文章编号: 1000−8152(2006)06−0929−05

不确定非线性系统自适应镇定的充要条件

佘　焱[1], 姜建国[1], 张嗣瀛[2]

(1. 上海交通大学 电气工程系, 上海 200032; 2. 东北大学 自动控制系, 辽宁 沈阳 110004)

摘要: 研究了一类相当广泛的包含未知参数的非线性控制系统的自适应鲁棒控制问题, 这类系统的标称系统包含一些非最小相位非线性系统和一些不存在相对阶的非线性系统. 其未知定常参数是线性的. 在一定假设条件下, 对该类系统给出了存在自适应控制器的充要条件, 并采用backstepping方法给出了控制器的设计步骤. 所得主要结论没有用到增长性假设、最小相位假设和相对阶的假设. 同时, 还给出了不存在相对阶及非最小相位的非线性系统的例子, 对于后者给出了控制器的设计过程.

关键词: 非线性系统; 自适应控制; 非最小相位系统; 鲁棒控制

中图分类号: TP273　　　**文献标识码**: A

Necessary and sufficient conditions of adaptive robust control for a class of nonlinear systems

SHE Yan[1], JIANG Jian-guo[1], ZHANG Si-ying[2]

(1. School of Electronic and Electric Engineering, Shanghai Jiao Tong University, Shanghai 200030, China;
2. Department of Automatic Control, Northeastern University, Shenyang Liaoning 110006, China)

Abstract: The problem of robust adaptive stabilization is discussed for a wide class of uncertain nonlinear control systems, of which the nominal systems include some non-minimum phase nonlinear systems and some systems without relative degree. The uncertainties are time-invariant unknown linear parameters. Firstly, necessary and sufficient conditions are presented for the existence of a robust adaptive controller with some assumptions. The design procedure of the controller is then explicitly given by using the back-stepping approach. The main result does not require any growth conditions, relative degree conditions and minimum phase conditions. Finally, some examples are presented to illustrate the design procedure.

Key words: nonlinear systems; adaptive control; non-minimum phase systems; robust control

1　引言(Introduction)

鲁棒镇定主要研究存在未知未建模动态或时变参数的非线性系统稳定性, 在最近的20年以来, 有许多的文献提出了不同的鲁棒镇定方法, 比如文献[1∼3], 这些文献中主要处理所谓的匹配或非匹配条件下的不确定性.

另一方面, 一些文献研究了精确线性化和状态反馈的鲁棒镇定方法[3∼5]. 在该领域还有一些文献提出了一些自适应或状态反馈综合设计方法[6∼8], 这些文献中要求未知参数是线性的. 文献[7]中则要求参数是有界或满足增长性条件. 在文献[8]中, 作者通过使用一些几何条件, 减弱了上述提到的充分条件. 但是要求系统具有某种规范的三角型. 最近文献[9]指出了可反馈线性化系统鲁棒镇定的方向. 特别地, 解决了比文献[6,8]中更广泛的一类可反馈线性化系统的鲁棒镇定问题, 即, 不再要求未知参数或未建模干扰是线性的. 文献[8]中, 最关键之处是使用了递归的、构造性的算法, 同时构造李雅普诺夫函数和对于任何未知参数平衡点都全局渐近稳定的光滑反馈控制律. 必须注意到, 上述提到的绝大部分鲁棒或自适应控制策略都只适应于一类可以完全反馈线性化系统.

本文的目标是研究一类更广泛的部分线性化系统的鲁棒自适应控制问题. 由文献[10], 相当广泛的非线性控制系统存在Brunovsky标准型, 这一标准型是线性系统Brunovsky标准型的推广, 同时也是非线性系统状态反馈线性化的推广. 对于这类重要的系统, 本文得到了系统可鲁棒自适应的充要条件.

收稿日期: 2004−11−08; 收修改稿日期: 2006−04−08.
基金项目: 国家自然科学基金资助项目(50447008).

2 系统描述(System description)

考虑系统

$$\dot{\xi} = f(\xi) + g(\xi)u + q(\xi)\theta. \tag{1}$$

其中: $\theta \in \mathbb{R}^s$ 是未知定常参数, $\xi \in \mathbb{R}^n$是状态, $u \in \mathbb{R}$是输入. $f: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$, $g: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n$和$q: \mathbb{R}^n \to \mathbb{R}^n \times \mathbb{R}^s$是光滑函数, $f(0) = 0$.

假设系统满足如下假设:

假设 1 设

$$D_i = \mathrm{span}\{ad_f^s g \mid s \leqslant i-1\},\ i = 1, \cdots, n$$

是非奇异对合分布. 记$\mathrm{rank} D_n = r$.

注 1 由文献[10]定理6.7类似可得, 在假设1下, 存在原点的某领域, 系统(1)的标称系统可以通过微分同胚坐标变换$[x\ \ z]^{\mathrm{T}} = T(\xi)$及状态反馈$u = \alpha(\xi) + \beta(\xi)v$, 化为形式

$$\begin{cases} \dot{z} = f_0(z), \\ \dot{x}_1 = x_2, \\ \quad\vdots \\ \dot{x}_{r-1} = x_r, \\ \dot{x}_r = v. \end{cases} \tag{2}$$

注意到上述形式不同于通常的基于相对阶概念的标准形. 如果系统(1)的标称系统连同其输出$y = h(\xi)$存在相对阶且$D_r = \mathrm{span}\{ad_f^s g \mid s \leqslant i-1\}$是对合分布, 则可以化为

$$\begin{aligned} &\dot{z} = f_0(z, x_1), \\ &\dot{x}_1 = x_2, \\ &\quad\vdots \\ &\dot{x}_{r-1} = x_r, \\ &\dot{x}_r = v, \\ &y = x_1. \end{aligned}$$

上述形式实际上是输入输出线性化, 在讨论状态稳定性的时候, 包含输出线性化的上式相对于式(2)要稍强一些. 下面是满足假设1但不具有相对阶的例子.

例 1 考虑系统

$$\dot{x} = u, \quad y = x^2.$$

其中: $x \in \mathbb{R}$是状态, y是输出. 该系统显然没有相对阶, 但是满足假设1.

假设 2 未知干扰满足三角条件:

$$[q, D_i] \subset D_i,\ 0 \leqslant i \leqslant r-2.$$

由文献[8], 在假设1下, 系统是规范非线性系统, 存在微分同胚坐标变换$[x\ \ z]^{\mathrm{T}} = T(\xi)$及状态反馈$u = \alpha(\xi) + \beta(\xi)v$, 使得系统可以化成标准型

$$\begin{aligned} &\dot{z} = f_0(z) + \overline{q}(x, z)\theta, \\ &\dot{x}_1 = x_2 + \overline{q}_1(x, z)\theta, \\ &\quad\vdots \\ &\dot{x}_{r-1} = x_r + \overline{q}_{r-1}(x, z)\theta, \\ &\dot{x}_r = v + \overline{q}_r(x, z)\theta. \end{aligned}$$

进一步, 由文献[8], 在假设2下, 上述标准型满足三角化条件, 具有形式

$$\begin{cases} \dot{z} = f_0(z) + \widetilde{f}_1(z, x_1)\theta, \\ \dot{x}_1 = x_2 + \phi_1(z, x_1)\theta, \\ \quad\vdots \\ \dot{x}_{r-1} = x_r + \phi_{r-1}(z, x_1, \cdots, x_{r-1})\theta, \\ \dot{x}_r = v + \phi_r(z, x_1, \cdots, x_r)\theta. \end{cases} \tag{3}$$

假设 3 假设$\widetilde{f}_1(z, 0) = 0$, 所以$\widetilde{f}_1(z, x_1)$, 可以分解为

$$\widetilde{f}_1(z, x_1) = x_1 f_1(z, x_1).$$

其中 $f_1 \in C^\infty$.

3 主要结论(Main result)

本节对于系统(1)寻求如下形式的自适应控制律, 使得闭环系统是鲁棒渐近稳定的:

$$\begin{aligned} &\dot{\hat{\theta}} = \psi(z, x, \hat{\theta}), \\ &u = K(z, x, \hat{\theta}). \end{aligned} \tag{4}$$

其中$\hat{\theta} \in \mathbb{R}^s$是$\theta$的估计. 下面首先给出鲁棒自适应镇定的定义:

定义 考虑系统(1), 设满足假设1～3, 如果存在自适应控制律(4), 使得对于任意定常的参数θ, 系统在平衡点附近都是李雅普诺夫意义下渐近稳定的, 则称该系统可局部鲁棒自适应镇定.

下面是本文的主要结论:

定理 考虑系统(1), 假设1～3成立, 则系统在平衡点存在光滑状态反馈可局部鲁棒自适应镇定的充要条件是系统的不能控子系统$\dot{z} = f_0(z)$是渐近稳定的.

证 必要性是明显的.

充分性. 不失一般性, 假设$r > 1$. 因为系统$\dot{z} = f_0(z)$渐近稳定, 所以存在正定的李雅普诺夫函数$V_1(\cdot): \mathbb{R}^{n-r} \to \mathbb{R}$, 使得$\dfrac{\partial V}{\partial z} f_0(z)$是负定的.

第1步 设$\tilde{x}_1 = x_1$, 考虑函数

$$V_0(z, \tilde{x}_1) = V(z) + \frac{1}{2}\tilde{x}_1^2.$$

由系统方程(3), 有

$$\begin{aligned} &\dot{z} = f_0(z) + \tilde{x}_1 f_1(z, \tilde{x}_1)\theta, \\ &\dot{\tilde{x}}_1 = x_2 + \phi_1(z, \tilde{x}_1)\theta. \end{aligned} \tag{5}$$

V_1沿系统的轨线关于时间的导数为

$$\begin{aligned}&\dot{V}_0(z,\,\tilde{x}_1)=\\&\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)+\tilde{x}_1\frac{\partial V}{\partial z}f_1(z,\tilde{x}_1)\theta+\\&\tilde{x}_1x_2+\tilde{x}_1\phi_1(z,\tilde{x}_1)\theta.\end{aligned}$$

定义函数

$$\begin{cases}x_2^*(z,x_1;\hat{\theta})=\\-b_1\tilde{x}_1-[\frac{\partial V}{\partial z}f_1(z,\tilde{x}_1)+\phi_1(z,\tilde{x}_1)]\hat{\theta}_1,\\x_2^*(0,0;\hat{\theta}_1)=0.\end{cases}\tag{6}$$

其中$\hat{\theta}_1\in\mathbb{R}^s$是$\theta$的一个估计, 满足方程

$$\begin{aligned}&\dot{\hat{\theta}}_1=\tilde{x}_1[\frac{\partial V}{\partial z}f_1(z,\tilde{x}_1)+\phi_1(z,\tilde{x}_1)]^{\mathrm{T}}=\psi_1(z,x_1),\\&\psi_1(0,0)=0.\end{aligned}$$

定义估计误差

$$\tilde{\theta}_1(t)=\theta-\hat{\theta}_1(t).$$

考虑李雅普诺夫函数

$$V_1(z,\tilde{x}_1;\tilde{\theta}_1)=V(z)+\frac{1}{2}(\tilde{x}_1^2+\tilde{\theta_1^{\mathrm{T}}}\tilde{\theta}_1),$$

上式关于时间求导, 考虑到式(5)

$$\begin{aligned}\dot{V}_1=&\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)+\tilde{x}_1[\frac{\partial V}{\partial z}f_1(z,\tilde{x}_1)+\\&\phi_1(z,\tilde{x}_1)]\theta+\tilde{x}_1x_2-\dot{\hat{\theta}}_1^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_1.\end{aligned}\tag{7}$$

令

$$\tilde{x}_2=x_2-x_2^*(z,x_1;\hat{\theta}_1),$$

由式(6)(7)和上式, 有

$$\dot{V}_1=\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)-b_1\tilde{x}_1^2+\tilde{x}_2\tilde{x}_1.$$

假设第$i(1\leqslant i<r)$步已完成, 此时, 存在函数$x_2^*(z,\tilde{x}_1;\hat{\theta}_1),\cdots,x_{i+1}^*(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_i;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i)$, 定义全局微分同胚坐标变换

$$\begin{aligned}&z=z,\ \tilde{x}_1=x_1,\\&\tilde{x}_2=x_2-x_2^*(z,\tilde{x}_1;\hat{\theta}_1),\cdots,\tilde{x}_{i+1}=\\&x_{i+1}+\tilde{x}_{i-1}-x_{i+1}^*(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_i;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i),\\&x_k^*(0,\cdots,0;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{k-1})=0.\end{aligned}$$

其中自适应控制器为

$$\begin{aligned}&\dot{\hat{\theta}}_1=\psi_1(z,\tilde{x}_1),\ \ \psi_1(0,0)=0,\\&\dot{\hat{\theta}}_k=\psi_k(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_k;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{k-1}),\\&\psi_k(0,\cdots,0;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{k-1})=0.\end{aligned}$$

其中$2\leqslant k\leqslant i$. 设此时有

$$\begin{aligned}&\dot{V}_i(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_i;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i)\leqslant\\&\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)-\sum_{k=1}^{i}b_k\tilde{x}_k^2+\tilde{x}_{i+1}\tilde{x}_i,\ b_k>0.\end{aligned}\tag{8}$$

其中

$$\begin{aligned}&V_i(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_i;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i)=\\&V(z)+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{i}(\tilde{x}_k^2+\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_k).\end{aligned}\tag{9}$$

其中: $\tilde{\theta}_k=\theta-\hat{\theta}_k,\ \ 1\leqslant k\leqslant i.$

下面考虑第$i+1$步. 将证明结论:

1) 如果$r>i+1$, 存在坐标变换

$$\begin{aligned}&\tilde{x}_{i+2}=\\&x_{i+2}+\tilde{x}_i-x_{i+2}^*(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_{i+1};\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{i+1})\end{aligned}$$

及自适应控制律

$$\begin{aligned}&\dot{\hat{\theta}}_{i+1}=\psi_{i+1}(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_{i+1};\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i),\\&\psi_{i+1}(0,\cdots,0;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i)=0,\end{aligned}$$

使得

$$\begin{aligned}&\dot{V}_{i+1}(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_{i+1};\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{i+1})\leqslant\\&\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)-\sum_{k=1}^{i+1}b_k\tilde{x}_k^2+\tilde{x}_{i+2}\tilde{x}_{i+1},\ b_k>0.\end{aligned}\tag{10}$$

其中

$$\begin{aligned}&V_{i+1}(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_{i+1};\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{i+1})=\\&V(z)+\frac{1}{2}\sum_{k=1}^{i+1}(\tilde{x}_k^2+\tilde{\theta}_k^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_k).\end{aligned}$$

其中$\tilde{\theta}_{i+1}=\theta-\hat{\theta}_{i+1}$是新的估计误差.

2) 如果$r=i+1$, 令

$$v=x_{i+2}=x_{i+2}^*(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_{i+1};\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{i+1}),$$

有

$$\begin{aligned}&\dot{V}_{i+1}(z,\tilde{x}_1,\cdots,\tilde{x}_{i+1};\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_{i+1})\leqslant\\&\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)-\sum_{k=1}^{i+1}b_k\tilde{x}_k^2.\end{aligned}\tag{11}$$

证　对V_{i+1}求导, 由式(8), 有

$$\begin{aligned}&\dot{V}_{i+1}=\\&\dot{V}_i+\tilde{x}_{i+1}\dot{\tilde{x}}_{i+1}+\dot{\hat{\theta}}_{i+1}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_{i+1}\leqslant\\&\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)-\sum_{k=1}^{i}b_k\tilde{x}_k^2+\tilde{x}_{i+1}\tilde{x}_i+\dot{\hat{\theta}}_{i+1}^{\mathrm{T}}\tilde{\theta}_{i+1}+\\&\tilde{x}_{i+1}[x_{i+2}+\phi_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_{i+1})\theta-\dot{x}_{i+1}^*].\end{aligned}\tag{12}$$

注意到

$$\begin{aligned}&\dot{x}_{i+1}^*=\\&\frac{\partial\dot{x}_{i+1}^*}{\partial z}\dot{z}+\sum_{k=1}^{i}(\frac{\partial\dot{x}_{i+1}^*}{\partial x_k}\dot{x}_k+\frac{\partial\dot{x}_{i+1}^*}{\partial\hat{\theta}_k}\dot{\hat{\theta}}_k)=\\&\alpha_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_{i+1};\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i)-\\&\beta_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_i;\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i)\theta.\end{aligned}$$

其中：

$$\begin{aligned}&-\alpha_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_{i+1};\hat{\theta}_1,\cdots,\hat{\theta}_i)=\\&\frac{\partial x_{i+1}^*}{\partial z}f_0(z)+\sum_{k=1}^{i}\frac{\partial x_{i+1}^*}{\partial x_k}x_{k+1}+\frac{\partial x_{i+1}^*}{\partial\hat{\theta}_1}\psi_1(z,x_1)+\end{aligned}$$

$$\sum_{k=2}^{i}\frac{\partial x_{i+1}^*}{\partial\hat\theta_k}\psi_{k+1}(z,\tilde x_1,\cdots,\tilde x_k;\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_{k-1}),$$

$$-\beta_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_i;\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)=$$

$$x_1\frac{\partial x_{i+1}^*}{\partial z}f_1(z,x_1)+\sum_{k=1}^{i}\frac{\partial x_{i+1}^*}{\partial x_k}\phi_k(z,x_1,\cdots,x_k).$$

其中: $\alpha_{i+1}(0,0,\cdots,0;\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)=0,\beta_{i+1}(0,0,\cdots,0;\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)=0$. 将上面两式代入式(12), 得

$$\begin{aligned}&\dot V_{i+1}\leqslant\\&\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)-\sum_{k=1}^{i}b_k\tilde x_k^2+\tilde x_{i+1}\tilde x_i+\dot{\hat\theta}_{i+1}^{\mathrm T}\tilde\theta_{i+1}+\\&\tilde x_{i+1}[x_{i+2}+\alpha_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)]+\\&\tilde\psi_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)\theta.\end{aligned}\tag{13}$$

其中:

$$\begin{aligned}\tilde\psi_{i+1}&=\phi_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_{i+1})+\\&\quad\beta_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_i;\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i),\\\tilde\psi_{i+1}&=(0,0,\cdots,0;\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)=0.\end{aligned}$$

定义

$$\begin{aligned}&x_{i+2}^*(z,x_1,\cdots,x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_{i+1})=\\&-\tilde x_i-b_{i+1}\tilde x_{i+1}-\alpha_{i+1}(z,x_1,\cdots,\\&x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)-\\&\tilde\psi_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)\hat\theta_{i+1},\\&x_{i+2}^*(0,0,\cdots,0;\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_{i+1})=0,\end{aligned}$$

自适应控制律为

$$\begin{aligned}\dot{\hat\theta}_{i+1}&=\tilde x_{i+1}\tilde\psi_{i+1}^{\mathrm T}(z,x_1,\cdots,x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)=\\&\quad\psi_{i+1}(z,x_1,\cdots,x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i).\end{aligned}$$

其中$\psi_{i+1}(0,0,\cdots,0;\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_i)=0$.

令

$$\begin{aligned}&\tilde x_{i+2}=\\&x_{i+2}+\tilde x_i-x_{i+2}^*(z,\tilde x_1,\cdots,\tilde x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_{i+1}),\end{aligned}$$

由式(13)和上式, 直接验证得

$$\begin{aligned}&\dot V_{i+1}(z,\tilde x_1,\cdots,\tilde x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_{i+1})\leqslant\\&\frac{\partial V}{\partial z}f_0(z)-\sum_{k=1}^{i+1}b_k\tilde x_k^2+\tilde x_{i+2}\tilde x_{i+1}.\end{aligned}$$

如果$r=i+1$, 令

$$v=x_{i+2}=x_{i+2}^*(z,\tilde x_1,\cdots,\tilde x_{i+1};\hat\theta_1,\cdots,\hat\theta_{i+1}).$$

可以证明式(11).

定理得证.

注 2 对于多变量系统, 经过适当改进, 本文定理也同样成立.

注 3 注意到本文的稳定性证明方法实际上是可以用于全局的, 所以, 如果系统的标准型全局成立, 本文的定理也全局成立.

4 例(Example)

例 1 考虑系统

$$\begin{cases}\dot\xi_1=\xi_2-\xi_1^2+(1+\xi_1)\theta,\\\dot\xi_2=2\,\xi_1\,\xi_2+\xi_3-2\,\xi_1+u+(\xi_2+2\,\xi_1+\xi_1^2)\theta,\\\dot\xi_3=-2\,\xi_1+2\,\xi_1^2+2\,\xi_2-\xi_3+(1+\xi_1)\theta,\\y=\xi_2-\xi_1^2-\xi_1.\end{cases}\tag{14}$$

其中$\theta\in\mathbb R$为未知参数.

必须指出, 系统(14)并非是最小相位系统, 实际上, 系统(14)的标称系统可以化为

$$\begin{aligned}\dot\sigma_1&=v-\sigma_1-\sigma_2,\\\dot\sigma_2&=\sigma_1+\sigma_2,\\\dot\sigma_3&=-\sigma_3,\\y&=\sigma_1.\end{aligned}$$

其中$v=u+2\,\xi_1^3+\xi_3-2\,\xi_1$. 零动态为

$$\begin{aligned}\dot\sigma_2&=\sigma_2,\\\dot\sigma_3&=-\sigma_3.\end{aligned}$$

显然, 零动态是不稳定的. 所以系统(4)是非最小相位系统. 下面给出该系统鲁棒控制器的设计过程.

容易验证, 系统(14)满足假设1 ~ 3, 取原点附近可逆的坐标变换

$$\begin{aligned}x_1&=\xi_1,\\x_2&=\xi_2-\xi_1^2,\\z&=\xi_3-2\,\xi_1.\end{aligned}$$

及反馈

$$v=u+2\,\xi_1^3+\xi_3-2\,\xi_1.$$

系统(14)可以化为

$$\begin{aligned}\dot x_1&=x_2+(1+x_1)\theta,\\\dot x_2&=v+x_2\theta,\\\dot z&=-z+x_1\theta,\\y&=x_2-x_1.\end{aligned}$$

按本文方法, 控制器为

$$\begin{aligned}&\dot{\hat\theta}_1=x_1(1+z+x_1),\\&\dot{\hat\theta}_2=-(x_2+b_1x_1+(z+1+x_1)\hat\theta)\cdot\\&\qquad(x_2+\beta(z,x_1,x_2,\hat\theta_1)),\\&v=\\&-b_2(x_2+b_1\tilde x_1+(z+1+x_1)\hat\theta_1)-x_1-\\&\alpha(z,x_1,x_2,\hat\theta_1)-(x_2+\beta(z,x_1,x_2,\hat\theta_1))\hat\theta_2.\end{aligned}$$

其中:

$$\alpha(z,x_1,x_2,\hat{\theta}_1)=$$
$$b_1x_2+(x_2-z)\hat{\theta}_1+(1+z+x_1)^2x_1,$$
$$\beta(z,x_1,x_2,\hat{\theta}_1)=\hat{\theta}_1-b_1-b_1x_1+2\,x_1\hat{\theta}_1.$$

5 结论(Conclusion)

本文研究了相当广泛的一类非线性系统的鲁棒自适应镇定, 得到了系统可镇定的充要条件, 给出了控制器的算法, 该结论可以容易地推广到多变量和全局的情形. 给出的例子表明, 该结论可以有效地应用于部分非最小相位非线性系统和不存在相对阶的系统.

参考文献(References):

[1] BARMISH B R, LEITMANN G. On ultimate boundedness control of uncertain systems in the absence of matching assumptions[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1982, 27(1): 153 – 158.

[2] CORLESS M J, LEITMANN G. Continuous-state feedback guaranteeing uniform ultimate boundedness for uncertain dynamic systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1981, 26(5): 1139 – 1144.

[3] QU Z. Robust control of nonlinear uncertain systems under generalized matching conditions[J]. *Automatica*, 1993, 29(3): 985 – 998.

[4] ISIDORI A. *Nonlinear Control System*[M]. Berlin: Springer-Verlag, 1989.

[5] 于占东, 王庆超. 一类非线性系统的微分平滑反步自适应输出反馈控制[J]. 控制理论与应用, 2005, 22(5): 687 – 693.
(YU Zhandong, WANG Qingchao. Differential flatness adaptive backstepping output feedback control for a class of nonlinear systems[J]. *Control Theory & Applications*, 2005, 22(5): 687 – 693.)

[6] SASTRY S S, ISIDORI A. Adaptive control of linearizable systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1989, 34(11): 1123 – 1131.

[7] 费树岷, 冯纯伯. 模有界非线性不确定系统的鲁棒镇定[J]. 东南大学学报, 1998, 28(4)：77 – 82.
(FEI Shumin, FENG Chunbao. Nonlinear uncertain systems and Lyapunov-type stabilizability[J]. *J of Southeast University*, 1998, 28(4): 77 – 82.)

[8] KANELLAKOPOULOS I, KOKOTOVIC P V, MORES A S. Systematic design of adaptive controllers for feedback linearizable systems[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1991, 36(11): 1241 – 1253.

[9] MARINO R, TOMEI P. Global adaptive output feedback control nonlinear systems, part 11: nonlinear parameterization[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 1993, 38(1): 33 – 48.

[10] 程代展. 非线性系统的几何理论[M]. 北京：科学出版社, 1988.
(CHENG Daizhan. *Geometry Theory of Nonlinear Systems*[M]. Beijing: Science Press, 1988.)

作者简介:

余　淼　(1968—), 1995年获武汉大学博士学位, 1995年～1997年在东北大学自动控制系进行博士后研究工作, 1997年起任上海交通大学副教授, 研究方向为非线性系统的微分几何方法、鲁棒控制、变结构控制、自适应控制及非线性大系统等, E-mail: yanshe@sjtu.edu.cn;

姜建国　(1959—), 上海交通大学教授, 博士生导师, 研究方向为非线性控制、大功率电力传动等;

张嗣瀛　(1958—), 中科院院士, 东北大学教授, 博士生导师, 研究方向为非线性控制、大系统、复杂系统分析与控制.

(上接第928页)

[8] XIE S, XIE L. Stabilization of a class of uncertain large-scale stochastic systems with time delays[J]. *Automatica*, 1999, 36(1): 161 – 167.

[9] XU S, CHEN T. Robust H_∞ control for uncertain stochastic systems with state delay[J]. *IEEE Trans on Automatic Control*, 2002, 47(12): 2089 – 2094.

作者简介:

谢　立　(1974—), 男, 浙江大学信息与电子工程系副教授, 分别于1996年和1999年在浙江大学获学士学位和硕士学位, 1999年至2003年在上海交通大学自动化系学习, 获博士学位, 目前研究方向为智能机器人控制、鲁棒信号处理、非线性控制, E-mail: xiehan@zju.edu.cn;

刘济林　(1947—), 男, 教授, 博士生导师, 浙江大学信息与通信工程研究所所长, 浙江大学“通信与信息系统”国家重点学科主要负责人, 1970年本科毕业于清华大学精仪系, 1981年在中科院获硕士学位, 1970年至1978年为清华大学教师, 1981年起为浙江大学教师, 曾任柏林工业大学和加州大学伯克利分校访问学者, 目前研究方向为基于视觉传感的月球车导航控制、智能交通系统、信号与信息处理, E-mail: liujl@zju.edu.cn;

许晓鸣　(1957—), 男, 上海交通大学自动化系教授, 博士生导师, 同时任上海理工大学校长, 上海系统科学研究院院长, 1982年在原华中工学院获学士学位, 1987年获上海交通大学博士学位, 1988年至1990年获洪堡基金资助在慕尼黑工业大学从事博士后研究工作, 研究方向为系统工程、过程优化控制、预测控制等, E-mail: xmxu@sjtu.edu.cn.