C. Using Hopfield networks to solve traveling salesman problems based on stable state analysis technique[C]//*Proc of Int Joint Conf on Neural Networks*. Como, Italy, Piscataway, NJ: Institute of Electrical and Electronics Engineers Inc., 2000: 521 – 526.
- [3] COOPER B. Stability analysis of higher order neural networks for combinatorial optimization[J]. *Int J of Neural Systems*, 2002, 12(3): 177 – 186.
- [4] TAN K C, TANG H, GE S S. On Parameter settings of Hopfield networks applied to traveling salesman problems[J]. *Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, 2005, 52(5): 994 – 1002.
- [5] 韦岗, 田传俊. Hopfield型连续神经网络指数收敛速度的估计[J]. *控制理论与应用*, 2001, 18(4): 483 – 486.
(WEI Gang, TIAN Chuanjun. Estimate of exponential convergence rate for Hopfield type continuous neural networks[J]. *Control Theory & Applications*, 2001, 18(4): 483 – 486.)
- [6] CHEN L, AIHARA K. Chaotic simulated annealing by a neural network model with transient chaos [J]. *Neural Networks*, 1995, 8(6): 915 – 930.
- [7] 庄镇泉, 王煦法, 王东生. 神经网络与神经计算机[M]. 北京: 中国科学出版社, 1992.
(ZHUANG Zhenquan, WANG Xufa, WANG Dongsheng. *Neural Network and Neural Computer*[M]. Beijing: Science Press, 1992.)
- [8] FOGEL D B. Applying evolutionary programming to selected traveling salesman problems[J]. *Cybernetics and Systems*, 1993, 24(1): 27 – 36.

作者简介:

费春国 (1974—), 男, 上海交通大学控制科学与工程专业博士生, 主要研究方向为智能优化和神经网络, E-mail: fchunguo@163.com;

韩正之 (1947—), 男, 教授, 博士生导师, 1988年获博士学位, 主要研究方向为非线性控制系统理论、计算机控制系统和智能控制理论;

唐厚君 (1957—), 男, 教授, 博士生导师, 主要研究方向为非线性动力学及控制、汽车电子等.